

## شرح المسائل المهمة في الاساليب الكمية

### صياغة البرنامج الخطي

طريقة الاختبار في  
المادة حسب ما جاء في  
المحاضرة ١٤  
المرفقة

تعظيم

تقوم شركة السهل الممتنع بتصنيع نوعين من النظارات التسمية للأطفال: بناتي و ولادي. حيث يبلغ ثمن النظارة التسمية للبنات 1234 ريال، ويحتاج إلى 30 ساعة عمل في قسم الصبغ، و 40 ساعة عمل في قسم التجميع، بينما يبلغ ثمن النظارة التسمية للولد 44 ريال، ويحتاج إلى 2 ساعة عمل في قسم الصبغ، و 5 ساعات عمل في قسم التجميع. لا تستطيع الشركة توفير أكثر من 500 ساعة عمل في قسم الصبغ، كما لا يستطيع الحصول على أكثر من 900 ساعة عمل في قسم التجميع



مكونات البرمجة الخطية لحل المشاكل

- 1 الهدف
- 2 المتغيرات
- 3 الرموز
- 4 الجدول

دالة الهدف في هذه المسألة تأخذ الشكل التالي:

أ.  $Max z = 1234x_1 + 500x_2$

ب.  $Max z = 44x_1 + 1300x_2$

ج.  $Max z = 1234x_1 + 44x_2$

د.  $Min z = 500x_1 + 900x_2$

قيود قسم التجميع هو:

أ.  $2x_1 + 5x_2 \leq 900$

ب.  $40x_1 + 5x_2 \leq 900$

ج.  $1234x_1 + 44x_2 \leq 500$

د.  $30x_1 + 40x_2 \leq 1400$

**دالة الهدف:** تمثل الهدف الذي نريد الوصول إليه وتحقيقه، كتحقيق أكبر ربح أو أدنى تكلفة ممكنة ويرمز لها بالرمز  $Z$

**المتغيرات:** تدخل ضمن دالة الهدف المراد تعظيمه أو تقليله و يعبر عنها بصورة كمية مثلا.. كميات إنتاج.. ساعات عمل.. كمية المواد الأولية اللازمة لتصنيع منتج،

**الرموز:** ويرمز لها بالرمز  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  **الجدول:** لكي يسهل تكوين المعادلات الرياضية

**القيود:** وجود علاقة تأثير بين المتغيرات ويعبر عنها رياضيا بمتباينات ويشترط أن تكون غير سالبة أي  $x_i \geq 0$

1	الهدف	الهدف هنا هو تعظيم.
2	المتغيرات	نظارات البنات، نظارات الاولاد.
3	الرموز	نعبر عن نظارات البنات $(X_1)$ ، ونعبر عن نظارات الاولاد $(X_2)$ .

الوقت المتاح يوميا	نظارات الاولاد $X_2$	نظارات البنات $X_1$	
قسم الصبغ ٥٠٠ ساعة عمل	٢	٣٠	
قسم التجميع ٩٠٠ ساعة عمل	٥	٤٠	
سعر البيع	٤٤	١٢٣٤	

$Max z = 1234X_1 + 44X_2$	دالة الهدف
$30X_1 + 2X_2 \leq 500$ $40X_1 + 5X_2 \leq 900$	القيود
$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$	عدم السلبية

الجدول

القيود

المحاضرة  
١٤

اسئلة اخرى قد تشمل: قيد الصبغ، المتغيرات، قيد عدم السلبية، نوع الدالة (تعظيم او تندية او مزيج)

شكرًا

## شرح المسائل المهمة في الاساليب الكمية

### صياغة البرنامج الخطي

الرسم البياني

طريقة الاختيار حسب اتجاه في المحاضرة ١٤ المرفقة

إذا أعطيت البرنامج الخطي التالي و طلب منك استخدام الرسم البياني في الحل:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 5x_1 + 4x_2 \\ \text{s.t.} \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 36 \quad (1) \\ x_1 + 2x_2 &\leq 16 \quad (2) \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

دالة الهدف

القيود

القيم المتغيرة

الخطوات	1	صياغة المشكلة في شكل نموذج رياضي وتكوين الاحداث السينية والاحداث الضد.	القيود الأول يتقاطع مع محور $x_1$ في النقطة: (0, 12)
	2	رسم القيود في شكل خطوط مستقيمة .	ب (12, 0)
	3	تحويل القيود الى متساويات	ج (0, 18)
	4	تحديد نقطتين لكل مستقيم لمعرفة قيم الاحداث ( $x_1, x_2$ )	د (3, 2)
			القيود الأول يتقاطع مع محور $x_2$ في النقطة: (0, 12)
			ب (12, 0)
			ج (0, 18)
			د (3, 2)

