

المحاضرة الأولى

المجموعات

تعريف المجموعات وأنواعها والعمليات المرتبطة بها

الجزء الأول



تعريف المجموعة:

المجموعة : هي تجمع من الأشياء أو العناصر المحددة تماماً. وقد تكون هذه الأشياء أعداداً أو أشخاصاً أو أحداثاً أو أي شئ آخر.

رمز المجموعات حروف كبيرة مثل:

A, B, C, ...

الأشياء التي تتكون منها المجموعة تسمى عناصر المجموعة و ترمز لها بواسطة حروف صغيرة مثل:

a, b, c, ...



يستخدم الرمز ϵ "ينتمي إلى" ليعين عناصر المجموعة ،

ملاحظة : تعد دراسة المجموعات ذات أهمية كبيرة في دراسة العلاقات والدوال.



أنواع المجموعات:

1- المجموعة الخالية:

وهي مجموعة الأعداد الصحيحة التي بين العددين 0, 1 مجموعة خالية,

2- المجموعة المنتهية:

المجموعة التي تكون عناصرها محدودة.

3- المجموعة غير المنتهية:

المجموعة التي تكون عناصرها غير محدودة.

4- المجموعة الكلية:

هي المجموعة التي تدرس جميع المجموعات باعتبارها مجموعات جزئية منها، ويرمز لها بالرمز U .



5- المجموعة الجزئية:

فنقول عن مجموعة A أنها مجموعة جزئية subset من مجموعة B إذا كان كل عنصر ينتمي إلى A ينتمي إلى B ونعبر عن هذا بكتابة

6- تساوي المجموعات:

تكون المجموعتان A، B متساويتان إذا كانت

$$A \subseteq B, B \subseteq A \Rightarrow A = B$$



العمليات على المجموعات:

• الاتحاد

اتحاد المجموعتين A ، B ($A \cup B$) هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A أو في B أو في كليهما.

• التقاطع

تقاطع المجموعتين A ، B ($A \cap B$) هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A و في B معاً. أي العناصر المشتركة بين A و B .



أشكال فن VIN Figures

يمكن تمثيل المجموعات والعمليات المختلفة عليها من خلال استعمال اشكال هندسية تسمى أشكال فن وذلك وفق ما يلي:



تعريف الاحتمالات: "هو مقياس لامكانية وقوع حدث (Event) معين"

التعريف التقليدي للاحتمالات : Classical Probability Definition

لأي حادثة A فإن احتمال حدوثها يمثل نسبة عدد حالات ظهورها إلى عدد حالات ظهور فراغ العينة الكلي

1- التجربة العشوائية Random Experiment :

هي تلك التجربة التي تكون جميع نتائجها معلومة مسبقاً ولكن لا يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة مؤكدة

2- الحادث والفراغ العيني:

فراغ العينة هو المجموعة الشاملة التي تحتوي على جميع النتائج الممكنة للتجربة

العشوائية ويرمز له بالرمز Ω ويطلق عليه الحالات الممكنة Possible Cases

الحادثة هي مجموعة جزئية من فراغ العينة وتمثل مجموعة النتائج التي تحقق الحدث

3- الحالات الممكنة (Possible Cases)

هي الحالات أو النتائج المختلفة التي يمكن أن تظهر نتيجة لإجراء تجربة معينة،
فمثلاً عند رمي قطعة عملة تكون نتيجتها صورة أو كتابة ،



4-الحالات المواتية (Favorable Cases)

هي النتائج او الحالات التي تؤدي إلى تحقيق الحادث الذي هو موضع اهتمامنا،

5-الحالات المتماثلة (Equally Likely Cases)

حالات متماثلة أي يكون لكل منها نفس النصيب في السحب.

6-الحوادث المتنافية (Mutually Exclusive Events)

يقال عن الحادثين أنهما متنافيان إذا استحال حدوثهما معا.

7-الحوادث المستقلة (Independent Events)

يعتبر الحادثين مستقلين إذا كان وقوع إحداهما أو عدم وقوعه لا يؤثر في وقوع الآخر

8-الحوادث الشاملة (Exhaustive Events)

تسمى الحوادث A ، B ، C ... حوادث شاملة في تجربة ما إذا كان لابد من حدوث إحداها عند إجراء التجربة.



