

هاني
عرب



مبسر مبادئ الرياضيات الجامعية

MATH 114

الطبعة الثالثة
1429هـ

إعداد / هاني عرب

haniharab@hotmail.com

ملتقى البحث العلمي

Rendezvous Scientific Researches

www.rsscrrs.com



هذا العمل للجميع ولا يباع بل ينسخ فقط
وقيمته دعوة بالهداية لك ولي

بسم الله الرحمن الرحيم

ميسر مبادئ الرياضيات الجامعية

MATH 114

تنويه هام

عزيزي الطالب / عليك الرجوع إلى الخطة الدراسية لمادة مبادئ الرياضيات، لمعرفة ما إذا كانت هناك بعض الفصول محذوفة من هذه المذكرة مع التنويه أنه هناك بعض فصول هذه المذكرة محذوفة بالنسبة لطلاب وطالبات الانتساب.

على الطالب الرجوع إلى الكتاب المقرر واستنكار المواضيع المقررة في الكتاب، ثم الاستعانة بالمذكرة بعد الله سبحانه وتعالى، فالمذكرة عبارة عن تبسيط للمادة وتشرح أهم النقاط المراد فهمها من المنهج المقرر ولا تغني بأي حال من الأحوال عن الكتاب المقرر.

الطبعة الثالثة

١٤٣٠ هـ

عدد الصفحات ٨٠ صفحة

هذا العمل للجميع ولا يباع بل ينسخ فقط
وقيمته دعوة بالهداية لك ولي

أسأل الله التوفيق والسداد فإن أصبت فذلك بفضل الله ومِنَّةٍ وَإِنْ أخطأت

فالرجاء مراسلتي على البريد الإلكتروني

haniharab@hotmail.com

إعداد / هاني عرب

لتحميل نسختك المجانية

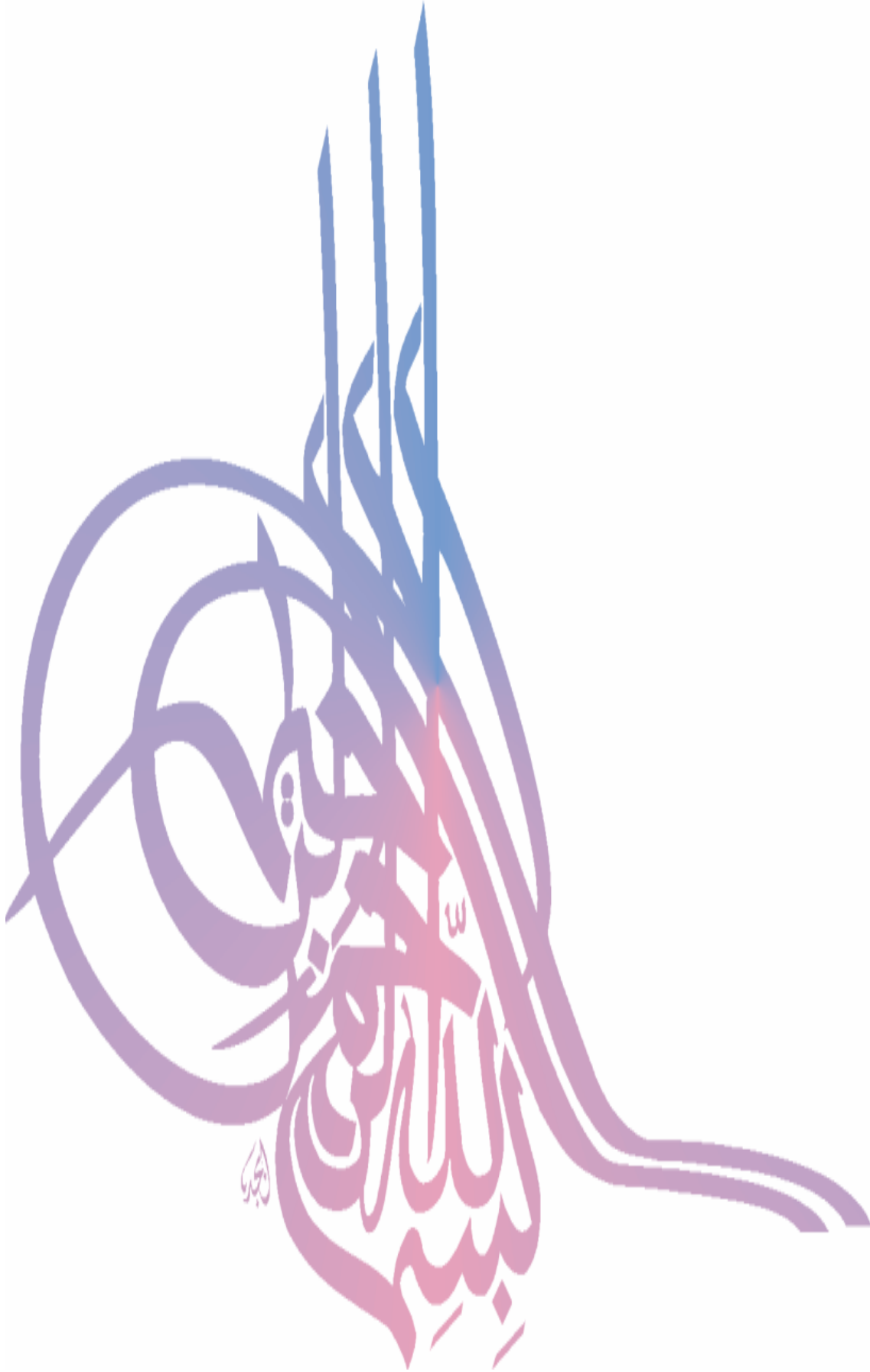
ملتقى البحث العلمي



www.rsscra.info

منتدى طلاب وطالبات جامعة الملك عبدالعزيز

www.mkau.net



المجموعات

تعريف:

المجموعة عبارة عن تجمع أشياء أو عناصر محددة تماماً قد تكون أشياء أو عناصر أو حروف ... إلخ، وقد اصطلح على تسمية كل فرد من أفراد المجموعة عنصر، وسنرمز للمجموعات بحروف كبيرة مثل S ، V ، E ، K ، وهكذا.

ويرمز لعناصر المجموعة بحروف صغيرة مثل p ، b ، j ، s ، v ، e ، وهكذا. وتوضع هذه العناصر داخل قوسين على الشكل $\{ \}$.

مثال:

المجموعة التي تحتوي على الأعداد $1, 2, 3, 4, 5, 6$ هي $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

تعريف: الرمز \in يدل على أن عنصر ما ينتمي إلى مجموعة ما.

مثال:

$2 \in S$ تعني أن العنصر 2 ينتمي إلى مجموعة S .

تعريف: الرمز \notin يدل على أن العنصر لا ينتمي للمجموعة المذكورة.

مثال:

$7 \notin S$ تعني أن العنصر 7 لا ينتمي إلى المجموعة S .

ملاحظة:

\emptyset مجموعة جزئية في أي مجموعة وتنتمي لأي مجموعة



المجموعة الخالية هي المجموعة التي لا تحتوي أي عنصر ويرمز لها بالرمز \emptyset أو $\{ \}$.

مثال: $\emptyset = \emptyset \cap \{2, 4, 6\}$

تعريف:

نقول أن المجموعة S مجموعة جزئية من المجموعة V ونكتب $S \subset V$ إذا كانت جميع عناصر المجموعة S تنتمي إلى المجموعة V .

مثال:

إذا كانت $S = \{1, 2\}$ ، $V = \{1, 2, 3, 4\}$

فإن $S \subset V$

تعريف:

تساوي المجموعة S والمجموعة V إذا احتويتا على نفس العناصر بمعنى أن أي عنصر ينتمي إلى S ينتمي إلى V وأي عنصر ينتمي إلى V ينتمي إلى S ونرمز لذلك بـ: $S=V$
وإذا كانت S لا تساوي V نكتب $S \neq V$

مثال:

أفرض أن $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ،
فإن $S=V$

تعريف (مجموعة القوى):

مجموعة كل المجموعات الجزئية من المجموعة S تسمى مجموعة القوى ، ونرمز لها بالرمز $Q(S)$ وتسمى أيضاً مجموعة أجزاء المجموعة.

مثال:

أفرض أن $S = \{a, b\}$ فإن المجموعات الجزئية من S هي: S ، \emptyset ، $\{a\}$ ، $\{b\}$ ، إذاً مجموعة القوى هي: $Q(S) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$.

تعريف:

تسمى المجموعة S مجموعة منتهية إذا كان عدد عناصرها محدداً ، وتسمى غير منتهية إذا لم تكن منتهية.

مثال: إذا كانت S هي مجموعة أيام الأسبوع فإن S مجموعة منتهية.

مثال: إذا كانت $S = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$ فإن S مجموعة غير منتهية.

ملاحظة:

إذا كانت S مجموعة منتهية عدد عناصرها m فإن عناصر مجموعة القوى $Q(S) = 2^m$

مثال:

عدد عناصر $S = \{1, 2, 3\}$ يساوي 3 ، إذاً عدد عناصر $Q(S) = 2^3 = 8$

العمليات على المجموعات:

① عملية الاتحاد:

تعريف:

اتحاد مجموعتين S ، E هو المجموعة المكونة من العناصر التي تنتمي إلى S أو E أو للمجموعتين معاً بدون تكرار العناصر ونرمز لها بالرمز $S \cup E$

مثال:

إذا كانت $S = \{٢، ب، ج، د\}$ ، $E = \{هـ، ن، ل\}$
فإن $S \cup E = \{٢، ب، ج، د، هـ، ن، ل\}$

بعض خواص عملية الاتحاد:

- ١- $S \cup S = S$
- ٢- $S \cup \emptyset = S$
- ٣- $S \cup E = E \cup S$
- ٤- $(S \cup E) \cup V = S \cup (E \cup V)$

② عملية التقاطع:

تعريف:

تقاطع مجموعتين S و E هو المجموعة المكونة من العناصر التي تنتمي إلى كل من S و E ، ونرمز لها بالرمز $S \cap E$

مثال:

إذا كانت $S = \{٢، ب، ج، د\}$ ، $E = \{٢، ج\}$
فإن $S \cap E = \{٢، ج\}$

بعض خواص عملية التقاطع:

- ١- $S \cap S = S$
- ٢- $\emptyset = \emptyset \cap S$
- ٣- $S \cap E = E \cap S$
- ٤- $(S \cap E) \cap V = S \cap (E \cap V)$

٣ الفرق بين مجموعتين:

تعريف:

الفرق بين مجموعتين S ، E هي المجموعة المكونة من العناصر التي تنتمي إلى المجموعة S ولا تنتمي إلى المجموعة E ويرمز لها بالرمز $S-E$
مثال:

$$\text{إذا كانت } S = \{P, B, J, E\}, E = \{H, B, J, W\} \\ \text{فإن } S-E = \{P, E\}$$

المجموعات العددية:

- ١- مجموعة الأعداد الصحيحة = $\{\dots, -3, -2, -1, \text{صفر}, 1, 2, 3, \dots\} = S$
- ٢- مجموعة الأعداد الصحيحة = $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} = T$
- ٣- مجموعة الأعداد الصحيحة محذوفاً منها الصفر = $\{1, 2, 3, \dots\} = S^*$
- ٤- مجموعة الأعداد النسبية = $\{S = \frac{B}{J}, B \in S, J \in S^*\} = N$
- ٥- مجموعة الأعداد غير النسبية مثل $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots$
- ٦- مجموعة الأعداد الحقيقية وهي جميع الأعداد النسبية وغير النسبية = H



$$P \cup B = \text{جميع العناصر الموجودة في } P, B$$

$$P \cap B = \text{العناصر المشتركة فقط (المتشابهة)}$$

$$P - B = \text{العناصر الموجودة في الأول وغير موجودة في الثاني.}$$

$$\bar{P} = \text{نحذف } P \text{ من المجموعة الشاملة } S \text{ ونسجل باقي عناصر } S$$

٤ ضرب مجموعتين:

مثال: إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $E = \{P, B\}$

$$S \times E = \{(P, 1), (B, 1), (P, 2), (B, 2), (P, 3), (B, 3)\}$$

تمرين رقم (١):

مثال رقم ١-١:

إذا كانت ش = {٨،٧،٦،٥،٤،٣،٢،١} ، P = {٣،٢،١} ، B = {٥،٤،٣} أوجد:

$$\{١،٥،٤،٣،٢\} = B \cup P$$

$$\{٣\} = B \cap P$$

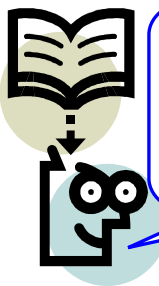
$$\{٢،١\} = B - P$$

$$\{٥،٤\} = P - B$$

$$\{٨،٧،٦،٥،٤\} = \bar{P}$$

$$\{٨،٧،٦،٢،١\} = \bar{B}$$

$$\{٨،٧،٦\} = \bar{B} \cap \bar{P}$$



انتبه! في هذه الحالة يجب أن نقوم بخطوتين.

$$\{٨،٧،٦،٥،٤،٢،١\} = \bar{(B \cap P)} \text{ أولاً نوجد } B \cap P \text{ ثانياً نوجد } \bar{(B \cap P)}$$

مثال رقم ١-٢:

أوجد القيمة الصحيحة:

$$\{٤،٣،٢،١\} = \{٤،٣،٢،١\} \cup \{٣،٢،١\}$$

$$\{٣،٢،١\} = \{٤،٣،٢،١\} \cap \{١،٣،٢\}$$

$$\emptyset = \{٤،٣،٢،١\} - \{٣،٢،١\}$$

$$\{٤\} = \{٥،٤\} \cap \{٤،٣\}$$

مثال رقم ١-٣: ضع علامة ✓ أو ✗

$$\{٣،٢،١\} \ni ٢ \quad \checkmark$$

$$\{٣،٢،١\} \supset ٢ \quad \times \text{ لأن } ٢ \text{ عنصر وليست مجموعة}$$

$$\{٣،٢،١\} \supset \{٢\} \quad \checkmark$$

$$\{٣،٢،١\} \supset \emptyset \quad \checkmark$$

مفاهيم أساسية في الجبر

تعريف: العمليات الجبرية هي عمليات الجمع ، الطرح ، الضرب ، والقسمة.