### تحويل القيود الى متساويات

رسم القيد الأول:

$$3x_1 + 2x_2 = 36$$

المستقيم الأول

$$x_1 + 2x_2 = 16$$

المستقيم الثاني

وبالتالي فان قيم  $x_1, x_2$  للقيد الأول هي

0	12	$x_1$
0	18	$x_2$

القيود الأول هو  $3x_1 + 2x_2 = 36$  فان  $x_2 = 0$

$$3x_1 = 36 \Rightarrow x_1 = 36/3 = 12$$

اذن  $x_1 = 36/3 = 12$

بافتراض ان  $x_1 = 0$  فان  $2x_2 = 36$

$$2x_2 = 36 \Rightarrow x_2 = 36/2 = 18$$

اذن  $x_2 = 36/2 = 18$

### قيم محددة صفرية

وبالتالي فان قيم  $x_1, x_2$  للقيد الثاني هي

0	8	$x_1$
0	8	$x_2$

القيود الثاني هو  $x_1 + 2x_2 = 16$

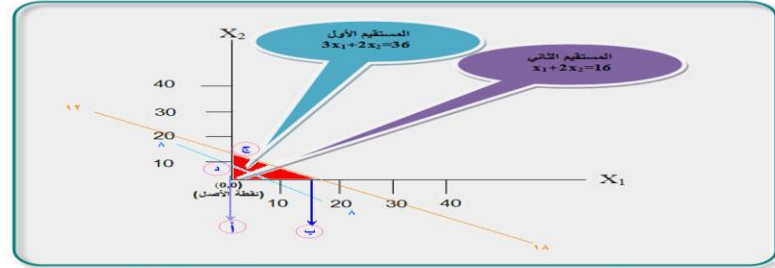
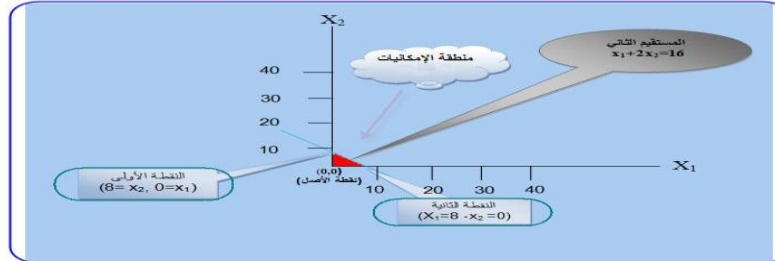
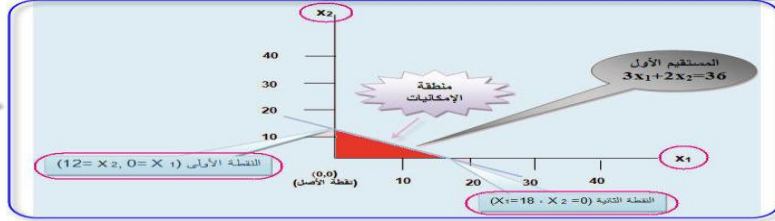
بافتراض ان  $x_2 = 0$  فان  $x_1 = 16$

$$x_1 = 16$$

اذن  $x_1 = 16/2 = 8$

بافتراض ان  $x_1 = 0$  فان  $2x_2 = 16$

$$2x_2 = 16 \Rightarrow x_2 = 16/2 = 8$$



كما ذكر في شرح اسئلة الاختبار رقم ٣٧

قيمة دالة الهدف عند أي نقطة محددة

بالتعويض في قيمة  $X$

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 40x_1 + 50x_2 \\ \text{s.t.} \\ x_1 + 2x_2 &\leq 40 \quad (1) \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 120 \quad (2) \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

قيمة دالة الهدف عن النقطة ( 24 , 8 )

$$960 + 400$$

$$1360 =$$

لرجى مراجعة اسئلة الاختبار

اسئلة اخرى قد تشمل: تقاطع القيد الثاني مع محور  $x_1, x_2$  . نقطة تقاطع المعادلتين قيمة دالة الهدف عند التقاطع . قيمة دالة الهدف عند أي نقطة محددة . اتجاه التزايد تغير معاملات دالة الهدف.