المتغير العشوائي Random Variable:

المتغير العشوائي هو الذي يأخذ قيما حقيقية مختلفة تعبر عن نتائج فراغ العينة، وينقسم المتغير العشوائي إلى قسمين هما:

- المتغيرات العشوائية المنفصلة Discrete Random Variables
- المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة) Continuous Random Variables

المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة):

المتغير العشوائي المنفصل هو الذي يأخذ قيم بينية، ومتباعدة، ويرمز للمتغير العشوائي بشكل عام بحرف من الحروف الأبجدية الكبيرة X, Y, Z, \dots ويرمز للقيم التي يأخذها المتغير بالحروف الأبجدية الصغيرة، x, y, z, \dots

المتغيرات العشوائية المستمرة Continuous Random Variables

المتغير العشوائي المستمر هو الذي يأخذ قيما متصلة، ويأخذ عدد لانهاهي من القيم الممكنة له داخل مجاله



التوزيعات الإحتمالية للمتغيرات المتصلة:

أ- التوزيع الطبيعي:

هو توزيع احتمالي متصل، وهو جرسى الشكل ومتماثل حول الوسط الحسابي، ويمتد إلى ما لا نهاية في الاتجاهين، هو أفضل وأكثر التوزيعات الاحتمالية المتصلة استخداماً في النواحي التطبيقية،

ب- التوزيع الطبيعي القياسي المعياري):

هو توزيع طبيعي وسطه الحسابي 0 وانحرافه المعياري 1 ولإيجاد الاحتمالات (المساحات) في مسائل تحتوى على التوزيع الطبيعي ، فإننا نحول أولاً قيم x إلى قيم z المناظرة لها.

ج - توزيع student t:

توجد عائلة أخرى من المتغيرات العشوائية المتصلة المستخدمة في الإحصاء الاستدلالي وهي مجموعة المتغيرات العشوائية t ويعتبر وليم جوست $w.s. Gosset$ هو أول من درس تلك المتغيرات حيث سجل نتائجه عام 1908 تحت اسم مستعار هو $student$ ولذلك يسمى توزيع t في بعض الأحيان بتوزيع ستيودنت.

ويرمز لهذه العائلة من التوزيعات بالرموز ($t_1, t_2, t_3, \dots, t_{df}$) كما يرمز لدرجات حريتها بالرمز V حرف إغريقي ينطق نيو) وهي تأخذ القيم $(df, \dots, 1, 2, 3)$



تهتم نظرية العينات بدراسة العلاقة بين المجتمع والعينات المسحوبة منه فيما يسمى **بالاستدلال الإحصائي statistical inference**

يعتبر **الاستدلال الإحصائي** من أهم الأدوات المساعدة على اتخاذ القرارات في الاقتصاد والأعمال والعلوم، ويشمل الاستدلال الإحصائي اختبار الفرضيات والتقدير.

ولكى يكون التقدير (واختبار الفروض) سليماً، ينبغي أن يبنى على عينة ممثلة للمجتمع، ويمكن تحقيق ذلك **بالمعينة العشوائية**، حيث يكون لكل مفردة فى المجتمع فرصة متكافئة للدخول فى العينة.

من أشهر الطرق لأخذ العينات هي العينة العشوائية

تنقسم العينات عادة إلى قسمين

1. العينات العشوائية:

وهي تلك العينات التي يتم اختيار مفرداتها حسب خطه إحصائية لا يكون فيها للباحث أو لمفردات العينة دخل في اختيار أي مفردة فيها.

2. العينات غير العشوائية:

وهي تلك العينات التي لا تكفل لجميع مفردات المجتمع احتمال ثابت ومحدد للاختيار، وغالباً يتدخل الباحث في عملية الاختيار بصورة أو بأخرى



أ - العينات الاحتمالية:

العينة العشوائية	جميع عناصر المجتمع لها نفس الفرصة في الظهور في العينة
العينة الطبقية	يقسم المجتمع إلى طبقتين على الأقل ثم نختار العينة من كل منهما
العينة المنتظمة	نختار نقطة بداية من المجتمع ثم نختار العنصر الموجود على بعد ثابت من هذه النقطة
العينة العنقودية	يقسم المجتمع إلى مساحات أو أجزاء ثم نختار عشوائياً بعض هذه المساحات، ثم نختار جميع عناصرها بالعينة.



