المحاضره العاشره / التوزيع الطبيعي .

1- التوزيع الطبيعي : هو من اكثر التوزيعات المتصله اهميه لدى الكثير من صناع القرار ومعظم المتغيرات العشوائيه المتصله تتوزع توزيع طبيعي .

التعريف : اذا كان x متغير عشوائي متصل يخضع لتوزيع طبيعي وسطه (وتوقعه) μ وتباينه $\sigma^2(x)$

يرمز له بالرمز $x: N(\mu, \sigma^2)$

ويعرف بالمعادله التاليه $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\ e^{\frac{-1}{2\sigma^2}\ (x-\mu)^2}$

خصائص التوزيع الطبيعي $x: N(\mu, \sigma^2)$

1) المساحه الكليه تحت المنحنى =1
2) شكله يشبه الجرس
3) الوسط والوسيط والمنوال متساويات
4) متماثل حول الوسط
5) التوقع له هو μ وتباينه هو σ^2
6) يمكن ايجاد احتمال اي منطقه في هذا التوزيع اذا علم التوقع والتباين

2- التوزيع الطبيعي المعياري $Z: N(0,1)$

يستخدم هذا التوزيع لتجنب استخدام التكاملات لايجاد احتمال ما .
ونستطيع التحويل بين قيم *x* وقيم *z* باستخدام القانون التالي

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

مثال: اوجد مايلي:

1. $p(z \le 0.50) = 0.6915$
2. $p(z \le -0.13) = 0.4483$
3. $p(z \le -3.25) = 0.0006$
4. $p(z \ge 0.23) = 1 - p(z < 0.23) = 1 - 0.5910 = 0.409$

$$p(1 \le z \le 1.35) = p(z < 1.35) - p(z < 1) = 0.9115 - 0.8413 = 0.0602$$

مثال: إذا كان x متغير عشوائي يخضع لتوزيع طبيعي N(10,9) أوجد ما يلي:

1) $p(x < 9)$

$x \to 9$

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{9-10}{3} = \frac{-1}{3} = -0.333$$

$$\Rightarrow p(x < 9) = p(z < -0.333) = 0.3707$$

2) $p(x > 4)$

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{4-10}{3} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$\Rightarrow p(x > 4) = p(z > -2) = 1 - p(z \le -2)$$

$$= 1 - 0.0228 = 0.9772$$

3) $p(4 < x < 13)$

$$x = 4 \Longrightarrow z = -2$$

$$x = 13 \Rightarrow z = z = \frac{13 - 10}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$p(4 < x < 13) = p(-2 < z < 1) = p(z < 1) - p(z < -2)$$
$$= 0.8413 - 0.0228 = 0.8185$$

مثال: اذا كان الأجر اليومي لعمال احد المصانع يتوزع توزيعا طبيعيا ووسطه الحسابي 40 وانحرافه المعياري *x:N(40,16).4* إذا كان عدد عمال المصنع *10000*

1)عدد عمال المصنع الذين تقع اجورهم بين 38 و 42 ريال

$$\mathrm{p}(38 \leq \mathrm{x} \leq 42)$$

$$x = 38 \Rightarrow z = \frac{38 - 40}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} = -0.5$$

$$x = 42 \Rightarrow z = \frac{42 - 40}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\Rightarrow p(38 \leq x \leq 42) = p(-0.5 \leq z \leq 0.5) = p(z \leq 0.5) - p(z \leq -0.5)$$
$$= 0.6915 - 0.3083 = 0.3832$$

عدد العمال $p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} \rightarrow n(A) = P(A)n(s) \Longrightarrow \quad 10000 \text{ X } 0.3832 = 3832$

يساوي

2) ماهو عدد العمال الذين تزيد اجورهم عن 42 ؟

$$p(x \geq 42)$$

$$x = 42 \Rightarrow z = 0.5$$

$$p(x \geq 42) = p(z \geq 0.5) = 1 - p(z < 0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085$$

عدد العمال $10000 \text{ X } 0.3085 = 3085$

مثال : اذا كانت مجموعه مكونه من 400 عضو في نادي تتوزع توزيعا طبيعيا في العمر بمعدل 40 سنه وبانحراف معياري قدره 5 ؟

1)عدد الاعضاء الذين اعمارهم اقل من 50

$$\mathrm{p}(\mathrm{x} < 50)$$

$$x = 50 \Rightarrow z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{50 - 40}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$p(x < 50) = p(z < 2) = 0.9772$$

عدد الأعضاء $= 400\text{X}0.9772 = 390.88$

2)عدد الاعضاء الذين اعمارهم بين 35 و45

$$\mathbf{p(35 < x < 45)}$$

$$x = 35 \Rightarrow z = \frac{35-40}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$x = 45 \Rightarrow z = \frac{45-40}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$p(35 < x < 45) = p(-1 < z < 1) = p(z < 1) - p(z < -1)$$

$$= 0.8413 - 0.1587 = 0.6826$$

عدد الاعضاء $400X0.6826 = 273.04$

3)اوجد عدد الاعضاء الذين اعمارهم اقل من 35 وأكبر من 45 ؟

الصيغه خطأ $p(45 < x < 35)$

تكتب بهذه الطريقه $p(x < 35) + p(x > 45)$

$$= 1 - p(35 < x < 45) = 1 - 0.6826 = 0.3174$$

#بعد المذاكرة:
اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / *Mu