## شرح المسائل المهمة في الاساليب الكمية

### صياغة البرنامج الخطي

تعظيم

الطريقة المبسطة (طريقة السمبلكس)

أدبا البرنامج الخطي التالي

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 40x_1 + 50x_2 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 40 \quad (1) \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 120 \quad (2) \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



دالة الهدف في الشكل التالي، فمسا تساوي صفر على التمام:  
 $\text{Max } z = 40x_1 + 50x_2 = 0$   
 $\text{Max } z = 40x_1 + 50x_2 = 0$   
 $\text{Max } z = 40x_1 + 50x_2 = 0$

تستخدم الطريقة المبسطة اذا كانت جميع القيود اصغر من او يساوي

#### 1 تحويل دالة الهدف الى دالة صفرية

$$\text{Max } z = 40x_1 + 50x_2$$

نقل الطرف الايمن الى الطرف الايسر وتغيير الاشارة في الدالة

$$\text{Max } z - 40x_1 - 50x_2 = 0$$

#### 2 تحويل القيود من متراجحات ( ≤ ) الى معادلات ( = ) باضافة متغير ( S )

$$x_1 + 2x_2 + S_1 = 40$$

$$4x_1 + 3x_2 + S_2 = 120$$

#### 3 تثبيت عدم السلبية للمتغيرات

$$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$$

#### 4 تكوين الجدول الاول

عدد الاعمدة هي جميع المتغيرات + 2 (  $x_1, x_2, S_1, S_2$  )

عدد الصفوف هي عدد المتغيرات في الدالة + 2 (  $S_1, S_2$  )

$$6/2=4$$

	المتغير الداخل		المتغير الخارج			
	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$		النسبة
Z	-40	-50	0	0	0	
$S_1$	1	2	1	0	40	20
$S_2$	4	3	0	1	120	40

$\text{Max } z - 40x_1 - 50x_2 = 0$   
 $x_1 + 2x_2 + S_1 = 40$   
 $4x_1 + 3x_2 + S_2 = 120$

#### 5 المتغير الخارج (صف المحور Pivot row).

أما حاصل قسمة قيم R.H.S على قيم عمود المحور فهي كالتالي:

$$40/2=20$$

$$120/3=40$$

اذن المتغير  $S_1$  هو المتغير الخارج لانه يمثل اقل قيمة موجبة (20)

#### 6 ايجاد القيم الجديدة لمعاملات المتغيرات

ايجاد قيم المتغير الداخل  $x_1$  وذلك عن طريق قسمة كل قيمة في صف المحور على العنصر المحوري.

العنصر المحوري (Pivot variable) هو نقطة تقاطع عمود المحور مع صف المحور، وهو (2).

اذن قيم المتغير الداخل  $x_1$  هي:

$$x_1 = (1/2, 2/2, 1/2, 0/2, 40/2)$$

$$x_1 = (1/2, 1, 1/2, 0, 20)$$

تكتب القيم الجديدة اعلاه في جدول الحل الجديد

#### 7 ايجاد قيم بقية المتغيرات في الجدول

لإيجاد قيمة Z الجديدة، نضرب القيمة المعادلة لـ Z في عمود المحور وهي (-40) × قيم المتغير الداخل الجديدة وكما يأتي:

$$-40 \times (1/2, 1, 1/2, 0, 20) = (-20, -40, -20, 0, -800)$$

ثم نطرح القيم أعلاه من قيم معاملات Z القديمة في جدول الحل الابتدائي وكما يأتي:

$$(-40, -50, 0, 0, 0)$$

$$- (-20, -40, -20, 0, -800)$$

$$(-60, -90, -20, 0, -800)$$

ثم ننقل القيم إلى جدول الحل الثاني.

#### 8 ايجاد قيم معاملات المتغيرات الجديدة

لإيجاد قيمة  $S_1$  الجديدة نقوم بنفس الخطوات أعلاه أي نضرب العنصر المعامل للمتغير  $S_1$  في عمود المحور × قيم المتغير الداخل الجديدة وكما يأتي:

$$1 \times (1/2, 1, 1/2, 0, 20) = (1/2, 1, 1/2, 0, 20)$$

ثم نطرح الناتج من قيم المتغير  $S_1$  القديمة:

$$(1, 2, 1, 0, 40)$$

$$- (1/2, 1, 1/2, 0, 20)$$

$$(1/2, 1, 1/2, 0, 20)$$

ثم ننقل القيم إلى جدول الحل الثاني.

