

المحاضرة الثامنة

المقاييس الإحصائية للبيانات غير المبوبة

ثانياً: مقاييس التشتت أو الانتشار

كما تميل القيم الى التمرکز فانها تميل أيضا إلى التشتت أو الانتشار، فبالتالي فإن أي توزيع من القيم له صفة التمرکز، وصفة التشتت.

مقاييس التشتت هي تلك المقاييس التي تعبر عن مدى تباعد القيم أو تقاربها في المجموعات التي يشملها البحث

مثال

مجموعة (أ) : ٨ ، ٨ ، ٨ ، ٨ ، ٨

مجموعة (ب) : ٦ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، ١

نلاحظ أن المجموعة الأولى (أ) لا يوجد بها تشتت، فهذه المجموعة متجانسة.

في حين نلاحظ ان المجموعة الثانية (ب) يوجد بها تشتت

يمكن ان يقاس تشتت البيانات عن طريق مقاييس التشتت المختلفة، وأهم هذه المقاييس:

١. المدى

٢. المدى الربيعي

٣. الإنحراف عن المتوسط

٤. التباين

٥. الإنحراف المعياري

لماذا نستخدم مقاييس التشتت؟

نستخدم هذه المقاييس اذا كان عندنا مجموعتين ونريد ان نقارن بينهما، وكان المتوسط فيما يبينهما متساوي ، كما في المثال التالي:

مجموعة (أ): (٤٥ ، ٥٠ ، ٥٥) المتوسط هنا = ٥٠

مجموعة (ب): (٣٠ ، ٥٠ ، ٧٠) المتوسط هنا = ٥٠

فلذا لا نستطيع ان نقول هنا ان المجموعتين متساويتين لأننا إذا رجعنا الى المجموعتين وجدنا انهما

مختلفتين في الدرجات رغم تساوي المتوسطين حيث أن المتوسط الحسابي في المجموعتين يساوي (٥٠) .

لكن إذا استخدمنا

أحد مقاييس التشتت مثل المدى والذي يحسب من خلال العلاقة التالية: المدى = أعلى درجة - أقل درجة

وعلى ذلك فإن:

$$\text{مدى مجموعة (أ)} = ٥٥ - ٤٥ = ١٠$$

$$\text{مدى مجموعة (ب)} = ٧٠ - ٣٠ = ٤٠$$

نرى ان درجة التشتت في المجموعة (أ) أقل منها في المجموعة (ب)، أي ان المجموعة (أ) تكون أكثر تجانساً من المجموعة (ب)

المدى Range

المدى هو الفرق بين أعلى درجة وأقل درجة في التوزيع.

ويعتبر المدى الوسيلة المباشرة لمعرفة مدى تقارب القيم أو تباعدها في أي توزيع، وهو وسيلة سهلة، إلا أنها أقل الوسائل دقة وذلك لأن حسابه يتوقف على قيمتين فقط من قيم المجموعة، ولا يهتم مطلقاً بما بينهما من قيم أخرى.

فالمدى لا يصلح إلا إذا أراد الباحث أن يأخذ فكرة سريعة عن مدى تشتت بيانات التوزيع موضع الدراسة، إلا أن استخدامه والاعتماد عليه قد يؤديان إلى نتائج خادعة، وخاصة إذا كان هناك انفصال بين الدرجات المتطرفة وباقي الدرجات موضع البحث.

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بلألف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الآخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

حساب المدى للمبيعات الشهرية.

الحل:

نلاحظ أن أكبر قيمة هي ١٢ وأقل قيمة للمبيعات الشهرية هي ٣ لذلك يكون المدى ٩

$$\text{Range} = 12 - 3 = 9$$

عيوب المدى:

نجد أن من أهم عيوب المدى أنه يتم حسابة بناء على أكبر و أصغر قيمتين وبالتالي في حالة كونهما أو أحدهما متطرفتين أو قيم شاذة فإن المدى يعطي نتائج مضللة.

Average Absolute Deviation المطلقة

AAD متوسط الانحرافات المطلقة

هو ذلك المقياس الذي يقيس تباعد كافة القيم عن المتوسط الحسابي .

