

* أنواع الاحتمالات

١) وصفي

٢) كمي

متصل

يقبل القيم الكسرية
مثال: الوزن - الطول - العمر

منفصل

لا يقبل القيم اللسرية
مثال: عدد المساجد - الجامعات

* نظرية الاحتمالات

(الحدث (A)) + يتكرر (M) من المرات + في التجربة (N) فإن احتمال وقوع (A) صي :-

$$P(A) = \frac{M}{N}$$



$$P(A) = \frac{N_A}{N\Omega}$$

عدد الحالات المواتية
عدد الحالات الممكنة

أو

مسئلة اختبار ٣٢

١٤٦ صندوق بداخله ٢٠ ورقة مماثلة في الشكل واللون مرقمة من ١ إلى ٢٠ اختيرت من الصندوق ورقة واحدة عشوائياً ما هو احتمال ان يكون رقم زوجي؟
المجموع الكلي للاعداد أو (الاحتمالات) = ٢٠

الاعداد الزوجية التي تقع بين ١ و ٢٠ هي { ٢ ٤ ٦ ٨ ١٠ ١٢ ١٤ ١٦ ١٨ ٢٠ }

٢٠ ÷ ١٠ = ٢ (الاختيار الأخير : ..)

١٤٦ صندوق بداخله ٢٠ ورقة مماثلة في اللون والشكل مرقمة من ١ إلى ٢٠ اختيرت من الصندوق ورقة واحدة عشوائياً ما هو احتمال ان يكون عليها رقم يقبل القسمة على ٣؟

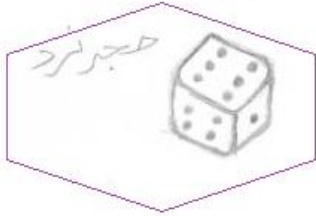
المجموع الكلي للاحتمالات = ٢٠

الاعداد التي تقبل القسمة على ٣ هي { ٣ ٦ ٩ ١٢ ١٥ ١٨ }

٢٠ ÷ ٦ = ٣

اسئلة اختبار ٣٣ ١٤هـ

٤٠ ارضي حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال الحصول على رقم $P(A > 2)$ يساوي :-



الاعداد في حجر النرد من ١ الى ٦
والاعداد التي اكبر من ٤ فيه هي ٤ ارقام {٦, ٥, ٤, ٣}

∴ $6 \div 4$ فقره (ج)

الحل في ص ١٧ من ملخص ورود

*الإحتمالات تقع بين صفر و واحد :

إذا كان حاصل القسمة ١ فإنه احتمال
مؤكد
وإذا كان حاصل القسمة صفر فإنه احتمال
مستحيل

*أنواع الحوادث ...

(1) حادث بسيط :-

أي حدث واحد فقط (مثل السابق) ، (عدد زوجي مهندس ماحسره)

لا يمكن توزيعها لحوادث فرعية بحسب $\frac{3}{n}$ ، $PA\left(\frac{N_A}{N_Q}\right)$

(2) حوادث مركبة :-

أي حدث حوادث مثل احتمال ان يكون لدينا مهندس أو اقتصادي ، احتمال وجود

مهندس يحمل شهادة دكتوراه ، احتمال ان يكون طالباً متزوج

الحوادث المركبة تحسب بقانونين :-

(قانون الجمع وقانون الضرب)

* قانون الجمع ..

(1) حوادث متنافيه ..

حصول الحادث التي لا يمكن أن تقع معاً
في وقت واحد ،

مثال :-

إذا رسمت عملة وظهرت صورة هذا يعني
ظهور الكتابه

القانون :-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(2) حوادث غير متنافيه ..

حصول الحادث التي يمكن أن تقع معاً

مثال :-

اختيار مهندس لا يعني أن يكون مخرج

القانون :-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

6

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

أسئلة إختبار (1433) ..

أيتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من ٥ محاسبين و ٧ مهندسين و ٣ اقتصاديين
أختبر ما هي الطريقة العشوائية وما هو احتمال أن يكون من تم اختيارهم محاسب أو اقتصادي
دائماً كلمة أو يعني **مجمع** ٦ هو حدثين (محاسب ٦ اقتصادي) : مركب
+ لا يمكن اختيارهم في نفس الوقت : متنافيه

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\frac{8}{10} = \frac{3}{10} + \frac{5}{10} \Leftrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

٥ هي مجموع
الأعضاء مجلس
الإدارة ..

(9)

حذوق به أخله ٢٠ ورقه متماثلة في الشكل واللون مرقمه من ١ إلى ٢٠
أخترت من الحذوق ورقه واحده عشوائياً ما هو احتمال أن يكون عليها
رقم يقبل القسمة على ٣ أو ٤ ؟
أو يعني **مجمع** ٦ حدثين (٣ ٤) : مركب لا يمكن أن يكون هناك الحد تقبل
القسمة على ٣ ولا معاً في الأعداد التي تقع بين ١ و ٢٠ : متنافيه

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

الحل :- الأعداد التي تقبل القسمة على ٣ وهي بين ١ و ٢٠ : ٣ ٦ ٩ ١٢ ١٥ ١٨ : ٦ عددها ٦

الأعداد التي تقبل القسمة على ٤ وتقع بين ١ و ٢٠ : ٤ ٨ ١٢ ١٦ : ٤ عددها ٤

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\frac{7}{20} = \frac{6}{20} + \frac{4}{20}$$

*من أسئلة 1433..

(27) وهو نفس السؤال الثاني من أسئلة ١٤٣٤ السابق حله ولكن اختلفت الخيارات انه وضع ناتج القسمة اي قيمه $\frac{1}{10}$ بعد القسمة وهي = 533

*قانون الضرب ..

1) مستقلة ..

هي الحوادث التي لا تؤثر ولا تتأثر
بغيرها من الحوادث .

مثال :- ذهاب الاب والابن الى الحديقة لا يؤثر
ذهاب احدهم على الآخر .

القانون :- احتمال حدوث P و Q

و يعني ضرب
 $P \times Q = (P) \times (Q)$

2) غير مستقلة ..

هي الحوادث التي يؤثر وتتأثر
أو هي الحوادث التي يصعب احدها على الآخر

مثال :- احتمال ذهاب الابن بشرط ذهاب الاب

القانون :- $P \times Q = (P) \times (Q)$

شرط

في من نحن اسعد الاحتمال الشرطي
حالة من محتوى ورود

*من أسئلة 1433..

(12) اذا كان احتمال نجاح احمد في المحاسبة هو 8 و احتمال نجاح خالد في المحاسبة 6 فما هو احتمال

نجاح احمد وخالد معاً في المحاسبة (X: احمد 6 ، Y: خالد)

و :- ضرب

نجاح خالد لا يشترط نجاح احمد

$P \times Q = (P) \times (Q)$

آخر اختيار $P(X,Y) = P(X) \times P(Y) = 8 \times 6 = 48$

(6) اذا كان $P(X,Y) = P(X)P(Y)$ فان X, Y تسمى حوادث غير مستقلة

(42) اعز زمي علمه متوازنه مرتين فإن النواتج الممكنة هي HH, HT, TH, TT واذا قيمه $P(HH)$ تساوي
متساوية مثال ٣٣ ما فهمت السؤال والراجع الاختيار P

(45) نفس سؤال ١٣ :-

*فراغ العينه ..

التعريف :- هو عدد الحالات الكلية لتجربه

مثال :-

إذا قبل رميت عليه مره واحده
فراغ الصيده = ٢

العمله فيها وجهان صوه + كتابه "وهي الحالات الكليه"

☆ إذا قال رميت ثلاث مرات

فراغ الصيده = ٣

☆ وإذا قبل رميت خمس مرات

فراغ الصيده = ٥

وهكذا .. وإذا كان حجر نضع "6" بدل من "2" والاس يكون بحسب عدد الرميات

* أسئلته 1433 ..