#### 9 جدول الحل الثاني

B.V.	Z	$x_1$	$x_2$	$S_1$	R.H.S
Z	-60	-90	-20	0	-800
$S_1$	1/2	1	1/2	0	20
$x_1$	1/2	1	1/2	0	20

بعد استكمال الجدول يتم التأكد من إذا ما كان الجدول يمثل جدول الحل الأمثل وذلك من خلال ملاحظة القيم في صف Z، ولأن دالة الهدف من نوع تعظيم، نصل للحل الأمثل عندما تكون جميع القيم في صف Z موجبة أو صفرية.

ولكن قيم Z سالبة!!!!!!

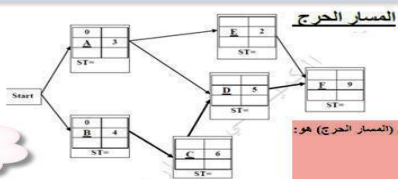
الاهم اتنا عرفنا طريقة الحل

مسألة أخرى قد تشمل: المتغير الخارج، العنصر المحوري، معادلة Z الجديدة، معادلة الصف الجديد للمتغير الآخر

## شرح المسائل المهمة في الاساليب الكمية

### جدولة المشاريع CPM & PERT

المسار الحرج



الرسم يوضح تخطيط الشبكة للمشروع

الزمن الكلي للمشروع (المسار الحرج) هو:  
 أ. 24  
 ب. 14  
 ج. 9  
 د. 29

الزمن البديهي المتأخر للنشاط A يساوي:  
 أ. 10  
 ب. 7  
 ج. 3  
 د. 0

**أسلوب المسار الحرج CPM** : أسلوب مماثل يهتم أساساً بدراسة العلاقة بين الوقت والتكاليف في تنفيذ المشروعات والبرامج وإمكانيات الإحلال والتبادل بينهما . وصولاً إلى جعل وقت تنفيذها أقل ما يمكن

لدينا ثلاثة مسارات

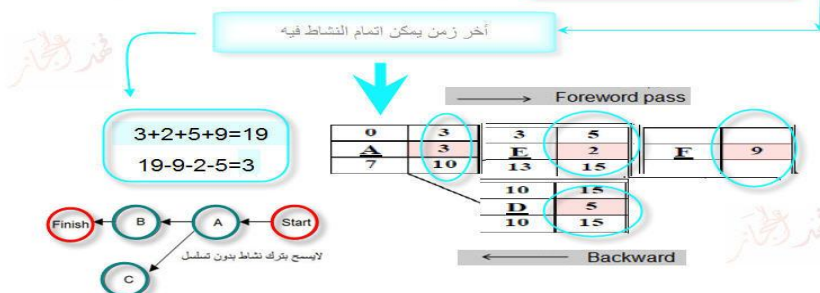
- 1- A - E - F
- 2- A - D - F
- 3- B - C - D - F

المسار الحرج الآن هو رقم 3 وهو أطول وقت لكي ينتهي

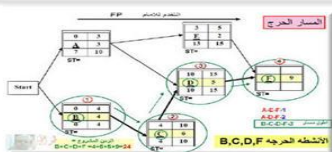
سلسلة الأنشطة والمهام التي تقع بين البداية والنهاية التي يكون فيها وقت النشاط أطول من غيره ويحدد انتهاء المشروع فلو ان احد الأنشطة بالمسار الحرج تعطل فالمشروع سوف يتأخر

### الأوقات الأربعة

1	الوقت المبكر لبداية النشاط	ويتمد على فكرة ساعة السفر لبداية المشروع محاسباً إليها الزمن اللازم لكل نشاط
2	الوقت المبكر لنهاية النشاط	آخر نشاط في الشبكة ويكون مساوياً لموعد انتهاء المشروع ثم يطرح الزمن اللازم لكل نشاط من موعد انتهاء المشروع حتى تصل لبداية النشاط في المشروع
3	الوقت المتأخر لبداية النشاط	الفرق بين أوقات النشاط (-)
4	الوقت المتأخر لنهاية النشاط	
0	الزمن الفائض	



هذا حلّي ولكن حل الدكتور مختلف.. ولا اعرف ماهو الصحيح.. ولكن طيّقت القوانين حسب بحثي في مواقع الانترنت!!!!!!