وعلى الرغم من أن حساب نصف المدى الربيعي يقضي على أثر القيم المتطرفة، والتي تؤثر على حساب المدى المطلق، إلا أنها جميعا (**المدى، ونصف المدى الربيعي**) يتناولان التباعد بين قيمتين فقط (**أعلى قيمة وأدنى قيمة**) في المدى، (**وقيمة الربيع الأدنى وقيمة الربيع الأعلى**) في نصف المدى الربيعي، وذلك من بين القيم موضع الدراسة، أما بقية القيم تبقى مهملة .

وهذا ما أدى الى تطبيق متوسط الانحرافات المطلقة AAD الذي يقيس تباعد كافة القيم عن متوسطها الحسابي.

ويمكن حساب متوسط الانحرافات المطلقة من خلال المعادلة التالية :

$$AAD = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بلائف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الآخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذى القعدة	ذى الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

أحسب متوسط الانحرافات المطلقة للمبيعات الشهرية.

الحل تفصيلا في الكتاب

التباين والانحراف المعياري:

التباين Variance هو متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي. ويرمز له بالرمز σ^2 (تقرأ سيجما تربيع) وذلك إذا كان محسوب لبيانات المجتمع أما في حالة حسابة لبيانات عينة من المجتمع فيرمز له بالرمز s^2 .

الانحراف المعياري Standard Deviation وهو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أي هو جذر التباين لذلك يرمز له بالرمز σ (تقرأ سيجما) وذلك إذا كان محسوب لبيانات المجتمع أما في حالة حسابة لبيانات عينة من المجتمع فيرمز له بالرمز s .

ويعتبر الانحراف المعياري والتباين من أهم مقاييس التشتت جميعا أو أكثرها استعمالا، وهما قريبين في خطوات ايجادهما من الانحراف عن المتوسط.

فالتباين والانحراف المعياري يختلف عن الانحراف عن المتوسط في طريقة التخلص من اشارات الفروق بين القيم والمتوسط الحسابي، فبينما نتخلص من هذه الاشارات في طريقة الانحراف عن المتوسط بإهمال الاشارات كلية، نحتال على ذلك في طريقة التباين والانحراف المعياري بتربيع هذه الفروق (**أي نضربها في نفسها**) فتصبح بالتالي جميع الاشارات موجبة.

حساب التباين والانحراف المعياري :

يمكن حساب التباين من خلال المعادلة التالية:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

وبالتالي يكون حساب الانحراف المعياري كما يلي:

$$S = \sqrt{S^2}$$

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بالألف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	ربيع	جمادى أول	جمادى الآخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٤	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

أحسب قيمة التباين وقيمة الانحراف المعياري للمبيعات الشهرية.

الحل تفصيلا في الكتاب

ملاحظة هامة:

يعتبر من أهم خصائص الانحراف المعياري هو عدم تأثره بعمليات الجمع والطرح وإنما يتأثر فقط بعمليات الضرب والقسمة.

فلاحظ عدم تغير قيمة الانحراف المعياري في حالة الجمع أو الطرح وإنما تظل قيمة كما هي بالرغم من طرح مقدار ثابت من جميع قيم التوزيع.

أما في حالة الضرب أو القسمة فلاحظ تغير قيمة الانحراف المعياري وهي نفس قيمة الانحراف المعياري القديمة مضروبة في القيمة التي ضرب فيها أو قسم عليها.

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بـلألف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الآخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب: فإذا تم طرح ٢ من جميع بيانات المبيعات الشهرية أي تم تخفيض المبيعات الشهرية بمقدار ٢ أحسب قيمة الانحراف المعياري الجديد؟

الحل تفصيلا في الكتاب

نلاحظ عدم تغير قيمة الانحراف المعياري وإنما ظلت قيمة كما هي بالرغم من طرح مقدار ثابت ٢ من جميع قيم المبيعات الشهرية.

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بـلألف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الآخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب: أحسب قيمة الانحراف المعياري للمبيعات الشهرية إذا تم زيادة المبيعات الشهرية إلى ثلاث أمثال الموجود حالياً ؟

الحل تفصيلا في الكتاب

نلاحظ تغير قيمة الانحراف المعياري وهي نفس قيمة الانحراف المعياري القديمة مضروبة في ٣ وبالتالي يمكن أن نكون حصلنا على كافة المقاييس الإحصائية الوصفية التي تصف المبيعات الشهرية فكانت كما يلي:

المتوسط	الوسيط	المنوال	الوسط الهندسي
5.75	5	3	5.20114
المدى	متوسط الانحرافات المطلقة	التباين	الانحراف المعياري
9	2.20833	7.840909	2.80016