أولويات العمليات الجبرية:

- ١- تجري العمليات الجبرية داخل الأقواس أولاً أن وجدت.
- ٢- تجري عمليتي الضرب والقسمة أولاً ومن ثم الجمع والطرح.

مثال: $8 = 4 + 4 = 2 \times 2 + 6 \div 2$

مثال: $5 = 12 - 17 = 4 \times 3 - 17$

مثال: $2 \times [(3 \times 5) + (2 + 7)]$

$$2 \times [15 + 9] =$$

$$2 \times 24 =$$

$$48 =$$

المقادير الجبرية:

تعريف: المتغير عبارة عن رمز يعبر عن أعداد حقيقية.

تعريف: المقدار الجبري هو عبارة عن تركيبة من المتغيرات والأعداد مرتبطة فيما بينها بواسطة العمليات الجبرية والجدور.

مثال: $2s^2 - 5s + 1$

مثال: $\frac{5s - 3}{3s + 5}$

قاعدة الإشارات بالنسبة للضرب والقسمة:

$$+ = \frac{+}{+}$$

$$+ = \frac{-}{-}$$

$$- = \frac{-}{+}$$

$$- = \frac{+}{-}$$

$$+ = + \times +$$

$$+ = - \times -$$

$$- = - \times +$$

$$- = + \times -$$

الجذور

تعريف: إذا كان كل من s ، $v \exists$ ح فإن العدد s يسمى الجذر النوني للعدد v إذا كان $s^v = v$ حيث v عدد صحيح.



ملاحظة:
في التعريف السابق إذا كانت $v=2$ فإن s يسمى الجذر التربيعي للعدد v .
وعندما $v=3$ فإن s يسمى الجذر التكعيبي للعدد v .

مثال: $2-$ هو العدد التكعيبي للعدد $8-$ لأن $(2-)^3 = 8-$



ملاحظة: العدد السالب ليس له جذر تربيعي.
ملاحظة: الرموز $\sqrt[n]{a}$ ، $\sqrt[n]{a}$ ، $\sqrt[n]{a}$ تسمى الجذور.

تعريف: العدد $s^{\frac{1}{n}}$ أو $\sqrt[n]{s}$ يسمى الجذر النوني للعدد s

سما

مثال: $4 = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{(16)}$

مثال: $2- = \sqrt[3]{8-} = \sqrt[3]{(8-)}$



ملاحظة: إذا كان $v=2$ فنكتب $\sqrt{s} = \sqrt[2]{s}$

خواص الجذور:

$$① \sqrt[n]{s^v} = s^{\frac{v}{n}}$$

$$② \sqrt[n]{s^m} = (s^m)^{\frac{1}{n}} = s^{\frac{m}{n}}$$

$$③ \sqrt[n]{s^v} \sqrt[n]{s^w} = \sqrt[n]{s^{v+w}}$$

$$④ \frac{\sqrt[n]{s^v}}{\sqrt[n]{s^w}} = \sqrt[n]{\frac{s^v}{s^w}}$$

$$⑤ \sqrt[n]{s^m} = \sqrt[n]{s^m}$$

$$⑥ \sqrt[n]{s^m} = \sqrt[n]{s^m}$$

كثيرات الحدود

تعريف:

كثيرة الحدود من الدرجة n هي عبارة عن تعبير رياضي على الصورة:

$$P + P_1s + P_2s^2 + \dots + P_n s^n$$

حيث n عدد صحيح موجب و P, P_1, P_2, \dots, P_n أعداد حقيقية ثابتة تسمى معاملات كثيرة الحدود.

ملاحظة: درجة كثيرة الحدود هي اكبر قوة للمتغير s

مثال: $s^2 + 2s - 3$ هي كثيرة حدود من الدرجة الثانية.

① جمع وطرح كثيرات الحدود:

لجمع أو طرح كثيرات الحدود نجمع أو نطرح فقط المعاملات العددية للمتغيرات المتشابهة في الرمز والأسس.

مثال:

$$(7s^2 + 2s^4 + 2s^3) + (6s^2 - 2s^3 - 3s^4) = 13s^2 + 2s^4 - 2s^3 - 3s^4$$

مثال:

$$(2s^2 + 3s^3 - 6) - (3s^3 + 2s^2 - 4s + 3) = 9 - 3s^3 + 3s^3 - 7s + 9 = 9 - 7s + 3s^3$$

② ضرب كثيرات الحدود:

لإيجاد حاصل ضرب كثيرات الحدود نستخدم قوانين التوزيع وقوانين الأسس مع قاعدة الإشارات ثم نجمع الحدود المتشابهة.

مثال:

$$(1 + s^3 + 2s^2)(4 + 2s^2 - 3s^3) = 4 + 2s^2 - 3s^3 + 4s^3 + 2s^5 - 3s^6 + 8s^2 + 4s^4 - 6s^5 - 3s^6 = 4 + 2s^2 - 3s^3 + 4s^3 + 8s^2 + 4s^4 - 6s^5 - 3s^6$$

$$(4 + 12s + 8s^2) + (-4s^4 - 6s^3 + 2s^2) + (6s^5 + 9s^4 + 3s^3) =$$

$$= 6s^5 + 5s^4 - 4s^3 + 3s^2 + 12s + 4 =$$

٣) قسمة كثيرات الحدود:

١) قسمة حد على حد:

نستخدم القاعدة $\frac{s^m}{s^n} = s^{m-n}$

مثال: $\frac{24s^3}{6s} = \frac{24}{6} s^{3-1} = 4s^2$

٢) قسمة كثيرة حدود على حد واحد:

نستخدم الخاصية

$$\frac{p}{b} + \frac{p}{b} + \frac{p}{b} + \dots = \frac{p + p + p + \dots}{b}$$

مثال:

$$\frac{3s^3 + 7s^4 + 26s^7}{2s^2}$$

$$= \frac{3s^3}{2s^2} + \frac{7s^4}{2s^2} + \frac{26s^7}{2s^2} =$$

$$= \frac{3}{2} s^{3-2} + \frac{7}{2} s^{4-2} + \frac{26}{2} s^{7-2} =$$

$$= \frac{3}{2} s + \frac{7}{2} s^2 + 13s^5$$

تمرين رقم (٥):

مثال رقم: ٥-١:

$$s^2 v^{12} e^6 = \frac{s^4 v^6 e^{10}}{s^2 v^{-6} e^4} = \left[\frac{s^2 v^3 e^5}{s v^{-3} e^2} \right]^2$$

مثال رقم: ٥-٢:

$$\left(\frac{s^3 e^2}{v^{-1}} \right) \times \left(\frac{s^2 v^4}{e^{-2}} \right)$$

$$\frac{s^6 e^4}{v^{-2}} \times \frac{s^2 v^{12}}{e^{-6}}$$

$$= s^{12} v^{14} e^{10}$$



شكلها يخوف ☺

كل الحكاية أنك تضرب الأس خارج القوس بالأسس داخل القوس... وتكمل المعادلة عادي ... بس ☺

مثال رقم: ٥-٣:

$$= \frac{6 - 2s^3 + 3s^2}{6s^2}$$

$$\frac{\cancel{6}}{\cancel{6s^2}} - \frac{\cancel{2}s^3}{\cancel{6}s^2} + \frac{3s^2}{6s^2}$$

$$\frac{1}{s} - \frac{30}{6} + \frac{3s^2}{6s^2}$$

$$= \frac{4s}{s} - 5 - \frac{1}{s^2}$$



وسع صدرك وسع صدرك..

كل مسألة ولها حل ... ☺

بسبب أن المقام واحد.... فنقوم بحل كل واحدة على حدا... ثم نقوم بعمل عملية الأسس كالعادة....

اللوغاريتمات

تعريف: يسمى العدد m لوغاريتم للعدد s للأساس v إذا كان $v^m = s$ ونكتب $\text{لوم } s = m$

$$\text{أي أن } v^m = s \leftrightarrow \text{لوم } s = m$$

مثال: $\text{لوم } 1000 = 3$

مثال: $\text{لوم } 9 = 2$



ملاحظة: هناك أساسان لهما أهمية خاصة

① الأساس ١٠ ويسمى اللوغاريتم العادي ونكتب $\text{لوم } 10 = 1$

② الأساس $e = 2,71828$ ويسمى اللوغاريتم الطبيعي ونكتب $\text{لوم } e = 1$

مثال: $\text{لوم } 1000 = 2$

مثال: $\text{لوم } 1 = \text{صفر}$

خواص اللوغاريتمات:

① $\text{لوم } 1 = \text{صفر}$

② $\text{لوم } m = 1$

③ $\text{لوم } m^s = s$

④ $\text{لوم}(s \cdot v) = \text{لوم } s + \text{لوم } v$

⑤ $\text{لوم} \left(\frac{s}{v} \right) = \text{لوم } s - \text{لوم } v$

⑥ $\text{لوم } \frac{1}{s} = -\text{لوم } s$

⑦ $\text{لوم } s^n = n \cdot \text{لوم } s$

⑧ $\text{لوم } \frac{1}{s} = -\text{لوم } s$

مثال: بسط المقدار $\text{لوم } 2 - \text{لوم } 6 + \text{لوم } 5 - \text{لوم } 15$

الحل: $\text{لوم } 2 - \text{لوم } (3 \times 2) + \text{لوم } 5 - \text{لوم } (3 \times 5)$

$$= \text{لوم } 2 - \text{لوم } 2 - \text{لوم } 3 + \text{لوم } 3 - \text{لوم } 5 - \text{لوم } 5$$

$$= \text{لوم } 2 - \text{لوم } 2 + 1 - 2 - 5 - 5$$

$$= 2 - 2 - 10 = -10$$

أحفظ هذه القواعد:

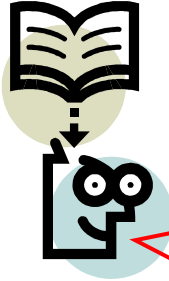
$$\blacksquare \text{ لو } ٢ + \text{ لو } ب = \text{ لو } ٢ \times ب$$

$$\blacksquare \text{ لو } ٢ - \text{ لو } ب = \frac{\text{لو}}{ب}$$

$$\blacksquare \text{ لو } ٢^{\sim} = \text{ لو } ٢$$

$$\blacksquare \text{ لو } ٢ = ١$$

$$\blacksquare \text{ لو } ١ = \text{ صفر}$$



تمرين رقم (٧):

مثال رقم ١-٦: أوجد قيمة لو ٥٠ - لو ٢

$$= \text{ لو } \frac{٥٠}{٢} = \text{ لو } ٢٥ = \text{ لو } ٢^٥ = ٢ = \text{ لو } ٢ = ١ \times ٢ = ٢$$

مثال رقم ٢-٦: أوجد قيمة لو ٨ + لو ٤

$$= \text{ لو } ٨ \times ٤ = \text{ لو } ٣٢ = \text{ لو } ٢^٥ = ٥ = \text{ لو } ٢ = ١ \times ٥ = ٥$$

مثال رقم ٣-٦: أوجد قيمة لو ٨١ - لو ٢٧ + لو ٣

$$= \text{ لو } \frac{٣ \times ٨١}{٢٧} = \text{ لو } ٩ = \text{ لو } ٣^٢ = ٢ = \text{ لو } ٣ = ١ \times ٢ = ٢$$

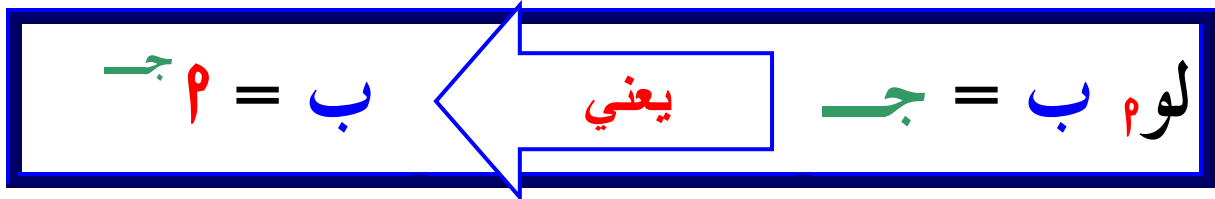
مثال رقم ٤-٦: أوجد قيمة لو ٣٢ - لو ١٦ + لو ٨

$$= \text{ لو } \frac{٨ \times ٣٢}{١٦} = \text{ لو } ١٦ = \text{ لو } ٢^٤ = ٤ = \text{ لو } ٢ = ١ \times ٤ = ٤$$

مثال رقم ٥ - ٦ : أوجد قيمة لوه ٦٢٥ - لوه ١٢٥ - لوه ٥

$$\text{لوه } \frac{625}{625} = \text{لوه } 1 = \text{صفر}$$

أحفظ هذه القاعدة:



مثال:

$$\text{لوه } 2 = \text{س } 3 \quad \leftarrow \quad \text{س } 2 = 2 \quad \leftarrow \quad \text{س } 8$$

مثال رقم ٦ - ٦ : بسط المقدار :

$$\text{لوه } 2 = (1 - \text{س } 2)$$

$$2 = 1 - \text{س } 2$$

$$9 = 1 - \text{س } 2$$

$$1 + 9 = \text{س } 2$$

$$10 = \text{س } 2$$

$$\frac{10}{2} = \text{س}$$

$$5 = \text{س}$$

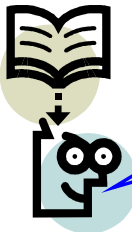
فهمت...!

الشغلة بسيطة بس ... لازم تحفظ هذه القواعد جيداً ...

تسألني ... كيف أحفظها ...

أفك ... مرن يدك على حل مسائل كثيرة ..

وسلامتك نتمنى لك سلامتك ... 😊



التحليل والكسور

تعريف: التحليل هو تحليل المقدار الجبري إلى عوامل أولية بحيث أن حاصل ضرب العوامل الأولية يعطي نفس المقدار الجبري الأصلي.