اسئلة اخرى قد تشمل: الأنشطة السابقة لنشاط ما ، نشاط يمكن تأجيله، الزمن الفائض (الزائد)، المسار الحرج.

اسئلة الاختبار

## شرح المواضيع المهمة في الاساليب الكمية

### تقييم المشاريع و مراجعتها PERT

Program Evaluation and Review Technique

#### جدولة المشاريع وتقييمها PERT

الجدول التالي يمثل تسلسل الأنشطة الحرجة للمسار الحرج لمشروع ما:

التيار	المتوقع	التقدير			رمز النشاط
		تساوم (L)	أكثر احتمالاً (M)	تفول (S)	
		8	5	2	A
		5	1.5	1	B

$$\text{الوقت المتوقع للنشاط الحرج A يساوي} = \frac{S + 4 * M + L}{6}$$

الوقت المتفائل: هو أقل وقت لإتمام النشاط .

الوقت الأكثر احتمالاً: هو الزمن الأكثر تكرارا لإتمام النشاط .

#### أسلوب PERT في جدولة المشاريع

طريقة PERT ازمئة تقديرية لحساب متوسط فترة إنجاز النشاط

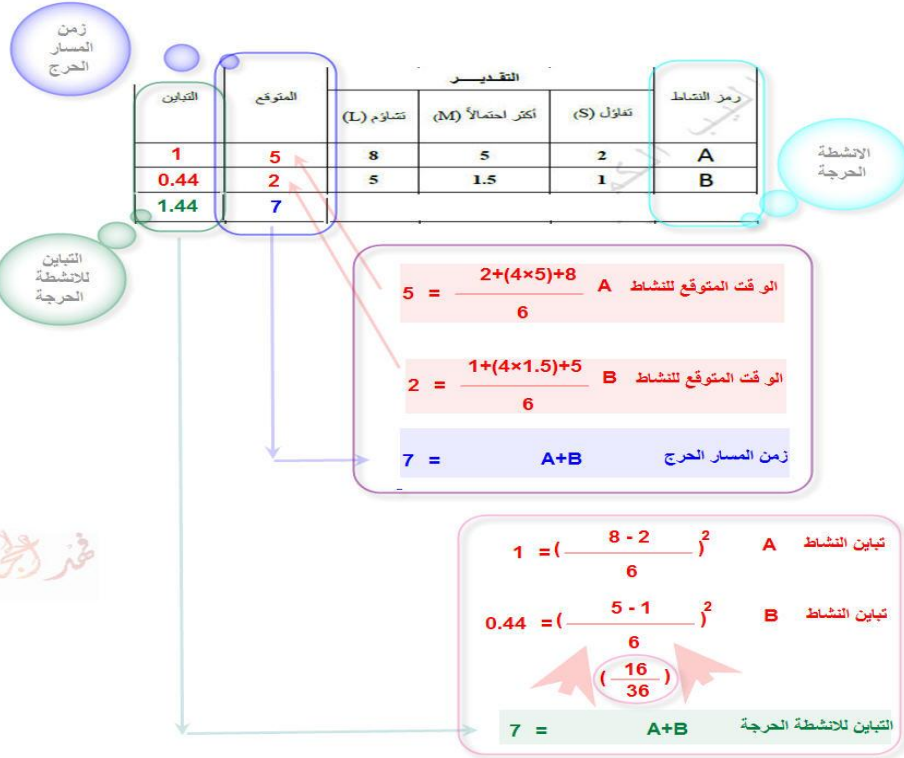
- 1 (S) الوقت المتفائل: هو أقل وقت لإتمام النشاط .
- 2 (M) الوقت الأكثر احتمالاً: هو الزمن الأكثر تكرارا لإتمام النشاط .
- 3 (L) الوقت المتشائم: هو أطول زمن لإتمام النشاط .