ب - العينات غير الاحتمالية:

عينة الصدفة	يتم اختيارها عن طريق الصدفة
العينة العمدية (القصدية)	يتم اختيار أفراد العينة تحت شروط معينة لتحقيق الهدف من التجربة
العينة الحصية	يقسم المجتمع إلى أجزاء ثم نختار العينة من كل جزء من أجزاء المجتمع وفقاً للنسب المحددة



أخطاء البيانات الإحصائية:

1. **خطأ التمييز أو التحيز:** وهو ذلك الخطأ الناتج عن مصادر متعددة، منها أخطاء في تصميم البحث أو التجربة.
2. **خطأ المعاينة العشوائية أو خطأ الصدفة:** وهو الخطأ الناتج عن فروق الصدفة بين مفردات المجتمع التي دخلت العينة وبين تلك المفردات التي لم تشأ الصدفة أن تدخل العينة



العوامل المحددة لحجم العينة:

• درجة التباين في خصائص مجتمع الدراسة.

• طريقة التحليل المعتمدة.

• حجم المعلومات المطلوبة

• المصادر المالية والبشرية المتوفرة

• حدود الثقة في تقديرات خصائص مجتمع الدراسة

• حالات الإخفاق وعدم الاستجابة

توزيع المعاينة: هو ذلك التوزيع التكراري لأحد التوابع الإحصائية المحسوب من بيانات العينات العشوائية ذات الحجم الواحد والتي يمكن سحبها من مجتمع إحصائي واحد .



التقدير الإحصائي: هو عملية استنتاج أو تقدير أحد معالم المجتمع (مثل الوسط الحسابي أو الانحراف المعياري) بناءً على بيانات عينة مسحوبة من المجتمع .

وهناك نوعان (أو أسلوبان) للتقدير:

- الأول تقدير النقطة (أو القيمة الواحدة)
- الثاني تقدير الفترة (أو فترة التقدير أو الثقة)

$Z =$ هو معامل الثقة (أو الدرجة المعيارية) المقابل لدرجة الثقة المطلوبة، ونحصل عليها من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

$\{\sigma^2\} =$ هو تباين المجتمع (أو مربع الانحراف المعياري).

$e =$ هو أقصى خطأ مسموح به في تقدير الوسط، وهو عادة ما يحدده الباحث، وتتوقف قيمته على أهمية الموضوع أو الظاهرة السياسية المراد دراستها، ومدى الدقة المطلوبة في التقدير، ويسمى اختصاراً "الخطأ في تقدير الوسط".



درجة الثقة	معامل الضرب في الخطأ المعياري (معامل الثقة)
68.26%	1
95.44%	2
99.72 %	3

ولذلك فإن هذا المعامل هو الذي يسمى "معامل الثقة" فبناء على درجة الثقة المطلوبة يتحدد معامل الثقة.



معامل الثقة Z	درجة الثقة
1	68.26%
1.65	90%
1.96	95 %
2	95.44%
2.58	99%
3	99.72%



شروط توزيع t :

- ويمكن تحديد الشروط الثلاثة لاستخدام توزيع t كما يلي:
1. أن يكون المجتمع المسحوبة منه العينة له توزيع طبيعي.
 2. والانحراف المعياري للمجتمع غير معروف (أو مجهول).
 3. والعينة صغيرة (حجمها أقل من 30 مفردة).



فالإحصاء المعلمي: اساليب احصائية تتطلب افتراضات محددة عن طبيعة التوزيعات الاحتمالية للمجتمع

(مثل حساب الوسط الحسابي كمقياس للنزعة المركزية)

أما الإحصاء اللامعلمي: اساليب احصائية تتطلب افتراضات أقل عن طبيعة التوزيعات الاحتمالية للمجتمع

(مثل حساب الوسيط كمقياس للنزعة المركزية)



الفرضية الصفرية (فرضية العدم) H_0 (Null Hypothesis) :

هي الفرضية التي ننطلق منها ونرفضها عندما تتوفر دلائل على عدم صحتها،

الفرضية البديلة H_a (Alternative Hypothesis) :

هي الفرضية التي يضعها الباحث كبديل عن فرضية العدم و نقبلها عندما نرفض فرضية العدم باعتبارها ليست صحيحة بناء على المعلومات المستقاة من العينة.

هناك ثلاث حالات مختلفة لمنطقتي القبول والرفض (كما أوضحنا ذلك من قبل عند الحديث عن أنواع اختبارات الفروض) وهي :

الأولى: إذا كان الفرض البديل يأخذ شكل "لا يساوي"

الثانية: إذا كان الفرض البديل يأخذ شكل "أكبر من"

الثالثة: إذا كان الفرض البديل يأخذ شكل "أقل من"