طرق التحليل :

(١) معادلة من الدرجة الثانية (تحليل المقدار الثلاثي):

$$س^٢ + ٥س + ٤ = (س + ٤) (س + ١)$$

(٢) فرق بين مربعين:

$$س^٢ - ٤ = (س - ٢) (س + ٢)$$

$$س^٢ - ٩ = (س - ٣) (س + ٣)$$

$$س^٢ - ٢٥ = (س - ٥) (س + ٥)$$

$$س^٢ - ١ = (س - ١) (س + ١)$$

(٣) فرق بين مكعبين:

$$س^٣ - ٨ = (س - ٢) (س^٢ + ٢س + ٤)$$

$$س^٣ - ٢٧ = (س - ٣) (س^٢ + ٣س + ٩)$$

$$س^٣ - ١٢٥ = (س - ٥) (س^٢ + ٥س + ٢٥)$$

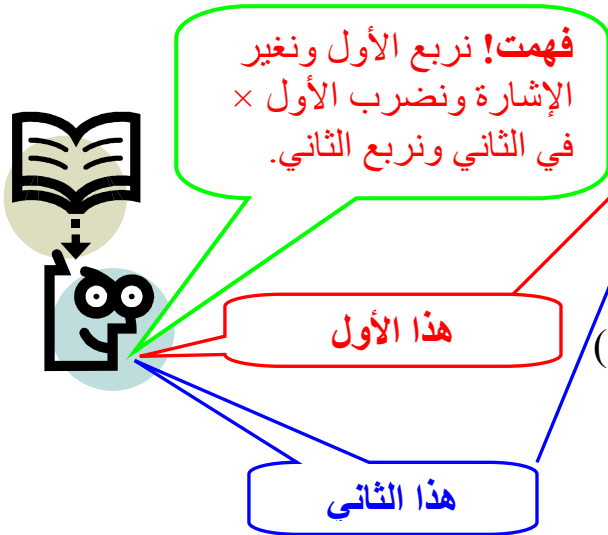
$$س^٣ - ١ = (س - ١) (س^٢ + س + ١)$$

(٤) مجموع مكعبين:

$$س^٣ + ١ = (س + ١) (س^٢ - س + ١)$$

$$س^٣ + ٨ = (س + ٢) (س^٢ - ٢س + ٤)$$

$$س^٣ + ٢٧ = (س + ٣) (س^٢ - ٣س + ٩)$$



(٥) العامل المشترك:

أي طرفين يحتويان على س نأخذ الأصغر عامل مشترك:

$$\begin{array}{l} ٨ + ٢س \quad | \quad ٢س^٢ + ٣س \quad | \quad ٢س^٣ - ٣س \\ ٢(٤ + س) \quad | \quad ٢س(٥ + س) \quad | \quad س(٣ - س) \end{array}$$

(٦) المربع الكامل $(س \pm ص)^٢ = ٢س \pm ٢س ص + ص^٢$

$$١ + ٢س - ٢س^٢ = (١ - س)^٢$$

$$٩ + ٢س - ٢س^٢ = (٣ - س)^٢$$

$$٢س^٢ - ٢س ص + ص^٢ = (س - ص)^٢$$

$$٤ + ٢س + ٢س^٢ = (٢ + س)^٢$$

$$٢٥ + ٢س + ١٠ = (٥ + س)^٢$$

$$٢س^٢ + ٢س + ١ = (س + ١)^٢$$

الحكاية ... بكل بساطة

نربع الأول ، ونضرب $٢ \times$ الأول \times الثاني
، ونربع الثاني ...
وسلامتك



تمرين رقم (٧):

مثال قم ١-٧ بسط المقدار:

$$\begin{array}{l} \frac{٢٥ - ٢س}{٩ + ٢س^٣ - ٣س} \div \frac{١٥ - ٢س - ٢س^٢}{٢٧ + ٢س^٣} \\ \frac{(٥ + س)(٥ - س)}{٩ + ٢س^٣ - ٣س} \div \frac{(٣ + س)(٥ - س)}{(٩ + ٢س^٣ - ٣س)(٣ + س)} \\ \frac{٩ + ٢س^٣ - ٣س}{(٥ + س)(٥ - س)} \times \frac{٥ - س}{٩ + ٢س^٣ - ٣س} \\ \frac{١}{٥ + س} = \end{array}$$

مثال رقم ٢ - ٧ بسط المقدار:

$$\frac{s^3 - 9s^2}{s^2 - 9} \div \frac{s^3 - 8}{s^2 + 6s - 6}$$

$$\frac{\cancel{s^3} - 9s^2}{(s+3)(\cancel{s-3})} \div \frac{(s^2 + 6s + 4)(\cancel{s-2})}{(\cancel{s-2})(s+3)}$$

$$\frac{\cancel{s+3}}{1} \times \frac{s^2 - 6s + 4}{\cancel{s+3}}$$

$$= s^2 - 6s + 4$$

مثال رقم ٣ - ٧ بسط المقدار:

$$\frac{1}{s^2 - 4s + 4} \times \frac{s^3 + 8}{s^2 - 4}$$

$$\frac{1}{\cancel{s-2}(s-2)} \times \frac{(s^2 - 4s + 4)(\cancel{s+2})}{(\cancel{s-2})(\cancel{s+2})}$$

$$= \frac{1}{s-2}$$

مثال رقم ٤ - ٧ بسط المقدار:

$$\frac{s^3 + 8}{s + 5} \times \frac{s^2 - 25}{s^3 - 10s^2 + 10s - 5}$$

$$\frac{(s^2 + 4s + 4)(\cancel{s+2})}{(\cancel{s+5})} \times \frac{(s+5)(\cancel{s-5})}{(\cancel{s+5})(\cancel{s-5})}$$

$$= s^2 - 10s + 20$$

مثال رقم ٥ - ٧ بسط المقدار:

$$\frac{1-s^2}{1-s} \div \frac{s^2+s}{s}$$

$$\frac{(1+s)(\cancel{1-s})}{\cancel{1-s}} \div \frac{(1+s)\cancel{s}}{\cancel{s}}$$

$$\frac{1}{1+s} \times \frac{\cancel{s+1}}{1}$$

$$1 =$$

مثال رقم ٦ - ٧ بسط المقدار:

$$9s^2 - 16s^2$$

الحل:

$$= (3s)^2 - (4s)^2 =$$

$$= (3s+4s)(3s-4s) =$$

مثال رقم ٧ - ٧ بسط المقدار:

$$s^3 - s^3$$

الحل:

$$= (s-s)(s^2+s^2+s^2) =$$

مثال رقم ٨ - ٧ بسط المقدار:

$$27s^3 - 8s^3$$

الحل:

$$= (3s)^3 - (2s)^3 =$$

$$= (3s+2s)(3s^2+2s^2+4s^2) =$$

$$= (3s+2s)(3s^2+6s^2+4s^2) =$$

مثال رقم ٩-٧ بسط المقدار:

$$س^٣ + ص^٣$$

الحل:

$$(س + ص) (س^٢ - س ص + ص^٢)$$

مثال رقم ١٠-٧ بسط المقدار:

$$٢٧ + س^٣$$

الحل:

$$٣(٣) + ٣(س٤) =$$

$$(٣(٣) + (٣)(س٤) - ٢(س٤)) (٣ + س٤) =$$

$$(٩ + س١٢ - ٢س١٦) (٣ + س٤) =$$

جمع وطرح الكسور

① إذا كانت المقادير الكسرية لها نفس المقام فيكون المجموع الجبري لها له نفس المقام وبسطه يتكون

من المجموع الجبري للأبسط:

$$\frac{ع + س}{ص} = \frac{ع}{ص} + \frac{س}{ص}$$

$$\text{مثال: } \frac{٢ + س}{٣ - س} = \frac{٢ - س}{٣ - س} + \frac{٤ + س}{٣ - س}$$

$$\text{مثال: } \frac{(٥ - س) - ٢ + س}{١ + س} = \frac{٥ - س}{١ + س} - \frac{٢ + س}{١ + س}$$

$$\frac{٥ + س - ٢ + س}{١ + س} =$$

$$\frac{٧ + س}{١ + س} =$$

② إذا كانت المقادير الكسرية لها مقامات مختلفة نوجد المقامات ثم نجمع:

$$\text{أي أن } \frac{ع}{ص} + \frac{س}{هـ} = \frac{ع}{هـ} + \frac{س}{ص} = \frac{س + ع}{ص هـ}$$

مثال: $\frac{س^٣}{س - ٢} + \frac{٤س + ٤}{٢ + س٣}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(٤ + س٤)(٢ - س)}{(٢ + س٣)(٢ - س)} + \frac{٣س(٢ + س٣)}{(٢ + س٣)(٢ - س)} \\ &= \frac{٩س^٢ + ٦س + (٤ + س٤)(٢ - س)}{(٢ + س٣)(٢ - س)} \end{aligned}$$

ضرب وقسمة المقادير الكسرية

① لضرب كسرين $\frac{ع}{ص} \times \frac{س}{هـ}$ نستخدم القاعدة:

$$\frac{ع}{ص} \times \frac{س}{هـ} = \frac{ع س}{ص هـ}$$

مثال: $\frac{س^٢ - ٣س + ٢}{س^٢ - ١} \times \frac{٦س - ١٢}{٤س + ص}$

$$= \frac{(٦س - ١٢)(س^٢ - ٣س + ٢)}{(٤س + ص)(س^٢ - ١)}$$

② لقسمة كسرين نستخدم القاعدة التالية $\frac{س}{ص} \div \frac{ع}{هـ} = \frac{س}{ص} \times \frac{هـ}{ع}$

مثال: $\frac{س^٢ + ٢٥}{س - ١} \div \frac{٦٢٥ - ٤س}{س^٢ + ٦س + ٥}$

$$= \frac{س^٢ + ٢٥}{س - ١} \times \frac{٦٢٥ - ٤س}{س^٢ + ٦س + ٥}$$

المعادلات

(١) المعادلات الخطية من الدرجة الأولى لمجهول واحد:

مثال:

$$٣س + ١٦ = -٥س$$

$$٣س + ١٦ = -٥س$$

$$١٦ = -٨س$$

$$\frac{١٦}{-٨} = س$$

$$-٢ = س$$

مثال :

$$٣ = ٣س - (٥س + ٣)$$

$$٣ = ٣س - ١٥ - ٣س$$

$$٣ + ١٥ = ٣س - ٣س$$

$$١٨ = ٠س$$

$$١٨ = ٠س$$

مثال :

$$\frac{٢ - س}{٢} = \frac{٣ + س}{٣}$$

$$٣(٢ - س) = ٢(٣ + س)$$

$$٦ - ٣س = ٦ + ٢س$$

$$٦ + ٦ = ٢س + ٣س$$

$$١٢ = ٥س$$

٣) معادلات الدرجة الثانية في مجهول واحد:

أمثلة :

$٠ = ٦ + ٥س - ٢س$ <p>نفاك قوسين، نضع أول إشارة في القوس الأول، وحاصل ضرب الإشارتان في القوس الثاني.</p> $٠ = (٢ - س) (٣ - س)$ $٠ = ٢ - س \quad ٠ = ٣ - س$ $٢ = س \quad ٣ = س$	$٠ = ٧س - ٢س$ <p>أي طرفين يحتويان على س نأخذ الأس الأصغر عامل مشترك ونقسم الطرفين على العامل المشترك</p> $٠ = (٧ - س) س$ $٠ = ٧ - س \quad ٠ = س$ $٧ = س$	$٠ = ٩ - ٢س$ $٩ = ٢س$ $٣ \pm = س$
$٠ = ٨ - ٧ - ٢س$ $٠ = (١ + س) (٨ - س)$ $٠ = ١ + س \quad ٠ = ٨ - س$ $١ - = س \quad ٨ = س$	$٠ = ٥س + ٢س$ $٠ = (٥ + س) س$ $٠ = ٥ + س \quad ٠ = س$ $٥ - = س$	$٠ = ٣٦ - ٢س$ $٣٦ = ٢س$ $٦ \pm = س$
	$٠ = ٥٠ - ٢س٢$ $٥٠ = ٢س٢$ $\frac{٥٠}{٢} = ٢س$ $٢٥ = ٢س$ $٥ \pm = س$	
	$٠ = ٩س٢ - ٢س٩$ $٠ = (٩س٢ - ٢س٩)$ $٠ = ٩س٢ - ٢س٩$ $٩ = ٢س٩$ $\frac{٩}{٢} = س$	

تمرين رقم (٨):

مثال رقم ١ - ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$$٠ = ٤ - س + ٣س$$

$$٠ = (٤ + س) (١ - س)$$

$$\begin{array}{l} ٠ = ٤ + س \\ ٠ = ١ - س \end{array} \quad \begin{array}{l} ٤ - = س \\ ١ = س \end{array}$$

مثال رقم ٢ - ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$$٠ = ٦ + ٥س + ٢س$$

$$٠ = (٢ + س) (٣ + س)$$

$$\begin{array}{l} ٠ = ٢ + س \\ ٠ = ٣ + س \end{array} \quad \begin{array}{l} ٢ - = س \\ ٣ - = س \end{array}$$

مثال رقم ٣ - ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$$٠ = ٥س - ٢س$$

$$\begin{array}{l} ٠ = ٥س \\ ٠ = س \end{array} \quad \begin{array}{l} ٥ = س \\ ٥ = س \end{array}$$

مثال رقم ٤ - ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$$٢س = ١٠ + ٧س$$

$$١٠ - = ٢س - ٧س$$

$$١٠ - = ٥س$$

$$١٠ - = ٥س$$

$$٢ - = س$$

مثال رقم ٥ - ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$$٢س = \frac{٢س}{٣}$$

$$٢س = ٢س$$

$$٠ = ٢س - ٢س$$

$$٠ = (٢ - س) س$$

$$\begin{array}{l} ٠ = ٢س \\ ٠ = س \end{array} \quad \begin{array}{l} ٢ = س \\ ٢ = س \end{array}$$

مثال رقم ٦-٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$$٠ = ٤ + ٥س + ٢س$$

$$٠ = (١ + س) (٤ + ٥س)$$

$$٠ = ١ + ٥س \quad ٠ = ٤ + ٥س$$

$$١ - = س \quad ٤ - = ٥س$$

مثال رقم ٧-٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$$٠ = ١٢ - س - ٢س$$

$$٠ = (٣ + س) (٤ - س)$$

$$٠ = ٣ + س \quad ٠ = ٤ - س$$

$$٣ - = س \quad ٤ = س$$

مثال رقم ٨-٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$$٠ = ٣ - س - ٢س$$

$$٠ = (١ + س) (٣ - ٢س)$$

$$٠ = ١ + س \quad \text{أو} \quad ٠ = ٣ - ٢س$$

$$١ - = س \quad \text{أو} \quad ٣ = ٢س$$

$$١ - = س \quad \text{أو} \quad \frac{٣}{٢} = س$$

المصفوفات

تعريف: المصفوفة هي عبارة عن تنظيم بشكل مستطيل لبعض الأعداد والمتغيرات موضوعة داخل قوسين، ويرمز لها بأحد الرموز التالية P ، B ، J ،
مثال:

$$P = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix} \text{ رتبة المصفوفة} = \text{عدد الصفوف} \times \text{عدد الأعمدة}$$

$$3 \times 2$$

تعريف: يقال أن المصفوفتان P ، B متساويتان إذا كان:

١- لها نفس الرتبة.