17) عند القاء قطعه نرد سليمه مره واحده فقط فإن فراغ الصيده يساو
٦ حالات

لأنها ٦ اوجه وهي المحتمل أن تظهر حذفت مره واحده :: ٦

18) عند القاء قطعه عليه سليمه ٥ مرات فإن فراغ الصيده يساو ::
٣٢ حاله

العمله فيها وجهين ورميت خمس مرات :: ٢ = ٣٢

المتوسط الحسابي والتباين

المتوسط الحسابي:

هو قيمة متوسطة

التباين:

أي التشتت والتباعد

المتوسط الحسابي
إذا كان لشيء يرمز له
X
أما إذا كان لمجموعة يرمز له
لا ويسمى صيغ

لا وهو مجموعة قيم
س (احتمالاتها)

- المتوسط الحسابي يرمز له بالرمز

$$\bar{x} = \sum x_i \cdot f(x_i)$$

$$\bar{x} = \sum x_i \cdot f(x_i)$$

- التباين:

$$\sigma^2 = \sum x_i^2 \cdot f(x_i) - (\bar{x})^2$$

يرمز لتباين σ^2 (يسمى سيجما) = مجموع قيمة x_i^2 احتمال $f(x_i)$ - المتوسط الحسابي $\bar{x}$

$$\sigma^2 = \sum x_i^2 \cdot f(x_i) - \bar{x}^2$$

- الانحراف المعياري:

$$\sigma$$

- معامل الاختلاف النسبي:

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$



س: اخصي المتغير حسب ما وجد في السؤال ومن الممكن ان تكون سالبه

ح(س) لا يمكن ان يكون عدد سالبه وان كان يساوي الصفر: مستحيل

وان كان يساوي 1: مؤكد

مجموع ح(س) لابد ان يكون = 1

*التوزيعات الاحتمالية

انواع التوزيعات :-

(1) توزيعات متقطعة مثل :- لا تقبل الكسور مثل "عدد الطلاب"

توزيع ذو الحدين

ب- توزيع بواسون

(2) توزيعات متصلة مثل :- تقبل الكسور مثل "الاطوال, الأعمار"

٢- التوزيع الطبيعي

توزيع ذو الحدين :- الناتج احتماليين **

يكون ناتج احتمال احتمالين فقط مثل (متزوج - غير متزوج) (صورة 6 كلبه)

الناتج يكون احدا من اثنين فقط لاثالث لهما

*من أسئلته 1433..

33. تصنفنا عينه من العمال الى مدخن وغير مدخن هي تجريبه خاصه لتوزيع :-

توزيع ذو الحدين . لانه اختياريين لاثالث لهما

☆ قانون احتمال ذو الحدين :-

(ق) توافق, ner, كل ما هو مقدار ثابت وهو احتمال وقوع الحدث

إذا كان مجهول فإن قيمته = 5, ومن الممكن تطبيق قانون المتوسط السابق

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$$

☆ قانون القيمة المتوقعة لذو الحدين (للمتوسط الحسابي)

$$\mu = np$$

$$\mu = np \text{ أو } \mu = n \cdot p$$

☆ التباين :- $\sigma^2 = np(1-p)$

☆ الانحراف المعياري :-

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

او

$$\sqrt{\sigma}$$

*مثال ..

س	ح (س)	س ح (س)	س ح (س)
0	16	0	0
1	48	48	48
2	36	72	1,44
Σ	1	1,2	1,92

المطلوب :- الوسط الحسابي والانحراف المعياري ومعامل الاختلاف النسبي

(1) نكمل الجدول (س ح (س) 6 س ح (س)

(2) الوسط الحسابي هو قيمة مجموع س ح (س) = 1,2

(3) الانحراف المعياري من التباين لأخذ جذره التباين = 1,92 - (1,2)² = 48 وبأخذ الجذر = 6,92

(4) معامل الاختلاف = $100 \times \frac{6,92}{1,2} = 57,7$

(ل) قيمه الاحتمال في ذو الحدين ← أما تكون معطاه في السؤال و

تتوخى مباشره في القانون وان لم يعط الاحتمال في ذو الحدين فهو

قيمه ثابتة = $\frac{1}{2}$ والسبب ان ذوا الحدين يكون له احتمالين فقط فيقسم بالمتوسط

قانون الاحتمال والمتوسط والتباين والانحراف لذوا الحدين نفس قانون المتوسط 

الحسابي السابق ~~هو~~ لعوضنا في أحد القانونين يعطينا نفس الناتج

يحدد شكل توزيع ثنائي الحدين وفقاً لقيمة احتمال النجاح كما يلي :-

* إذا كانت $p = 0.5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون متماثل

* إذا كان $p < 0.5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون **موجب الالتواء**

* إذا كان $p > 0.5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون **سالب**

علاوة على ذلك نتائجنا بين إوحضر (أي لا توجد قيم سالبه) 

مثال..