#### تقدير متوسط زمن أداء النشاط

$$\text{زمن أداء النشاط} = \frac{S + 4 * M + L}{6}$$

$$\text{الانحراف المعياري } \sigma = \frac{\text{الزمن المتشائم} - \text{الزمن المتفائل}}{6}$$

$$\text{التباين} = \left( \frac{L - S}{6} \right)^2$$



اسئلة أخرى قد تشمل: تباين المشروع, الزمن الكلي للمشروع, الانحراف المعياري للنشاط

# شرح المواضيع المهمة في الاساليب الكمية

## تحليل القرارات Decision Analysis

### تحليل القرارات

الجدول التالي يمثل ثلاث بدائل لشركة تفكر بزيادة طاقتها الإنتاجية مع وجود حالتين للسوق مستقبلاً :

التوسع	ارتفاع	انخفاض
موسع جديد	900	10
تعاقد	150	80

وفقاً لتضمن التالي Maximax ، فإن البديل الأفضل هو:

- (أ) توسع
  - (ب) توسع جديد
  - (ج) تعاقد
  - (د) لا يوجد
- بافتراض أن احتمال الارتفاع = 0.40 ، فإن القيمة التفضيلية المتوقعة في حال التوسع =
- (أ) 240
  - (ب) 270
  - (ج) 210
  - (د) 650

### تحليل القرار Decision Analysis

يساعد على أخذ القرار المهم وذلك باختيار قرار من مجموعة من القرارات البديلة Alternatives الممكنة عندما يكون هناك عدم تأكد Uncertainty لما سيحدث مستقبلاً.

### الهدف

1 تعظيم الربح المتوقع Maximizing Expected Profit عندما يكون في الإمكان تحديد احتمالات لذلك.

2 معيار تعظيم دالة الفائدة أو الجدوى Maximizing the Utility Function والتي تستخدم في حالة وجود مخاطر Risks في القرار.

- المعايير المستخدمة لمساعدة متخذ القرار
  - ❖ معيار أقصى الأقصى (المتفائل) (Maximax criterion)
  - ❖ معيار أقصى الأدنى (المتشائم) (Maximin criterion)
  - ❖ معيار الندم (أدنى الأقصى) (Minimax Regret criterion)
- تصنيف القرارات في المنظمة إلى:
  - القرارات في حالة التأكد Decisions under certainty
  - القرارات في حالة عدم التأكد Decisions under uncertainty
  - القرارات في حالة المخاطرة Decisions under risk

الأسطر تحوي القرارات البديلة الممكنة  
الأعداد تحوي الأحداث المستقبلية الممكنة  
الأحداث تسمى حالات الواقع وتكون مستبعدة بعضها البعض ولأن من حدوث أحدها أي على الأكثر واحد حدث ممكن من الأحداث يحدث... أي على الأقل واحد حدث يحدث  
محتويات الجدول هي المنفوعات

التوسع	ارتفاع	انخفاض
موسع جديد	900	10
تعاقد	150	80

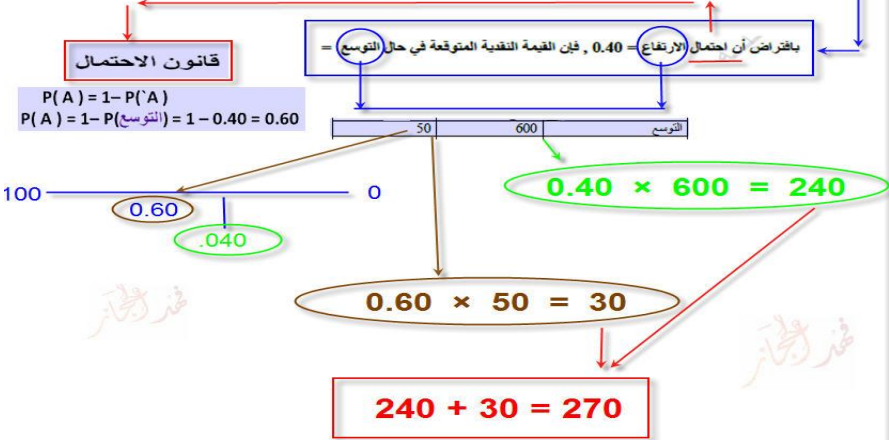
### المكسب الأكبر

### معيار أقصى الأقصى Maximax

مجموع قيم العائد المتوقعة

$$Erv = r_1.p(r_1) + r_2.p(r_2) + \dots + r_n.p(r_n)$$

r تمثل العائد  
p تمثل الاحتمال



مصدر قوانين الاحتمالات  
<http://www.jmasi.com/ehsa/prob/prob.htm>

اسئلة أخرى قد تشمل: المعايير الأخرى في حالة عدم التأكد القيمة التفضيلية المتوقعة.