٢- العناصر المتقابلة متساوية.

مثال: أوجد S ، V $\begin{bmatrix} S & V \\ 7 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$

الحل: $S = 1$ ، $V = 4$

تعريف: إذا كان لدينا المصفوفة P من الرتبة $m \times n$ فإن منقول المصفوفة \bar{P} يرمز له بالرمز \bar{P} وهو عبارة عن مصفوفة صفوفها هي عبارة عن أعمدة المصفوفة P ، وأعمدتها هي عبارة عن صفوف المصفوفة P ، وتكون من الرتبة $n \times m$
مثال:

$$P = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ فإن } (\bar{P}) \text{ تقلب الصفوف إلى أعمدة}$$

العمليات الجبرية على المصفوفات:

① جمع وطرح المصفوفات:

نجمع أو نطرح العناصر المتقابلة ، ملاحظة: لا يتم إلا لمصفوفتين من نفس النوع

مثال رقم ١-٩ :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} , B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ أوجد الأتي:}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+3 & 2+2 \\ 5+4 & 4+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 1-3 & 2-2 \\ 5-4 & 4-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$2A - B = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-3 & 4-2 \\ 10-4 & 8-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$$

مثال رقم ٢-٩ :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} , B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ أوجد:}$$

$$A + B = \text{لا تجمع}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 4-1 & 2-2 \\ 3-2 & 5-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$



لاحظ هنا غيرنا
الإشارات لتسهيل
العملية ...
مع ملاحظة تغير
إشارات المصفوفة
أيضاً.

② ضرب المصفوفات:

إذا كان لدينا المصفوفة P من الرتبة $m \times k$ والمصفوفة B من الرتبة $k \times n$ فإن حاصل ضرب المصفوفتين P ، B يرمز له بالرمز $P \times B$ وهو عبارة عن مصفوفة من الرتبة $m \times n$

$$\text{مثال: إذا كانت } P = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} , B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{فإن } P \times B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 \times 1 & 2 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

ملاحظة: لا يتم الضرب إلا إذا عدد أعمدة الأولى = عدد صفوف الثانية

$$1 \times 2 = 1 \times \textcircled{2} \quad \textcircled{2} \times 2$$

$$= \text{لا تضرب} \quad 1 \times \textcircled{2} \quad \textcircled{1} \times 2$$

الصف \times الأعمدة

توضيح: إذا كانت $3 \times 2 = 6$ ، $1 \times 3 = 3$ ، فإن $1 \times 2 = 2$

مثال رقم ٣-٩: أوجد حاصل ضرب المصفوفتين:

$$\begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 \times 2 + 7 \times 1 & 6 \times 2 + 5 \times 1 \\ 8 \times 4 - 7 \times 3 & 6 \times 4 - 5 \times 3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 16 + 7 & 12 + 5 \\ 32 - 21 & 24 - 15 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 23 & 17 \\ 11 & 9 \end{bmatrix} =$$

مثال رقم ٤-٩: أوجد حاصل ضرب المصفوفتين:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 \times 4 + 6 \times 2 - 1 \times 3 & 5 \times 4 + 2 \times 2 - 1 \times 3 \\ 7 \times 6 + 6 \times 5 + 1 \times 1 & 5 \times 6 + 2 \times 5 + 1 \times 1 \\ 7 \times 2 + 6 \times 4 + 1 \times 3 & 5 \times 2 + 2 \times 4 + 1 \times 3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 28 + 12 - 3 & 20 + 4 - 3 \\ 42 + 30 + 1 & 30 + 10 + 1 \\ 14 + 24 + 3 & 10 + 8 + 3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 19 & 13 \\ 73 & 39 \\ 21 & 21 \end{bmatrix} =$$

مثال رقم ٥-٩: أوجد حاصل ضرب المصفوفتين:

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \times 5 + 7 \times 0 & 5 \times 7 + 7 \times (-4) \\ 6 \times 5 + 0 \times (-4) & 6 \times 7 + 0 \times (-4) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 25 + 0 & 35 - 28 \\ 30 + 0 & 42 + 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 25 & 7 \\ 30 & 42 \end{bmatrix} =$$

مثال رقم ٦-٩: أوجد حاصل ضرب المصفوفتين:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \times 3 + 2 \times 5 & 2 \times 2 + 2 \times (-1) \\ 3 \times 3 + 3 \times 5 & 3 \times 2 + 3 \times (-1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 6 + 10 & 4 - 2 \\ 9 + 15 & 6 - 3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 16 & 2 \\ 24 & 3 \end{bmatrix} =$$

مثال رقم ٧-٩: أوجد حاصل ضرب المصفوفتين :

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (2 \times 3) + (1 \times 1) & (2 \times 1) + (1 \times 2) \\ (4 \times 3) + (3 \times 1) & (4 \times 1) + (3 \times 2) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 6 + 1 & 2 + 2 \\ 12 + 3 & 4 + 6 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 15 & 10 \end{bmatrix} =$$

٣٣ معكوس أو نظير:

تعريف:

إذا كانت A ، B مصفوفتين مربعيتين بحيث يكون $AB = BA = I_n$ مصفوفة للوحدة فإن B تدعى معكوس المصفوفة A وتكتب $B = A^{-1}$

مثال رقم ٨-٩:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = A, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = B$$

الحل:

$$A \times B = BA = I_3$$

$$\begin{bmatrix} 3+0+3- & 0+2+2- & 3-2-1 \\ 3+0+3- & 0+3+2- & 3-3-1 \\ 4+0+3- & 0+2+2- & 4-2-1 \end{bmatrix} = BA = I_3$$

$$A \times B = I_3$$

$$B \times A = I_3$$

$$B = A^{-1}$$

يعني B معكوس A

المحددات

إذا كانت P مصفوفة فإن محدد P يرمز له بالرمز $|P|$ حيث أن $|P| = (d \times a) - (b \times c)$

$$P = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \quad \text{القطر الرئيسي} \begin{matrix} \swarrow \\ \searrow \end{matrix}$$

نضرب القطر الرئيسي بإشارته والفرعي بعكس الإشارة

مثال رقم ١-١٠:

$$19 = 4 + 15 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$$

$$8 = 4 - 4 = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

تعريف: إذا كانت P مصفوفة مربعة من الدرجة n فإنه يرافقها عدد حقيقي يسمى محدد المصفوفة P ويرمز له بالرمز $|P|$

مثال رقم ٢-١٠:

نبدأ بالصف الأول ثم نضرب أرقام الصف الأول في كل رقم ليس تحته ويكون على الشكل التالي
..... - + - + - +

$$P = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} \quad \text{إذا كانت } P =$$

فإن:

$$\begin{aligned} |P| &= \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} \\ &= (2 \times 4 - 2 \times 1) - (3 \times 4 - 2 \times 6) + (3 \times 1 - 2 \times 6) \\ &= (8 - 2) - (12 - 12) + (3 - 12) \\ &= 6 - 0 - 9 = -3 \end{aligned}$$

مثال رقم ٣-١٠:

أوجد قيمة المحدد للتالي:

$$\begin{vmatrix} 2 & 2-1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

الحل:

$$(3 \times 1 - 0 \times 0) \cdot 2 + (2 \times 1 - 1 \times 0) \cdot 2 + (2 \times 0 - 1 \times 3) \cdot 1 = 7 - 3 - 4 = 0$$

حل معادلة الدرجة الأولى في مجهولين (طريقة كرايمر):

إذا كان:

$$1 \cdot 2 \cdot s + 1 \cdot 2 \cdot v = 1$$

$$2 \cdot 2 \cdot s + 2 \cdot 2 \cdot v = 2$$

فإن:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 2 = 2$$

$$s = \frac{\Delta_s}{\Delta} = \frac{2}{2} = 1, \quad v = \frac{\Delta_v}{\Delta} = \frac{2}{2} = 1$$

مثال رقم ٤-١٠:

$$1 - \text{حل المعادلتين} \quad 3s + 2v = 8, \quad 2s - v = 3$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 1$$

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 8 \cdot 1 = -2$$

$$\Delta_v = \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = 7$$

$$s = \frac{\Delta_s}{\Delta} = \frac{-2}{1} = -2, \quad v = \frac{\Delta_v}{\Delta} = \frac{7}{1} = 7$$



مهم ... جداً ...
ركز على هذه المسألة ...
في خانة السينات نعوض
عن معامل السينات
وفي خانة الصادات نعوض
عن معامل الصادات
😊

مثال رقم ٥-١٠:

حل نظام المعادلات بطريقة كرايمر س - ٣ص = -٢٤ ، ١٠س + ٣ص = ٩٠

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 10 \end{vmatrix} = 33 = 30 + 3$$

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 3 & -24 \\ 3 & 90 \end{vmatrix} = 198 = 270 + 72$$

$$\Delta_v = \begin{vmatrix} -24 & -1 \\ 90 & 10 \end{vmatrix} = 330 = 240 + 90$$

$$s = \frac{\Delta_s}{\Delta} = \frac{198}{33} = 6$$

$$v = \frac{\Delta_v}{\Delta} = \frac{330}{33} = 10$$

مثال رقم ٦-١٠:

حل نظام المعادلات س - ٣ص = -٤ ، ٢س + ٢ص = ٤

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 8 = 6 + 2$$

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 12 = 12 + 8$$

$$\Delta_v = \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 12 = 8 + 4$$

$$s = \frac{\Delta_s}{\Delta} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$v = \frac{\Delta_v}{\Delta} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

المتواليات

① المتوالية الحسابية

هي عبارة عن متتالية من الأعداد كل حد من حدودها يزيد أو ينقص بمقدار ثابت (يسمى أساس المتوالية الحسابية) عن الحد الذي يسبقه.

$$٧، ٥، ٣$$

$$\text{الحد الأول } ٣ = ٢$$

$$\text{الأساس } ٤ = \text{الحد} - \text{الحد السابق له}$$

$$٢ = ٥ - ٧ =$$

الحد رقم n :

$$ح_n = ٢ + (١ - n) ٤$$

$$ح_٤ = ٢ + ٤ = ٦$$

$$ح_٥ = ٢ + ٥ = ٧$$

$$ح_٦ = ٢ + ٦ = ٨$$

مجموع أول n حد في المتوالية الحسابية:

$$ح_n = \frac{n}{2} [٢ + (١ - n) ٤]$$

② المتوالية الهندسية

هي عبارة عن متتالية من الأعداد بحيث أن خارج قسمة أي حد على الحد الذي يسبقه يساوي مقدار ثابت يسمى أساس المتوالية الهندسية.

$$١٢، ٦، ٣$$

$$\text{الحد الأول } ٣ = ٢$$

$$\frac{\text{الحد}}{\text{الحد السابق له}} = \text{الأساس } ه$$

$$٢ = \frac{١٢}{٦} =$$

الحد رقم n :

$$ح_n = ٣ ه^{١-n}$$

$$ح_٤ = ٣ ه^٤$$

$$ح_٥ = ٣ ه^٥$$

$$ح_٦ = ٣ ه^٦$$

مجموع أول n حد في المتوالية الهندسية:

$$ح_n = \frac{٣(١ - ه^n)}{١ - ه}$$

مجموع المتوالية الهندسية اللانهائية:

$$\frac{٣}{١ - ه} = ح_\infty$$

١٠- المتوالية - ٢، ٠، ٢ ، أوجد ح ١١ ، ج

$$٢ = ٤ \quad ٢ - = ٢$$

$$٤ \quad ١٠ + ٢ = ١١ \quad \text{ح}$$

$$٢ \times ١٠ + ٢ - =$$

$$١٨ = ٢٠ + ٢ - =$$

$$[٤ (١ - ٧) + ٢ \cdot ٢] \frac{٧}{٢} = ٣$$

$$[٢ \times ١٩ + ٢ - \times ٢] \frac{٢٠}{٢} = ٣$$

$$[٣٨ + ٤ -] ١٠ =$$

$$[٣٤] ١٠ =$$

$$٣٤٠ =$$

١١- في المتوالية ١، ٣، ٩ ، أوجد ح ٦ ، ج

$$\frac{١}{٣} = ٥ \quad ٩ = ٢$$

$$٥ \quad ٢ = ٦ \quad \text{ح}$$

$$٥ \left(\frac{١}{٣}\right) ٩ =$$

$$\frac{١}{٢٧} = \frac{٩}{٢٤٣} = \frac{١}{٢٤٣} \times ٩ =$$

$$\frac{٢٧}{٢} = \frac{٩}{٢} = \frac{٩}{\frac{١}{٣} - ١} = \frac{٩}{١ - ٣} = \frac{٩}{-٢} = \frac{٩}{٢} \quad \text{ج}$$

١٢- أوجد الحد العاشر في المتوالية ١٥، ١١، ٧، ٣، ثم أوجد مجموع الـ ١٥ حداً الأولى منها؟

الحل:

$$٤ = ٤ \quad ٣ = ٢$$

$$٤ \quad ٩ + ٢ = ١٠ \quad \text{ح}$$

$$٣٩ = ٤ \times ٩ + ٣ =$$

$$[٤ (١ - ٧) + ٢ \cdot ٢] \frac{٧}{٢} = ٣$$

$$٤٦٥ = ٦٢ \times \frac{١٥}{٢} = [٤ \times ١٤ + ٦] \frac{١٥}{٢} = [٤ (١ - ١٥) + ٣ \times ٢] \frac{١٥}{٢} = ١٥ \quad \text{ج}$$

١٣- متوالية حسابية مجموع حديها الثالث والسابع ١٨ ومجموع حديها الرابع والثامن ٢٢
أوجد هذه المتوالية ثم أوجد الحد الثاني عشر ومجموع السبعة عشر حداً الأولى منها؟

الحل:

نفترض أن المتوالية الحسابية هي

$$p, p + s, p + 2s, \dots$$

$$3p + 7s = 18$$

$$4p + 10s = 22$$

$$\text{معادلة (١)} \quad 18 = 4p + 10s$$

$$22 = 8p + 14s$$

$$22 = 4p + 10s$$

$$\text{معادلة (٢)} \quad 22 = 4p + 10s$$

$$18 = 4p + 10s$$

$$\text{بالطرح} \quad 22 = 4p + 10s$$

$$-4 = -2s$$

$$2 = \frac{-4}{-2} = s$$

بالتعويض في المعادلة (١) عن s

$$18 = 4p + 10 \times 2$$

$$18 = 4p + 20$$

$$18 = 4p + 20$$

$$18 - 20 = 4p$$

$$-2 = 4p$$

$$\frac{-2}{4} = p$$

$$p = -\frac{1}{2}$$

الحد الثاني عشر =

$$ح١٢ = ١١ + ٢ = ١٣$$

$$= ١ + ١١ \times ٢ =$$

$$= ١ + ٢٢ =$$

$$= ٢٣$$

المتوالية هي

$$١, ٣, ٥, ٧, \dots, ٢٣, ٢٥, ٢٧, \dots$$

$$\dots, ١, ٣, ٥, ٧, \dots$$

مجموع السبعة عشر حداً =

$$س = \frac{١٧}{٢} [٢ + (١٧-١)٢] = ٢٨٩$$

$$س١٧ = \frac{١٧}{٢} [٢ + ١٧ \times ٢] = ٢٨٩$$

$$= \frac{١٧}{٢} [٣٤ + ٢] =$$

$$= ٢٨٩ = ٣٤ \times \frac{١٧}{٢} =$$

١٤ - إذا كان الحد الثالث من متوالية حسابية هو ١٨ والسابع هو ٣٠ ، أوجد الحد ١٥ ثم أوجد

مجموع ١٥ حد؟

الحل:

$$\text{معادلة (١)} \quad ١٨ = ٢ + ٤٢ = ح٢$$

$$\text{معادلة (٢)} \quad ٣٠ = ٦ + ٤٢ = ح٧$$

$$١٨ = ٢ + ٤٢$$

$$\text{بالطرح} \quad ٣٠ = ٦ + ٤٢$$

$$١٢ = ٤٠$$

$$٣ = \frac{١٢}{٤} = ٣$$

بالتعويض في المعادلة ① عن ϵ

$$18 = \epsilon + 2 + 9$$

$$18 = 3 \times 2 + 9$$

$$18 = 6 + 9$$

$$6 - 18 = 9$$

$$12 = 9$$

الحد الخامس عشر يساوي

$$ح \quad \epsilon + 14 + 9 = 15$$

$$3 \times 14 + 12 =$$

$$42 + 12 =$$

$$54 =$$

$$[\epsilon (1 - \nu) + 9 \nu] \frac{\nu}{\epsilon} = 3$$

$$ج \quad [3 \times 14 + 12 \times 2] \frac{15}{\epsilon} = 17$$

$$[42 + 24] \frac{15}{\epsilon} =$$

$$66 \times \frac{15}{\epsilon} =$$

$$495 =$$

١٥- كم عدد الحدود في المتوالية الحسابية ٣ ، ٧ ، ١١ ، ، ١٢٧٥ ؟

الحل:

$$\begin{aligned} 1275 &= n \cdot c \\ e(1-n) + p &= 1275 \\ e(1-n) + 3 &= 1275 \\ e(1-n) + 3 &= 1275 \\ e - n e + 3 &= 1275 \\ n e + 1 - &= 1275 \\ n e &= 1275 + 1 \\ 319 &= \frac{1276}{e} = n \end{aligned}$$

١٦- أوجد الحد السادس من المتوالية الهندسية ٤ ، ٢ ، ١ ،

الحل:

نفرض أن المتوالية الهندسية هي p, p^h, p^{2h}, \dots

$$\begin{aligned} c &= p = 4 \\ p &= p^h = 2 \\ p^2 &= p^{2h} = 1 \\ h &= \frac{c}{p} = \frac{4}{2} = \frac{1}{2} \\ p^h &= 2 \\ \left(\frac{1}{2}\right) \times 4 &= \\ \frac{1}{2} &= \end{aligned}$$

١٧- إذا كان الحد الثاني من المتوالية الهندسية هو ٢٤ والحد الخامس هو ٨١ ، أوجد الثلاثة حدود الأولى منها والحد العاشر؟

الحل:

نفرض أن المتوالية الهندسية هي $٢, ٢هـ, ٢ه٢, ٢ه٣, \dots$

المعادلة ١

$$٢٤ = ٢هـ = ٢ح$$

المعادلة ٢

$$٨١ = ٢ه٤ = ٢ه$$

بقسمة المعادلة الأولى على الثاني

$$\frac{٢٤}{٨١} = \frac{٢هـ}{٢ه٤}$$

$$٢٧ = ٢هـ٨ =$$

$$\frac{٢٧}{٨} = ٢هـ$$

$$\sqrt[٢]{\frac{٢٧}{٨}} = هـ$$

$$\frac{٣}{٢} = هـ$$

نعوض عن هـ في المعادلة الأولى

$$٢٤ = ٢هـ$$

$$٢٤ = \frac{٣}{٢} ٢$$

$$١٦ = \frac{٤٨}{٣} = ٢$$

$$١٦ = ٢ = ١ح$$

$$٢٤ = \frac{٣}{٢} \times ١٦ = ٢هـ = ٢ح$$

$$٣٦ = ٢\left(\frac{٣}{٢}\right) \times ١٦ = ٢ه٢ = ٢ح$$

$$٢ه٢ = ١٠ح$$

$$٩\left(\frac{٣}{٢}\right) \times ١٦ =$$

$$\frac{٣}{٣٦} =$$

١٨_ أوجد الحد السادس ومجموع الستة حدود الأولى من المتوالية الهندسية ٣ ، ١- ، $\frac{1}{3}$ ،

ثم أوجد \sum_{∞}

الحل:

نفرض أن المتوالية الهندسية هي ٣ ، ١- ، $\frac{1}{3}$ ،

$$٣ = ١ = ٣$$

$$١- = ١ = ٣$$

$$\frac{1}{3} = \frac{٣}{٣} = ٣$$

$$٣ = ١ = ٣$$

$$٣ = (١ - \frac{1}{3})$$

$$\frac{1}{٨١} =$$

مجموع الست حدود الأولى

$$\sum_{\infty} = \frac{٣(١ - \frac{1}{٣})}{١ - \frac{1}{٣}}$$

$$= \frac{٣(١ - \frac{1}{٣})}{١ - \frac{1}{٣}}$$

$$= \frac{٣(١ - \frac{1}{٣})}{\frac{٢}{٣}}$$

$$= \frac{١٢١}{٥٤}$$

$$\frac{٩}{٤} = \frac{٣}{\frac{1}{3} + 1} = \frac{٩}{١ - \frac{1}{3}} = \sum_{\infty}$$

الدوال

تعريف: الدالة هي عبارة عن علاقة بين مجموعتين S ، V بحيث تحدد لكل عنصر s في المجموعة S عنصراً وحيداً $d(s)$ في المجموعة V ، ونكتب $d: S \rightarrow V$.
 $d(s) = v$ هي قيمة الدالة d عند s لكل $s \in S$

$$\text{مثال: إذا كانت } d(s) = 3s + 5$$

$$\text{فإن: } d(0) = 3(0) + 5 = 5$$

$$d(-2) = 3(-2) + 5 = -1$$

$$d(3) = 3(3) + 5 = 14$$

بعض أنواع الدوال:

① الدالة الزوجية: تسمى الدالة $V = d(s)$ دالة زوجية إذا كان $d(-s) = d(s)$

② الدالة الفردية: تسمى الدالة $V = d(s)$ دالة فردية إذا كان $d(-s) = -d(s)$

$$\text{مثال: إذا كان } d(s) = s^2$$

$$\text{فإن } d(-s) = (-s)^2 = s^2$$

$$= s^2$$

$$= d(s) \text{ .} \therefore \text{ الدالة زوجية.}$$

$$\text{مثال: إذا كان } d(s) = s^3$$

$$\text{فإن: } d(-s) = (-s)^3 = -s^3$$

$$= -s^3$$

$$= -[s^3]$$

$$= -d(s) \text{ .} \therefore \text{ الدالة فردية.}$$

③ دالة القيمة المطلقة: يرمز لهذه الدالة بالرمز $|s|$ وهي معرفة كالتالي:

$$\left. \begin{array}{l} s \\ -s \end{array} \right\} |s| \text{ إذا كان } s \text{ عدد أكبر من أو يساوي الصفر.}$$

$$\left. \begin{array}{l} s \\ -s \end{array} \right\} |s| \text{ إذا كان } s \text{ عدد سالب.}$$

٤) الدالة الأسية الطبيعية: الدالة $v = d(s) = e^s$ تسمى الدالة الأسية الطبيعية حيث $e = 2,7$

٥) الدالة اللوغاريتمية الطبيعية: الدالة $v = d(s) = \log_e s = \log s$ حيث $s > 0$ تسمى الدالة اللوغاريتمية الطبيعية.

الخلاصة للدالة الزوجية والدالة الفردية

١) $d(-s) = d(s)$ الدالة زوجية

٢) $d(-s) = -d(s)$ الدالة فردية

١) الدالة الزوجية إذا كان الأس كله زوجي مع أو بدون حد مطلق.

أمثلة على الدالة الزوجية:

$$d(s) = s^2 + 1, \quad d(s) = \frac{3}{s}, \quad d(s) = s^2 + 5$$

٢) الدالة فردية إذا كان الأس كله فردي بدون حد مطلق.

أمثلة على الدالة الفردية:

$$d(s) = s^3 + 4s, \quad d(s) = \frac{1}{s}, \quad d(s) = s^5 + s^3$$

٣) الدالة لا زوجية ولا فردية:

أ) الأس كله فردي مع حد مطلق $d(s) = s^3 + 4s + 2$

ب) أس فردي + أس زوجي $d(s) = s^2 + 5s + 1$

مثال رقم ١-١٢:

$$\text{الدالة فردية} \quad \frac{s^3}{s^2+1} = (s)$$

مثال رقم ٢-١٢:

$$\text{الدالة زوجية} \quad \frac{s^2}{s^2+5} = (s)$$

مثال رقم ٣-١٢:

$$\text{أوجد د(١) ، د(-١) ، د(٢) ، د(-٢)} \quad \frac{s^3}{s^2+1} = (s)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1+1} = \frac{1^3}{1+1^2} = (1) \text{ د}$$

$$\frac{1-}{2} = \frac{1-}{1+1} = \frac{(1-)^3}{1+(1-)^2} = (-1) \text{ د}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{8}{1+4} = \frac{2^3}{1+2^2} = (2) \text{ د}$$

$$\frac{8-}{5} = \frac{8-}{1+4} = \frac{(2-)^3}{1+(2-)^2} = (-2) \text{ د}$$

معادلة الخط المستقيم

الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم

$$\text{معادلة الخط المستقيم} \quad \text{ص} = \text{م س} + \text{د}$$

حيث م هي ميل الخط المستقيم، و د الجزء المقطوع من محور ص

والميل يساوي فرق الصادات على فرق السينات:

$$\text{الميل م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} \quad \text{لنقطتين (س}_1, \text{ص}_1) \text{ و (س}_2, \text{ص}_2)$$

$$\text{الميل م} = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} \quad \text{للمعادلة}$$

مثال رقم ١-١٣: أوجد ميل الخط الواصل بين النقطتين (٢، -٤) و (١، ٥)

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{-4 - 5}{2 - 1} = \frac{-9}{1} = -9$$

مثال رقم ٢-١٣: أوجد ميل الخط المار بالنقطتين (٣، ٢) و (١، -٦):

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{2 - (-6)}{3 - 1} = \frac{8}{2} = 4$$

مثال رقم ٣-١٣: أوجد ميل المستقيم الذي معادلته $\text{ص} = 3\text{س} - 7$

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{3 - 0}{1 - 0} = 3$$

مثال رقم ٤-١٣: أوجد ميل الخط الذي معادلته $\text{ص} = 3 + 9\text{س}$

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{3 + 9 - 3}{1 - 0} = 9$$

$$\text{م} = \frac{3}{1} = 3$$

مثال رقم ٥-١٣ : أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٥ ويمر بالنقطة (٣، -١) ؟

$$\text{ص} = \text{م س} + \text{د}$$

$$\text{د} + 3 \times 5 = -1$$

$$\text{د} = -1 - 15$$

$$\text{د} = -16$$

$$\text{ص} = 5\text{س} - 16$$

مثال رقم ٦-١٣ : أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، ٤) وميله $\frac{1}{3}$

$$\text{ص} = \text{م س} + \text{د}$$

$$\text{د} + 3 \times \frac{1}{3} = 4$$

$$\text{د} + \frac{3}{3} = 4$$

$$\text{د} = \frac{5}{3}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{3}\text{س} + \frac{5}{3}$$

مثال رقم ٧-١٣ : أوجد معادلة الخط الذي يمر بالنقطتين (٢، ٤) (١، -١)

$$\text{م} = \frac{4 - (-1)}{2 - 1} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\text{ص} = \text{م س} + \text{د}$$

$$\text{د} + 2 \times 5 = 4$$

$$\text{د} + 10 = 4$$

$$\text{د} = 4 - 10$$

$$\text{د} = -6$$

$$\text{ص} = 5\text{س} - 6$$

مثال رقم ٨-١٣: أوجد معادلة الخط الذي يمر بالنقطتين (٥، -١) (٠، ٩)؟

$$m = \frac{-1 - 9}{5 - 0} = \frac{-10}{5} = -2$$

$$ص = م س + د$$

$$-1 = 5 \times (-2) + د$$

$$-1 = -10 + د$$

$$د = -1 + 10$$

$$د = ٩$$

$$ص = -2س + ٩$$

التوازي والتعامد:

① المستقيمان ل، ل٢ يكونا متوازيين إذا كان $m = m_2$ حيث m ، m_2 هما ميلتي المستقيمين ل، ل٢ على الترتيب.