باستخدام توزيع ذو الحدين يمكننا إيجاد احتمال الحصول على 4 صوره في 6 صيات لهدله

متوازنه.. يمكن حلها بالقانونين :-

$$p(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \quad \text{حيث } (n) = \frac{n!}{x!(n-x)!} \quad \text{نقاي } x(1-x) \quad \text{ن-س}$$

الاحتمال :-

$$x(4) = \frac{6!}{4!(6-4)!} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^{6-4} = \frac{15}{64} \times 0.625 \times 0.25 = 0.23 \quad (5, \text{ ثابت في ذي الحدين إذا لم يذكر})$$

المتوسط الحسابي :- $\bar{x} = np$

$$3 = \frac{1}{2} \times 6$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{np(1-p)} \quad \text{أو } \sqrt{n(1-p)}$$

$$\sqrt{3} = \sqrt{6 \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{3}$$

أسئله الاختبار .. (س35) ← اعظم ما يكون معامل الارتباط = -1 كما وان العلاقة

قيمه خارجيه لاننا معامل الارتباط يعبر عن القيمه او حفره يمكن أن تكون سالبه

التوزيعات المتصلة ..

بعض التوزيعات الاحتمالية المتصلة التي لها دوال كثافة احتمال محددة :-

(1) - التوزيع الطبيعي

(2) - التوزيع الطبيعي المقاييسي المعياري

(3) - توزيع t

التوزيع الطبيعي ..

مميزاته :- أكثر التوزيعات الاحتمالية المتصلة استخداماً في النواحي التطبيقية

تقريبه :- هو توزيع احتمالي متصل، جبري الشكل متماثل حول الوسط الحسابي ويمتد إلى ما لا نهاية

* خصائصه ..

- ذا قوسي الشكل، توزيع متصل

- ميل المنحنى إلى القمة عند ما تكون قيمه $x =$ الوسط الحسابي

- عند قمة المنحنى الوسط = المتوسط الحسابي

- طرقي المنحنى إلى ما لا نهاية فلا يلتقيان مع المحور الأفقي

- إجمالي المساحة تحت المنحنى أي احتمال وهي = 1

- مساحته موزعة مثل المساحة بين $68 = 0 \pm 1$ و $95 = 0.2 \pm 1$

$99 = 0.3 \pm 1$

ولأن قانون التوزيع الطبيعي حسب التطبيق فإننا نلجئ إلى

التوزيع الطبيعي المقاييسي (المعيارى) :-

$$\text{القانون :- } z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad \text{أو} \quad y = \frac{y - \mu}{\sigma}$$

وهي تجريد القيم من الوحدات (سم، كم، ملم) أي قياس

* إختصار طريقه الحل في مسائل التوزيع الطبيعي ..

✳ إذا أتى السؤال مباشر مثل (أوجد احتمال أن Z أكبر أو أصغر من x) طريقه الحل هي إيجاد قيمة x من الجدول ونطرح منها 1

مثال ..

أوجد احتمال أن يكون Z أكبر من 1.64 "من الجدول الطبيعي"
إذا كان العدد المكتوب بعد الفاصله من عشره (صفر واحد فقط) أو صفر
فنوجد قيمته عند الصفر بجزء أن يكون العدد 1.6 فنجد القيمة من جدول Z
1.6 عند الصفر ولكن هناك عدد آخر من مائه فنوجد قيمة 1.6 عند 0.04
وهي 9495 و $1 - 0.0495 = 0.9505$ (دائماً نطرح 1)

✳ إذا كان احتمال Z بين قيمتين مثل (أوجد احتمال أن تقع Z بين x_1 و x_2)

طريقه الحل هي إيجاد قيمة $x_2 + x_1$ من الجدول ثم $1 -$ مثل سابقتها إلا أن بعض التمارين يضاف لها فكره في السؤال ..