② المستقيمان ل، ل٢ يكونا متعامدين إذا كان $m = -\frac{1}{m_2}$

م المستقيم = م المستقيم الموازي

$$م العمودي = \frac{-1}{م المستقيم}$$

مثال رقم ٩-١٣: أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (١، ٢) (٤، ٨)؟

$$m = \frac{8 - 2}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2$$

مثال رقم ١٠-١٣: أوجد ميل المستقيم الموازي للمستقيم $ص = ٣س + ٢$ ؟

$$ص = ٣س + ٢$$

م المستقيم = $\frac{3}{1}$ هو نفسه م المستقيم الموازي.

مثال رقم ١١-١٣: أوجد ميل المستقيم العمودي على المستقيم $s + 4v = 6$ ؟

$$m_{\text{المستقيم}} = \frac{1}{4}$$

$$4 = \frac{4}{1} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = m$$

مثال رقم ١٢-١٣: أوجد معادلة المستقيم الذي ميله $5 =$ ويمر بالنقطة $(4, -3)$ ؟

$$v = m + s$$

$$-3 = 4 + 5s$$

$$-3 = 4 + 5s$$

$$-3 = 20 - 3s$$

$$23 = 3s$$

$$v = 5s - 23$$

مثال رقم ١٣-١٣: أوجد معادلة المستقيم الواصل بين النقطتين $(3, 0)$ و $(0, -3)$ ؟

$$m = \frac{3}{3} = \frac{3 + 0}{0 - 3} = 1$$

$$v = m + s$$

$$0 = 3 + 1s$$

$$-3 = 1s$$

$$v = 1s - 3$$

مثال رقم ١٤-١٣:

أوجد معادلة المستقيم الذي ميله -4 وطول الجزء المقطوع من محور الصادات $3 =$

$$v = m + s$$

$$3 = -4s + v$$

مثال رقم ١٥-١٣:

أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٢، ٥) ويوازي الخط $٢س + ص = ٤$

$$م الموازي = -\frac{٢}{١} = -٢ \therefore م المستقيم = -٢$$

$$ص = م س + د$$

$$٥ = -٢ \times ٢ + د$$

$$٥ = -٤ + د$$

$$١ = د$$

$$ص = -٢س - ١$$

مثال رقم ١٦-١٣:

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ١) وعمودي على المستقيم $٥س = ٢ص - ٤$

$$٥س - ٢ص = -٤$$

$$م = \frac{٥}{٢} \therefore م المستقيم = \frac{٢}{٥}$$

$$ص = م س + د$$

$$١ = \frac{٢}{٥} \times ٢ + د$$

$$١ = \frac{٤}{٥} + د$$

$$د = \frac{١}{٥}$$

* هذا الحل النهائي ويمكن تضرب المعادلة في الرقم ٥ للتخلص من المقام

$$ص = \frac{٢}{٥} س - \frac{١}{٥}$$

$$٥ \times ص = \frac{٢}{٥} س - \frac{١}{٥}$$

$$٥ص = ٢س - ١$$

النهايات



(١) في حالة نها $\infty \leftarrow س$

أ) درجة البسط = درجة المقام

$$\frac{\text{معامل البسط}}{\text{معامل المقام}} = \frac{\text{نها}}{\infty \leftarrow س}$$

$$\frac{٣}{٥} = \frac{٤ + س٥ + ٢س٣}{١ + س٧ + ٢س٥} = \frac{\text{نها}}{\infty \leftarrow س}$$

$$٢ = \frac{٢}{١} = \frac{٤ + س٢}{٣ + س} = \frac{\text{نها}}{\infty \leftarrow س}$$

ب) درجة البسط > درجة المقام

$$\frac{\text{نها}}{\infty \leftarrow س} = \text{صفر}$$

$$\text{صفر} = \frac{١ + س٥ + ٢س٣}{٣ + س} = \frac{\text{نها}}{\infty \leftarrow س}$$

$$\text{صفر} = \frac{٣ + س٥}{١ + س٤ + ٢س٢} = \frac{\text{نها}}{\infty \leftarrow س}$$

ج) درجة البسط < درجة المقام

$$\frac{\text{نها}}{\infty \leftarrow س} = \infty$$

$$\infty = \frac{١ + س٧ + ٢س٥}{٤ + س٢} = \frac{\text{نها}}{\infty \leftarrow س}$$

$$\infty = \frac{١٢٥ + ٣س}{٤ + ٢س} = \frac{\text{نها}}{\infty \leftarrow س}$$

(٢) في حالة **نهـا** رقم **س** ←

إذا كان الناتج رقم
خلاص انتهت المسألة
دور غيرها ... 😊



(أ) في حالة كان الناتج **رقم**

$$\frac{11}{8} = \frac{1 + 2 \times 3 + 2^2}{4 + 2 \times 2} = \frac{1 + 3س + 2س^2}{4 + 2س} = \frac{نهـا}{س ← 2}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1 - \sqrt{6 + 3س}}{1 + 3} = \frac{1 - \sqrt{1 + 6س}}{1 = س} = \frac{نهـا}{س ← 3}$$

(ب) في حالات عدم التعيين **صفر** / **صفر**
نحل ، نحذف ،
نعوض مرة أخرى

$$\frac{0}{0} = \frac{4 - 4}{2 - 2} = \frac{س^2 - 4}{س - 2} = \frac{نهـا}{س ← 2}$$

$$4 = 2 + 2 = \frac{(س + 2)(س - 2)}{س - 2} = \frac{نهـا}{س ← 2}$$

بسيطة صح!
خذ عندك كم تمرين
وصلحووو... 😊



$$\frac{0}{0} = \frac{9 - 9}{3 - 3} = \frac{س^2 - 9}{س - 3} = \frac{نهـا}{س ← 3}$$

$$6 = 3 + 3 = \frac{(س + 3)(س - 3)}{س - 3} = \frac{نهـا}{س ← 3}$$

تمرين رقم ١-١٤:

$$\frac{\cdot}{\cdot} = \frac{6 + 10 - 4}{2 - 2} = \frac{6 + 5س - 2س}{2 - 2} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{\cdot}$$

$$1 - = 3 - 2 = \frac{(3 - س) (2 - س)}{2 - 2} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{\cdot}$$

$$\frac{\cdot}{\cdot} = \frac{27 - 27}{9 - 9} = \frac{27 - 3س}{9 - 2س} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{\cdot}$$

$$\frac{27}{6} = \frac{9 + 9 + 9}{3 + 3} = \frac{(9 + 3س + 2س) (3 - س)}{(3 + س) (3 - س)} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{\cdot}$$

$$\frac{\cdot}{\cdot} = \frac{8 - 8}{2 - 2} = \frac{8 - 2س}{2 - 2} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{\cdot}$$

$$12 = 4 + 4 + 4 = \frac{(4 + 2س + 2س) (2 - س)}{2 - 2} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{\cdot}$$

$$\frac{\cdot}{\cdot} = \frac{1 + 1 -}{1 - 1} = \frac{1 + 3س}{1 - 2س} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{\cdot}$$

$$\frac{3}{2 -} = \frac{1 + 1 + 1}{1 - 1 -} = \frac{(1 + س - 2س) (1 + س)}{(1 - س) (1 + س)} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{\cdot}$$

$$\frac{\cdot}{\cdot} = \frac{4 - 4}{2 - 2} = \frac{4س - 2س}{2 - 2} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{\cdot}$$

$$2 = س = \frac{س (2 - س)}{2 - 2} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{\cdot}{\cdot}$$

$$\frac{0}{0} = \frac{2 - \sqrt{3+1}s}{1-1} = \frac{2 - \sqrt{3+s}s}{1-s} = \frac{2 - \sqrt{3+s}s}{1-s}$$

$$\frac{2 + \sqrt{3+s}s}{2 + \sqrt{3+s}s} \times \frac{2 - \sqrt{3+s}s}{1-s} = \frac{2 - \sqrt{3+s}s}{1-s}$$

$$\frac{4 - 3 + s}{(2 + \sqrt{3+s}s)(1-s)} = \frac{1+s}{(2 + \sqrt{3+s}s)(1-s)}$$

$$\frac{1-s}{(2 + \sqrt{3+s}s)(1-s)} = \frac{1}{2 + \sqrt{3+s}s}$$

$$\frac{1}{2 + \sqrt{3+s}s} = \frac{1}{2 + \sqrt{3+s}s}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}$$

تبع تفهم ... !

- (١) ننزل الجذر كما هو.
- (٢) ثم نضرب في مرافق الجذر.
- (٣) المتشابهان نضرب:

$$\sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad}$$

- (٤) الغير متشابه نضعهم داخل أقواس () ()



$$\frac{0}{0} = \frac{3 - \sqrt{4+5}s}{5-5} = \frac{3 - \sqrt{4+s}s}{5-s} = \frac{3 - \sqrt{4+s}s}{5-s}$$

$$\frac{3 + \sqrt{4+s}s}{3 + \sqrt{4+s}s} \times \frac{3 - \sqrt{4+s}s}{5-s} = \frac{3 - \sqrt{4+s}s}{5-s}$$

$$\frac{9 - 4 + s}{(3 + \sqrt{4+s}s)(5-s)} = \frac{5+s}{(3 + \sqrt{4+s}s)(5-s)}$$

$$\frac{1}{3 + \sqrt{4+5}s} = \frac{5-s}{(3 + \sqrt{4+s}s)(5-s)}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{3+3} = \frac{1}{6}$$

الاتصال

تعريف:

نقول أن الدالة $D(s)$ متصلة عند النقطة $s = p$ إذا تحققت الشروط التالية:

(١) $D(p)$ معرفة.

(٢) $\lim_{s \rightarrow p} D(s)$ معرفة.

(٣) $\lim_{s \rightarrow p} D(s) = D(p)$

مثال رقم ١_١٥:

أبحث في اتصال الدالة:

$$\left. \begin{array}{l} \text{عندما } s \neq 9 \\ \frac{s^2 - 81}{s - 9} \\ \text{عندما } s = 9 \\ 12 \end{array} \right\} = D(s)$$

الحل:

عندما $s = 9$ فإن $D(s) = D(9) = 12$

أي أن الدالة معرفة عند $s = 9$

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 9} \frac{s^2 - 81}{s - 9} &= \lim_{s \rightarrow 9} \frac{(s - 9)(s + 9)}{s - 9} \\ &= \lim_{s \rightarrow 9} (s + 9) \\ &= 9 + 9 = 18 \end{aligned}$$

إذاً النهاية موجودة

$D(s) = 12$ ، $\lim_{s \rightarrow 9} D(s) = 18$

إذاً الدالة غير متصلة عندما $s = 9$

مثال رقم ٢-١٥:

أبحث في اتصال الدالة:

$$\left. \begin{array}{l} \text{عندما } s \neq 4 \\ \frac{s^2 - 16}{s - 4} \\ \text{عندما } s = 4 \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

الحل:

$$\text{عندما } s = 4 \text{ فإن د(س) = د(4) = 8}$$

$$\text{أي أن الدالة معرفة عند } s = 8$$

$$\text{نها } \frac{s^2 - 16}{s - 4}$$

$$\text{نها } \frac{(s - 4)(s + 4)}{s - 4}$$

$$= s + 4$$

$$= 4 + 4 = 8$$

إذاً النهاية موجودة

$$\text{د(س) = 8 ، نها } \frac{s^2 - 16}{s - 4} = 8$$

$$\text{إذاً الدالة متصلة عندما } s = 4$$

التفاضل

$$\boxed{1} \quad \text{ص} = ٢ \quad \text{ص} = \text{صفر}$$

$$\boxed{2} \quad \text{ص} = ٢س \quad \text{ص} = ٢$$

$$\boxed{3} \quad \text{ص} = س^٧ \quad \text{ص} = ٧س^{١-٧}$$

مثال رقم ١-١٦:

$$\blacksquare \quad \text{ص} = س^٥ + س^٤ + س^٣ + س^٢ + س + ١١$$

$$\text{ص} = ٧ + س^٤ + س^٢ + س$$

$$\blacksquare \quad \text{ص} = س^{-٤} + س^٤ + س^٣ + س^٢ + س + ٨$$

$$\text{ص} = -٤س^{-٥} + ٢٠س^٢ + ١٨س + ١٤س + ٥$$

$$\boxed{4} \quad \text{ص} = \sqrt{\quad} \quad \text{ص} = \frac{\text{مشتقة ما بداخل الجذر}}{\sqrt{2}}$$

مثال رقم ٢-١٦:

$$\blacksquare \quad \text{ص} = \sqrt{٥ + س^٣}$$

$$\text{ص} = \frac{٣س^٢}{٥ + س^٣}$$

$$\blacksquare \quad \text{ص} = \sqrt{١ + س + س^٢}$$

$$\text{ص} = \frac{٢س + ٥}{١ + س + س^٢}$$

مثال رقم ٦-١٦:

■ $\frac{1}{s} = \text{ص}$

$\frac{1-s}{2s} = \frac{1-s \times 1}{2s} = \text{ص}$

٨ $\text{ص} = \frac{\text{د (س)}}{\text{د (س)}}$ $\text{ص} = \frac{\text{مشتقة البسط} \times \text{المقام} - \text{مشتقة المقام} \times \text{البسط}}{\text{المقام}^2}$

مثال رقم ٧-١٦:

■ $\frac{3s+1}{2s-4} = \text{ص}$

$\text{ص} = \frac{3(2s-4) - (3s+1)2}{(2s-4)^2}$

$= \frac{6s - 12 - 6s - 2}{2(2s-4)^2}$

$= \frac{-14}{2(2s-4)^2}$

■ $\left(\frac{5s+3}{1-s}\right) = \text{ص}$

$\text{ص} = \frac{5(1-s) - (5s+3)1}{(1-s)^2}$

$= \frac{5s - 5 - 5s - 3}{2(1-s)^2}$

$= \frac{-8}{2(1-s)^2}$

$$\boxed{9} \quad \text{ص} = e^{(س)} \quad \text{ص} = \overline{د(س)} e^{(س)}$$

مثال رقم ٨-١٦:

$$\text{ص} = e^{٥س}$$

$$\text{ص} = \overline{٥} e^{٥س}$$

$$\text{ص} = e^{١+٢س}$$

$$\text{ص} = \overline{٢} e^{١+٢س}$$

$$\boxed{10} \quad \text{ص} = \text{لط} (د(س)) \quad \text{ص} = \overline{د(س)} \frac{د(س)}{د(س)}$$