* مثال ..

افترض أن إدارة المرور بالأحساء وضعت جهاز الرادار على طريق الدمام عند مدخل المبرز وذلك لضبط السيارات المسرعه في فترة معينة من اليوم افترض أن X تمثل السرعة في الساعة للسيارة التي تمر بجده المبرز في فترة عمل الرادار إذا كانت X تتوزع توزيعاً معتمداً وسطه الحسابي 60 ميل وسدائنه 25 ميل أوجد نسبة السيارات التي تكون سرعتها بين 40 ميل و 77.45 ميل في الساعة ...

الحل: 1/ نلاحظ أن المعطى التباين وليس الانحراف المعياري $\sigma^2 = 25$

$$Z = \frac{U - X}{\sigma} \quad 1 \leq X \leq 77.45 \quad (60 \leq X \leq 77.45)$$

$$60 = U \quad \sigma = \sqrt{25}$$

$$0 = \frac{60 - 60}{\sqrt{25}} \quad 3.49 = \frac{77.45 - 60}{\sqrt{25}}$$

قيمة 0 في الجدول $Z = 5$ و قيمة 3 عند 4 في الجدول $Z = 998$

(ليس قلنا قيمة 3 عند 4 و لان آخر قيمة في جدول Z و 3 فناخذ 04 و عاصودياً و 3 افقى
أما بقية أرقام فكما في المثال السابق)

نشكل الكل: 5 و 4988 = 9988 و 4988 = 1 - 4988 و

*** أسئلة الاختبار ..**

2.1) إذا كان متوسط الدرجات في اختبار الاحصاء 70 درجة في انحراف معياري 10 درجات

و على فرض ان الدرجات متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي اختبار احد الطلاب عشوائياً

مكتوب أكثر من لو كتب على الأكثر لكأنت
الإشارة أصغر من

ما هو احتمال ان يكون حاصلاً على أكثر من 80 درجة؟

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{80 - 70}{10} = 1$$

$$Z = \frac{80 - 70}{10} = 1$$

ومن جدول Z فإن 1 = 0.8413 و

*** الناتج فقره (ب)**

علماً ان في القاري يطرح لمن هذه القيمة اي 8413 و 1 = 0.8413 و

هذا الناتج المفروض يكون (نفس الفكرة موجوده ص 43)

24) عنه ما يتساوى الوسط الحسابي والمعدل والوسيط فإن نحن التوزيع يكون:

متماثل (توزيع طبيعي)

توزيع t ستودنت ..

هو متغير عشوائي متحمل بقياس المتغيرات الصغيرة التي اقل من 30

خصائصه:

- يتوزع بمعدل واحد وصي درجة الحرية

- في الاستقاف لا تحتاج الى الانحراف المعياري

- شكل القانون $t = \frac{X - \mu}{s/\sqrt{n}}$

طريقة الكل من الجدول، إذا قال بديل يعني ون تال ون بديلين تو تال ننظر للعدد الذي في الأعلى

شرح الدكتور سلطان في التوزيع الطبيعي .

التطبيق القانون

$$Z = \frac{\mu - X}{\sigma}$$

٢/ نأخذ الناتج ونمثله على المنحنى

ونمثله (القيم الموجبة جهة اليمين والقيم

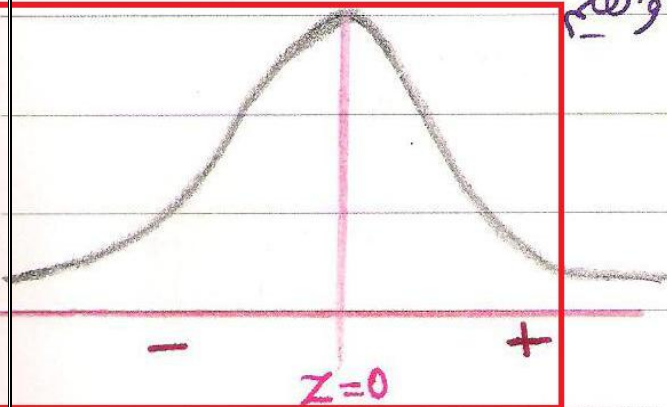
السالبة جهة اليسار)