مثال رقم ٩-١٦:

$$\text{ص} = \text{لط} (١+٥س)$$

$$\text{ص} = \overline{٥} \frac{٥}{١+٥س}$$

$$\text{ص} = \text{لط} س^٣$$

$$\text{ص} = \overline{٣} \frac{٣س^٢}{٣س}$$

$$\text{ص} = \text{لط} (١+٢س٣)$$

$$\text{ص} = \overline{٣} \frac{٦س}{١+٢س٣}$$

تمرين رقم ١-١٦:

$$\text{ص} = \text{لط} (س + ٤) \text{فإن ص} =$$

$$\text{ص} = \frac{٤س^٣}{س + ٤}$$

$$\text{ص} = س^{-٣} + ١ \text{فإن ص} =$$

$$\text{ص} = -س^٤$$

$$\text{ص} = (س + ٢)^٧ \text{فإن ص} =$$

$$\text{ص} = ٧(س + ٢)^٦ \times ٣س^٢$$

$$= ٢١س^٢ (س + ٢)^٦$$

$$\text{ص} = (س + ١)^٥ \text{فإن ص} =$$

$$\text{ص} = ٥(س + ١)^٤ \times ٢س$$

$$= ١٠س (س + ١)^٤$$

$$\text{ص} = س \times \text{لط} س \text{فإن ص} =$$

$$\text{ص} = ١ \times \text{لط} س + س \times \frac{١}{س}$$

$$= \text{لط} س + ١$$

$$\text{ص} = \frac{e^س}{١ + س} \text{فإن ص} =$$

$$\text{ص} = \frac{e^س \times ١ - (١ + س) e^س}{(١ + س)^٢}$$

$$\text{ص} = (٥ + س^٣) (٥ - س^٣) \text{فإن ص} =$$

$$\text{ص} = (٥ + س^٣)^٣ + (٥ - س^٣)^٣$$

$$= ١٥ - س^٩ + ١٥ + س^٩ = ١٨$$

أوجد النفاضل الرابع للدالة $ص = س^٤ + س^٣ - ٢س^٢ - ٩س - ٢$

الحل:

$$ص = س^٤ + س^٣ - ٢س^٢ - ٩س - ٢$$

$$ص = ١٢س^٢ + ١٨س - ٤$$

$$ص = ٢٤س + ١٨$$

$$ص = ٢٤$$

$$ص = \frac{س^٣ + ٢س^٢}{١ + ٢س} \quad \text{فإن } ص =$$

$$ص = \frac{٣س^٢ + ٤س + ١ + ٢س \times س - ١ + ٢س \times س^٢ + ٢س^٢}{٢(١ + ٢س)}$$

$$ص = ٩س^٢(١ - ٢س) \quad \text{فإن } ص =$$

$$ص = ١٨س(١ - ٢س) + ٢(٩س^٢)$$

$$ص = ١٨س - ٣٦س^٢ + ١٨س^٢$$

$$ص = ٥٤س - ١٨س^٢$$

$$ص = ٥(١ - ٣س + ٢س^٢) \quad \text{فإن } ص =$$

$$ص = ٥(١ - ٣س + ٢س^٢) \times ٤س + ٣$$

$$ص = ٤س^٢ + ٣ص - ٢س^٣ = ١ \quad \text{فإن } ص =$$

$$ص = ٤ص^٢ + ٣ص - ٢س^٣ = ٠$$

$$ص = ٤ص^٢ + ٣ص = ٢س^٣$$

$$ص = س^٤ + س^٣ - ٢س^٢ - ٩س - ٢ \quad \text{فإن } ص =$$

$$ص = س^٤ + س^٣ - ٢س^٢ - ٩س - ٢$$

$$ص = لط(١ - ٢س) \quad \text{فإن } ص =$$

$$ص = \frac{٢ - س}{١ - ٢س}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} = e^{س^٢-٢س+١} \quad \text{فإن ص}^- &= \\ \text{ص}^- = e^{س^٢-٢س+١} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} = \text{لط} (٥س^٢-٣س+٢) \quad \text{فإن ص}^- &= \\ \text{ص}^- = \frac{١٠س^٣-٥س^٢}{٢س^٢+٣س-٢} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} = \frac{١+س}{س} \quad \text{فإن ص}^- &= \\ \text{ص}^- = \frac{١+س \times ١ - س \times ١}{س^٢} &= \\ \frac{١+س-س}{س^٢} &= \\ \frac{١}{س^٢} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} = \sqrt{٥+س} \quad \text{فإن ص}^- &= \\ \text{ص}^- = \frac{١}{٢\sqrt{٥+س}} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} = \text{لط} (س^٢+٣س) \times e^{س^٢+١} \quad \text{فإن ص}^- &= \\ \text{ص}^- = \frac{٢س^٢+٣س}{س^٢+٣س} \times e^{س^٢+١} + ٢س^٢ + ٣س & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} = \frac{س^٢-١}{س^٢+٣س} \quad \text{فإن ص}^- &= \\ \text{ص}^- = \frac{(س^٢-١) \times (س^٢+٣س) - (س^٢+٣س) \times (س^٢-١)}{٢(س^٢+٣س)^٢} &= \\ \frac{س^٢+٣س^٤-س^٢-٣س^٤}{٢(س^٢+٣س)^٢} &= \\ \frac{-}{٢(س^٢+٣س)^٢} &= \end{aligned}$$

المشتقات العليا:

تعريف: إذا كانت $D^r(s)$ قابلة للاشتقاق عند s ، فإننا نسمي مشتقتها بالمشتقة الثانية للدالة $D(s)$ ونرمز لها بالرمز $D^2(s)$ ، وهكذا بالطريقة نفسها نحصل على المشتقة الثالثة ونرمز لها $D^3(s)$ ، وهكذا إلى أن نصل إلى المشتقة رقم n .

مثال:

$$\text{أوجد المشتقة الرابعة للدالة } D(s) = s^3 - 5s^2 + 3$$

الحل:

$$D(s) = s^3 - 5s^2 + 3$$

$$D'(s) = 3s^2 - 10s$$

$$D''(s) = 6s - 10$$

$$D'''(s) = 6$$

$$D^{(4)}(s) = \text{صفر}$$

مثال:

$$\text{أوجد المشتقة الثانية للدالة } e^s = e^s$$

الحل:

$$e^s = e^s$$

$$e^s = 2e^s$$

$$e^s = 4e^s + 2e^s$$

$$\therefore e^s = 2e^s (1+2)$$

تطبيقات التفاضل:

تعريف: يقال أن العدد p s مجال الدالة $v=s$ عدد حرج لهذه الدالة إذا كانت $d(p) = \text{صفر أو } d(p) \text{ غير موجودة.}$

مثال:

أوجد الأعداد الحرجة للدالة $d(s) = s^2 - 4s^2$

الحل:

$$d(s) = s^2 - 4s^2$$

$$d'(s) = 2s - 8s$$

$$d'(s) = \text{صفر} \leftarrow 2s - 8s = \text{صفر}$$

$$\leftarrow 2s(1 - 4s) = \text{صفر}$$

$$\leftarrow 2s = \text{صفر} \leftarrow s = \text{صفر}$$

$$\text{أو } 1 - 4s = 0 \leftarrow \text{صفر} \leftarrow s = \frac{1}{4}$$

\therefore مجال الدالة $d(s) = s^2 - 4s^2$ هو ح

\therefore الأعداد الحرجة للدالة هي صفر ، $\frac{1}{4}$ ، 1 ،

مثال:

أوجد الأعداد الحرجة للدالة $d(s) = s^3 + 3s^2 + 8$

الحل:

$$d(s) = s^3 + 3s^2 + 8$$

$$d'(s) = 3s^2 + 6s$$

$$d'(s) = \text{صفر} \leftarrow 3s^2 + 6s = \text{صفر}$$

$$\leftarrow 3s(s + 2) = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{ إما } 3s = \text{صفر} \leftarrow s = \text{صفر}$$

$$\text{أو } s + 2 = 0 \leftarrow \text{صفر} \leftarrow s = -2$$

\therefore الأعداد الحرجة للدالة $d(s) = s^3 + 3s^2 + 8$ هي صفر ، -2 ،

التكامل

$$e^x = e^x + 0$$

$$\boxed{1} \int dx$$

$$e^x = e^x + \frac{e^x - e^x}{1 + 0}$$

$$\boxed{2} \int e^x dx$$

$$e^x = e^x + \frac{e^{(x)} - e^{(x)}}{e^{(x)} - e^{(x)}}$$

$$\boxed{3} \int e^{(x)} dx$$

$$e^x = e^x + \frac{e^x - e^x}{(1 + x)}$$

$$\boxed{4} \int \frac{e^x}{(1 + x)} dx$$

$$e^x = e^x + \frac{e^x - e^x}{(x)}$$

$$\boxed{5} \int \frac{e^x}{(x)} dx$$

تمرين رقم ١-١٧:

$$\text{أوجد} \int (e^x + e^{2x} + \frac{3}{x} + 1) dx$$

$$\frac{e^x}{1} + \frac{e^{2x}}{2} + \frac{3}{x} + x + C$$

$$\text{أوجد} \int \frac{1}{x} dx$$

$$= \ln|x| + C$$

$$= \frac{2}{3} x^{\frac{2}{3}} + C$$

تمرين رقم ٢-١٧:

$$\text{أوجد} [\sqrt[3]{س}] \text{ ء س} =$$

$$س^{\frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{2}{5} س + \frac{5}{6} ث$$

$$\text{أوجد} [(س^2 - 3س + 7) ء س] =$$

$$\frac{س^2}{3} - \frac{3س}{6} + 7س + ث$$

$$\frac{1}{3} س^2 - \frac{3}{6} س + 7س + ث$$

$$\text{أوجد} [(س^2 + \frac{1}{س} + 1) ء س] =$$

$$\frac{س^2}{3} + ل ط س + س + ث$$

$$\text{أوجد} [(e^2 + \frac{3}{1+س} + 5) ء س] =$$

$$\frac{e^2}{6} + 3ل ط (س+1) + 5س + ث$$

$$\frac{1}{6} + 3ل ط (س+1) + 5س + ث$$

$$\text{أوجد} [\sqrt[5]{س}] \text{ ء س} =$$

$$س^{\frac{4}{5}} =$$

$$= \frac{5}{9} س + \frac{9}{5} ث$$

التكامل المحدود:

تعريف: $\int_p^b f(x) dx = F(b) - F(p)$

مثال:

$$\int_1^2 x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{1-8}{3} = \frac{1-2^3}{3} = \frac{1}{3} [2^3 - 1^3] =$$

مثال:

$$\int_1^3 x^3 dx = \frac{1}{4} x^4 \Big|_1^3 = \frac{81}{4} - \frac{1}{4} = \frac{80}{4} = 20$$

$$= \frac{1}{4} [3^4 - 1^4] = \frac{1}{4} [81 - 1] = \frac{80}{4} = 20$$

$$= \frac{1}{4} [3^4 - 1^4] = \frac{1}{4} [81 - 1] = \frac{80}{4} = 20$$

$$20 = \frac{1}{4} [81 - 1] = \frac{1}{4} [80] = 20$$

مثال:

$$\int_1^6 (x+3) dx = \left[\frac{1}{2} x^2 + 3x \right]_1^6 = \left[\frac{36}{2} + 18 \right] - \left[\frac{1}{2} + 3 \right] = 36 + 18 - \frac{1}{2} - 3 = 50 - \frac{1}{2} = \frac{100}{2} - \frac{1}{2} = \frac{99}{2}$$

$$= \left[\frac{1}{2} x^2 + 3x \right]_1^6 = \left[\frac{36}{2} + 18 \right] - \left[\frac{1}{2} + 3 \right] = 36 + 18 - \frac{1}{2} - 3 = 50 - \frac{1}{2} = \frac{100}{2} - \frac{1}{2} = \frac{99}{2}$$

$$= \left[\frac{1}{2} x^2 + 3x \right]_1^6 = \left[\frac{36}{2} + 18 \right] - \left[\frac{1}{2} + 3 \right] = 36 + 18 - \frac{1}{2} - 3 = 50 - \frac{1}{2} = \frac{100}{2} - \frac{1}{2} = \frac{99}{2}$$

$$= 36 + 18 - \frac{1}{2} - 3 = 50 - \frac{1}{2} = \frac{100}{2} - \frac{1}{2} = \frac{99}{2}$$

$$= \frac{100}{2} - \frac{1}{2} = \frac{99}{2}$$

تمارين عامة

فضلاً أجب على جميع الأسئلة التالية بتظليل رمز الإجابة الصحيحة فقط في ورقة الإجابة المرفقة:

س ١ : ميل الخط المستقيم الموازي للمستقيم $3ص = س + ٣$ هو

(أ) ١ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) -٣ (د) $-\frac{1}{3}$

س ٢ : ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين $(١, ٢)$ ، $(٤, ٣)$ هو

(أ) ١ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) -٣ (د) $-\frac{1}{3}$

س ٣ : معادلة الخط المستقيم الذي ميله $= ٢$ ويمر بالنقطة $(٣, ١)$ هي

(أ) $ص = ٢س + ١$ (ب) $ص = ٢س - ١$
(ج) $ص = ٢س - ١$ (د) $ص = ٢س + ١$

س ٤ : قيم س التي تحقق المعادلة $س^٢ - س - ٦ = صفر$ هي

(أ) $-٣, ٢$ (ب) $-٢, ٣$ (ج) $٢, ٣$ (د) $-١, ٦$

س ٥ : قيم س ، ص التي تحقق المعادلتين $٣س - ص = ٩$ ، $٧ = ص + ٣س$ هي

(أ) $س = ٣, ص = ٢$ (ب) $س = ٢, ص = ٣$
(ج) $س = ٢, ص = ٣$ (د) $س = ٣, ص = ٢$

س ٦ : قيمة المحدد $\begin{vmatrix} ٤ & ١ \\ ٧ & ٦ \end{vmatrix}$ =

(أ) -١٥ (ب) ١٥ (ج) -٣٠ (د) -١٨

س ٧ : إذا كانت $ص = ٢س^٢ - ٤س$ فإن $ص =$

(أ) $٥س - ٤$ (ب) $٦س^٢ - ٤$ (ج) $٦س - ٤$ (د) $٩س - ٤$

س ٨ : إذا كانت $ص = ل(٨ + س^٣)$ فإن $ص =$

(أ) $ل٣س^٢$ (ب) $\frac{٨ + س^٢}{س^٣}$ (ج) $\frac{١}{س^٣}$ (د) $\frac{س^٣}{٨ + س^٣}$