يجب مراعاة الأسرار $> 6 < 0$

إذا كان المطلوب في الجهة على اليمين

∴ 5 ونظره من القيمة

وإذا كان المطلوب في الجهة اليسار - 5 ومن الناتج



"الإستنتاج الإحصائي و التحليل الإحصائي"

هو استنتاج معلومات تخص المجتمع عن طريق عينه
او تقسيم معلومه تخص عينه على المجتمع .
له قسمان ..

اختبار الفروض

نظرية التقدير الإحصائي

نظريه طرق التقدير ..

تقسم قمة عينه على المجتمع
مثل: عدد البطالة في المجتمع تأخذ عينه من المجتمع ونجري عليها الدراسة ثم نعممها

تنقسم لقسمين ..

التقدير بنقطه

وحيده القيمه "

التقدير بنقطه :-

يعمم القيمه في العينه على المجتمع مثل متوسط عمر افراد المجتمع تأخذ عينه
ونجري عليها دراسة ونعممها .
 $\bar{x} = \text{متوسط العينه المعلومه}$

التقدير بفتره الثقه :- وهو ادق من السابقه وهي المعقول بها .

وهو تقسيم النسبه او المتوسط بين قيمتين حد علوي وحد سفلي . (اعلى وادنى)
وهو ناتج عن الخط العشوائي او خطأ العينه

أولاً : تقدير متوسط المجتمع بفتره الثقه

القانون للحث + $\frac{e}{n}$
نسبة اوسط حثي ك ع {الاخلاف المعياري}
+ الحد الأعلى ك - الحد الأدنى ك ن حجم العينه

ي :- لها قيم ودرجات معياريه شائعها الاستفهام :- عند مستوى ثقته :-

٩٠٪ $\leq Y \leq ٩٦٪$ و ٩٥٪ $\leq Y \leq ٩٩٪$ و ٩٨٪ $\leq Y \leq ٩٩٪$

من أسئلته الإختبار..

13. في إحدى الشركات سحبت عينه من ١٠٠ موظف وكان متوسط العمر

٣٢ سنة باخلاف معياري ٥ سنوات قدر متوسط العمر للموظف في هذه

الشركة بدرجة ثقة ٩٥ % :-

$$N=100 \quad \bar{X}=32 \quad S=5 \quad 95\% \leq Y \leq 96$$

$$\text{القانون: } \bar{X} \pm t_{\alpha/2} \times \frac{S}{\sqrt{N}}$$

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2} \times \frac{S}{\sqrt{N}} = 32 \pm 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{100}}$$

$$32 \pm 0.98 = 31.02 \text{ و } 32.98$$

$$32 \pm 0.98 = 31.02 \text{ و } 32.98$$

$$31.02 \text{ و } 32.98$$

ثانياً: تقدير النسبة فالمجتمع بفترة الثقة..

$$\text{القانون: } \bar{X} \pm t_{\alpha/2} \times \frac{S}{\sqrt{N}}$$

$$\bar{X} = \text{حجم العينة} \quad S = \text{في المجتمع}$$

ي لها قيمتان :-

$$95\% \leq Y \leq 96 \quad 99\% \leq Y \leq 98$$

11. في جامعة الملك فيصل اختارت عينه من ٢٥٠ كان عدد المنتسبين بها ٥٠ طالب

قدر نسبة الطلاب المنتسبين في الجامعة بدرجة ثقة ٩٥ % :-

$$\text{القانون: } \bar{X} \pm t_{\alpha/2} \times \frac{S}{\sqrt{N}}$$

$$N=250 \quad \bar{X}=20 \quad S=5 \quad 95\% \leq Y \leq 96$$

$$20 \pm 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{250}} = 20 \pm 0.62 = 19.38 \text{ و } 20.62$$

$$20 \pm 0.62 = 19.38 \text{ و } 20.62$$

$$19.38 \text{ و } 20.62$$