٩س : إذا كانت $v = (s+4)^9$ فإن $v =$

(أ) $9(s+4)^3$ (ب) $9(s+4)^9$

(ج) $9(s+4)^8$ (د) $36s^3(s+4)^8$

١٠س : إذا كانت $v = 3s^2 - 4s + 3$ فإن $v =$

(أ) ٦ (ب) $6s - 4$ (ج) صفر (د) $s^3 - 2s^2 + 3s + 3$

١١س : $[(4s^3 + 3s^2)]^2 =$

(أ) $12s^2 + 6s$ (ب) $s^4 + s^3 + 3$

(ج) $\frac{s^4}{4} + \frac{s^3}{3} + 3$ (د) $4s^4 + 3s^3 + 3$

١٢س : $[\sqrt[3]{s}]^2 =$

(أ) $\frac{3}{2} + \sqrt[3]{s}$ (ب) $\frac{6}{3} s^{-\frac{2}{3}}$ (ج) $2 s^{\frac{2}{3}}$ (د) $2 - s^{\frac{2}{3}}$

١٣س : $[e^s]^2 =$

(أ) $16e + 3$ (ب) $4e + 3$ (ج) $\frac{1}{s}e + 3$ (د) $e + 3$

١٤س : إذا كانت $v = s^{-7} + 7$ فإن $v =$

(أ) $3s^{-3} - 4$ (ب) $-4s$ (ج) $-4s^{-5}$ (د) $7 + s^{-5}$

١٥س : ميل الخط المستقيم العمودي على المستقيم $3s - 4 = 30$ هو

(أ) $\frac{4}{3}$ (ب) $-\frac{3}{4}$ (ج) $-\frac{4}{3}$ (د) $\frac{3}{4}$

١٦س : إذا كانت $v = s^2 \times e^s$ فإن $v =$

(أ) $2s e^s$ (ب) $e^s(2s + s^2)$ (ج) $s^2 e^s$ (د) $2s e + e^s$

١٧س : المقدار $\frac{4s^2}{3s} \div \frac{16s^6}{6s^3} =$

(أ) $\frac{2s^2}{4s^4}$ (ب) $\frac{4s^2}{18}$ (ج) $\frac{2s^2}{4s^4}$ (د) $\frac{4s^2}{4s^4}$

س١٨ : قيمة P التي تحقق المعادلة $لو١٦ = ٢ =$ هي

(أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ١٦ (د) ٨

س١٩ : تبسيط المقدار $لو٢٧ - لو١٢ + لو٤ =$

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) $لو١١$ (د) صفر

س٢٠ : إذا كانت $ص = ٢س٣ - ٤س$ فإن $ص =$

(أ) $٤س - ٥$ (ب) $٤س٦ - ٢$ (ج) $٤س٦ - ٤$ (د) $٤س٩ - ٤$

س٢١ : الحد السابع عشر ح١٧ من المتوالية الحسابية ١، -١، -٣، -٥، هو

(أ) $(٢-)^{١٦}$ (ب) ١ (ج) -٣١ (د) ٣١

س٢٢ : مجموع أول خمسون حداً ح٥٠ من المتوالية الحسابية ١، ٢، ٣، ٤، هو

(أ) ٢٤٥٠ (ب) ٤٩ (ج) ٩٨ (د) ١٢٧٥

س٢٣ : الحد السادس ح٦ من المتوالية الهندسية ٣، ٩، ٢٧، هو

(أ) ٢١ (ب) ٥٣ (ج) ٦٣ (د) ٢٤

س٢٤ : المجموع اللانهائي $\sum_{١}^{\infty}$ للمتوالية الهندسية ٣، ١، $\frac{1}{3}$ ، هو

(أ) $\frac{9}{2}$ (ب) $\frac{2}{9}$ (ج) $\frac{8}{6}$ (د) $\frac{2}{8}$

س٢٥ : نها $\lim_{س \rightarrow \infty} (س٣ - ٢س + ٤) =$

(أ) $٢ -$ (ب) صفر (ج) ٢ (د) ٦

س٢٦ : نها $\lim_{س \rightarrow \infty} \frac{س٢ - ٩}{س٣ - ٣} =$

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) ١ (د) ٦

س٢٧ : تحليل المقدار $س٢ + س - ٦ =$

(أ) $(٢-س)(٣+س)$ (ب) $(٦-س)(١+س)$
(ج) $(٦+س)(١-س)$ (د) $(٢+س)(٣-س)$

س٢٨ : مفكوك المقدار $(1-s)^2 =$

(أ) $s^2 - 2s + 1$ (ب) $s^2 + 2s + 1$
 (ج) $s^2 - 1$ (د) $2s - 2$

س٢٩ : تبسيط المقدار $\frac{s^2 + 3s}{s^2} \div \frac{1-s^2}{1-s} =$

(أ) $s+1$ (ب) $s-1$ (ج) $1-s$ (د) 1

س٣٠ : تبسيط المقدار $\sqrt[3]{s^6} =$

(أ) s^2 (ب) s^3 (ج) s^4 (د) s^3

س٣١ : تبسيط المقدار $(4s^4 - s^3)^2 =$

(أ) $16s^8 - s^6$ (ب) $2s^6 - s^4$
 (ج) $2s^8 - s^6$ (د) $16s^8 - s^6$

س٣٢ : قيمة s التي تحقق المعادلة $s^3 = 3$ هي

(أ) 9 (ب) 1 (ج) 3 (د) 27

س٣٣ : نهاية $\frac{s^3 + 7s^2}{s^2 + 4s + 7}$ $\rightarrow \infty$ =

(أ) غير موجودة (ب) $\frac{3}{4}$ (ج) $\frac{4}{3}$ (د) $\frac{1}{3}$

س٣٤ : $\{6, 5, 4, 3, 7\} \cup \{5, 4, 3\} =$

(أ) $\{7, 6, 5, 4, 3\}$ (ب) $\{5, 4, 3\}$ (ج) $\{7, 6\}$ (د) \emptyset

س٣٥ : $\{7, 6, 5, 4, 3\} \cap \{5, 4, 3\} =$

(أ) $\{7, 6, 5, 4, 3\}$ (ب) $\{7, 6\}$ (ج) $\{5, 4, 3\}$ (د) \emptyset

س٣٦ : $\{5, 4, 3\} - \{7, 6, 5, 4, 3\} =$

(أ) $\{7, 6\}$ (ب) $\{5, 4, 3\}$ (ج) \emptyset (د) $\{7, 6, 5, 4, 3\}$

س٣٧ : تبسيط المقدار $(3-s) \times (3+s) =$

(أ) $s^2 + 6s + 9$ (ب) $s^2 - 6s + 9$
 (ج) $s^2 - 9$ (د) $s^2 + 9$

س٣٨ : تبسيط المقدار $s^3 - s^2 =$

(أ) $s^2(3-s)$ (ب) $s^4(3-1)$
 (ج) $s^4(3-1)$ (د) $s^2 - 2$

س٣٩ : تحليل المقدار $s^3 - 27 =$

(أ) $(3-s)(9-s^2)$ (ب) $(3-s)(9+s^2)$
 (ج) $(3-s)(9+s^2)$ (د) $(3-s)(9-s^2)$

س٤٠ : قيمة س التي تحقق المعادلة $4s - 11 = 7 - s$ هي

(أ) -١ (ب) ١ (ج) -٢ (د) ٢

س٤١ : أوجد قيمة س في المعادلة التالية $3s + 16 = 5 - s$ هي

(أ) ٤ (ب) -٤ (ج) ٤,٥ (د) لا شيء من ذلك

س٤٢ : تبسيط $\sqrt[3]{8s^3} \cdot \sqrt[3]{s^9}$ يكون

(أ) $2s^3$ (ب) $3s^3$ (ج) $2s^3$ (د) $2s^3$

س٤٣ : تبسيط $[\sqrt[3]{8}]^{s+1} = 32$ يكون

(أ) $s = 4$ (ب) $s = 4$ (ج) $s = 16$ (د) $s = 8$

س٤٤ : تحليل المعادلة $s^2 + 2s + 2 = 0$ هو

(أ) $(s+2)$ (ب) (s^2+2) (ج) $(s+2)$ (د) $(s-2)$

س٤٥ : المعادلة $s^2 - 2s + 1 = 0$ هي نفسها

(أ) $(s-1)^2$ (ب) $(s-1)^2$ (ج) $(s-2)^2$ (د) $(s+1)^2$

س٤٦ : تبسيط المقدار $٩س - ١٦ص^٢$ يكون

(أ) $(٣س - ٤ص)(٣س + ٤ص)$ (ب) $(٣س - ٤ص)(٣س + ٤ص)$

(ج) $(٣س + ٤ص)(٣س + ٤ص)$ (د) $(٣س + ٤ص)(٣س - ٤ص)$

س٤٧ : تبسيط المقدار $٢٧س^٣ - ٨ص^٣$ يكون

(أ) $(٣س - ٢ص)(٩س^٢ + ٦سص + ٤ص^٢)$ (ب) $(٩س^٢ + ٦سص + ٤ص^٢)(٣س - ٢ص)$

(ج) $(٩س + ٦سص + ٤ص)(٣س - ٢ص)$ (د) $(٤س^٢ + ٦سص + ٩س^٢)(٣س - ٢ص)$

س٤٨ : ناتج المعادلة $\frac{٣س + ٢}{١ + س} - \frac{٢س - ٥}{١ + س}$ يكون

(أ) $\frac{٧ + س}{١ + س}$ (ب) $\frac{٧ + س}{٢ + س}$

(ج) $\frac{٧ - س}{١ + س}$ (د) $\frac{٧ + س}{٢ + س}$

س٤٩ : ناتج المعادلة $\frac{٤س + ٤}{٣س + ٤} + \frac{٣س}{٢ - س}$ يكون

(أ) $\frac{٩س^٢ + ٦س(٢ - س) + (٤س + ٤)(٢ - س)}{(٢ + س)(٢ - س)}$ (ب) $\frac{٩س^٢ + ٦س(٢ - س) + (٤س + ٤)(٢ - س)}{(٢ + س)(٢ - س)}$

(ج) $\frac{٩س^٢ + ٦س(٢ - س) + (٤س + ٤)(٢ - س)}{(٢ + س)(٢ - س)}$ (د) $\frac{٩س^٢ + ٦س(٢ - س) + (٤س + ٤)(٢ - س)}{(٢ + س)(٢ - س)}$

س٥٠ : تبسيط المقدار $\frac{٣ + س}{٣} = \frac{٢ - س}{٢}$ يكون

(أ) $٢ = س$ (ب) $٢ - = س$

(ج) $١٢ = س$ (د) $١٢ - = س$

س٥١ : تبسيط المقدار $٥٠ - ٢س^٢ = ٠$ يكون

(أ) $٥ \pm = س$ (ب) $١٠ = س$

(ج) $٢ \pm = س$ (د) $٢ - = س$

س٥٢ : تبسيط المقدار $٩س - ٢س^٢ = ٠$ يكون

(أ) $٩ \pm = س$ (ب) $٢ = س$

(ج) $\frac{٩}{٢} - = س$ (د) $\frac{٩}{٢} = س$

س٥٣ : أوجد قسمة س فيما يلي $\frac{5}{6} = س$ يكون

(أ) س = ٢ (ب) س = ٦

(ج) س = ٦ (د) س = ٢

س٥٤ : أوجد حاصل ضرب $\begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ يكون

(أ) $\begin{bmatrix} 23 & 17 \\ 11 & 9 \end{bmatrix} =$ (ب) $\begin{bmatrix} 23 & 17 \\ 11 & 9 \end{bmatrix} =$

(ج) $\begin{bmatrix} 23 & 11 \\ 11 & 9 \end{bmatrix} =$ (د) $\begin{bmatrix} 3 & 17 \\ 11 & 9 \end{bmatrix} =$

س٥٥ : أوجد حاصل ضرب $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 6 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ يكون

(أ) $\begin{bmatrix} 19 & 13 \\ 7 & 3 & 39 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} =$ (ب) $\begin{bmatrix} 19 & 33 \\ 7 & 3 & 39 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} =$

(ج) $\begin{bmatrix} 29 & 13 \\ 7 & 3 & 39 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} =$ (د) $\begin{bmatrix} 19 & 13 \\ 7 & 3 & 39 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} =$

س٥٦ : أوجد حل نظام المعادلات س - ٣ص = ٤- ، ٢س + ٢ص = ٤

(أ) س = $\frac{4}{8}$ ، ص = $\frac{12}{8}$ (ب) س = $\frac{12}{8}$ ، ص = $\frac{4}{8}$

(ج) س = $\frac{4}{8}$ ، ص = $\frac{21}{8}$ (د) س = $\frac{4}{8}$ ، ص = $\frac{21}{8}$

مع تمنياتي لكم بدوام التوفيق والنجاح ، ، ،

أسأل الله التوفيق والسداد فإن أصبت فذلك بفضل الله ومنّة وإن أخطأت

فالرجاء مراسلتي على البريد الإلكتروني

haniharab@hotmail.com

إعداد / هاني عرب

لتحميل نسختك المجانية

ملتقى البحث العلمي



www.rsccrs.info

منتدى طلاب وطالبات جامعة الملك عبدالعزيز

www.mkau.net

المحتويات

١	■ الغلاف
٢	■ تنويه هام
٤	(١) المجموعات
٩	(٢) مفاهيم أساسية في الجبر
١٠	(٣) الأسس
١١	(٤) الجذور
١٣	(٥) كثيرات الحدود
١٦	(٦) اللوغاريتمات
١٩	(٧) التحليل والكسور
٢٥	(٨) المعادلات
٢٩	(٩) المصفوفات
٣٤	(١٠) المحددات
٣٧	(١١) المتواليات
٣٧	٢ - (١١) المتوالية الحسابية
٣٧	ب - (١١) المتوالية الهندسية
٤٧	(١٢) الدوال
٥٠	(١٣) معادلة الخط المستقيم
٥٥	(١٤) النهايات
٥٩	(١٥) الاتصال
٦١	(١٦) التفاضل
٧٠	(١٧) التكامل
٧٣	■ تمارين
٨٠	■ المحتويات

هذا العمل للجميع ولا يباع بل ينسخ فقط
وقيمته دعوة بالهداية لك ولي