

شرح المسائل المهمة في الاساليب الكمية

صياغة البرنامج الخطي

طريقة الاختبار في
المادة حسب ما جاء في
المحاضرة ١٤
المرفقة

تعظيم

تقوم شركة السهل الممتنع بتصنيع نوعين من النظارات التسمية للأطفال: بناتي و ولادي. حيث يبلغ ثمن النظارة التسمية للبنات 1234 ريال، ويحتاج إلى 30 ساعة عمل في قسم الصبغ، و 40 ساعة عمل في قسم التجميع، بينما يبلغ ثمن النظارة التسمية للولد 44 ريال، ويحتاج إلى 2 ساعة عمل في قسم الصبغ، و 5 ساعات عمل في قسم التجميع. لا تستطيع الشركة توفير أكثر من 500 ساعة عمل في قسم الصبغ، كما لا يستطيع الحصول على أكثر من 900 ساعة عمل في قسم التجميع



مكونات البرمجة الخطية لحل المشاكل

- 1 الهدف
- 2 المتغيرات
- 3 الرموز
- 4 الجدول

دالة الهدف في هذه المسألة تأخذ الشكل التالي:

أ. $Max z = 1234x_1 + 500x_2$

ب. $Max z = 44x_1 + 1300x_2$

ج. $Max z = 1234x_1 + 44x_2$

د. $Min z = 500x_1 + 900x_2$

قيود قسم التجميع هو:

أ. $2x_1 + 5x_2 \leq 900$

ب. $40x_1 + 5x_2 \leq 900$

ج. $1234x_1 + 44x_2 \leq 500$

د. $30x_1 + 40x_2 \leq 1400$

دالة الهدف: تمثل الهدف الذي نريد الوصول إليه وتحقيقه، كتحقيق أكبر ربح أو أدنى تكلفة ممكنة ويرمز لها بالرمز Z

المتغيرات: تدخل ضمن دالة الهدف المراد تعظيمه أو تقليله و يعبر عنها بصورة كمية مثلا.. كميات إنتاج.. ساعات عمل.. كمية المواد الأولية اللازمة لتصنيع منتج،

الرموز: ويرمز لها بالرمز $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ الجدول: لكي يسهل تكوين المعادلات الرياضية

القيود: وجود علاقة تأثير بين المتغيرات ويعبر عنها رياضيا بمتباينات ويشترط أن تكون غير سالبة أي $x_i \geq 0$

1	الهدف	الهدف هنا هو تعظيم.
2	المتغيرات	نظارات البنات، نظارات الاولاد.
3	الرموز	نعبر عن نظارات البنات (X_1) ، ونعبر عن نظارات الاولاد (X_2) .

الوقت المتاح يوميا	نظارات الاولاد X_2	نظارات البنات X_1	
قسم الصبغ ٥٠٠ ساعة عمل	٢	٣٠	
قسم التجميع ٩٠٠ ساعة عمل	٥	٤٠	
سعر البيع	٤٤	١٢٣٤	

$Max z = 1234X_1 + 44X_2$	دالة الهدف
$30X_1 + 2X_2 \leq 500$ $40X_1 + 5X_2 \leq 900$	القيود
$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$	عدم السلبية

الجدول

القيود

المحاضرة
١٤

اسئلة اخرى قد تشمل: قيد الصبغ، المتغيرات، قيد عدم السلبية، نوع الدالة (تعظيم او تندية او مزيج)

شرح مختصر

شرح المسائل المهمة في الاساليب الكمية

صياغة البرنامج الخطي

الرسم البياني

طريقة الاختيار حسب اتجاه في المحاضرة ١٤ المرفقة

إذا أعطيت البرنامج الخطي التالي و طلب منك استخدام الرسم البياني في الحل:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 5x_1 + 4x_2 \\ \text{s.t.} \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 36 \quad (1) \\ x_1 + 2x_2 &\leq 16 \quad (2) \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

دالة الهدف

القيود

ظلم المتغيرات

الخطوات	1	صياغة المشكلة في شكل نموذج رياضي وتكوين الاحداث السينية والاحداث الضد.	القيود الأول يتقاطع مع محور x_1 في النقطة: (0, 12), (12, 0)
	2	رسم القيود في شكل خطوط مستقيمة.	القيود الثاني يتقاطع مع محور x_2 في النقطة: (0, 12), (12, 0)
	3	تحويل القيود الى متساويات	نقطة (12, 0)
	4	تحديد نقطتين لكل مستقيم لمعرفة قيم الاحداث (x_1, x_2)	نقطة (18, 0)

تحويل القيود الى متساويات

رسم القيد الأول:

$$3x_1 + 2x_2 = 36$$

المستقيم الأول

$$x_1 + 2x_2 = 16$$

المستقيم الثاني

وبالتالي فان قيم x_1, x_2 للقيد الأول هي

0	12	x_1
0	18	x_2

القيود الأول هو $3x_1 + 2x_2 = 36$ فان $x_2 = 0$ اذن $x_1 = 36/3 = 12$

بافتراض ان $x_1 = 0$ فان $x_2 = 36/2 = 18$ اذن

بافتراض ان $x_1 = 0$ فان $x_2 = 36/2 = 18$ اذن

بافتراض ان $x_1 = 0$ فان $x_2 = 36/2 = 18$ اذن

قيم محددة صفرية

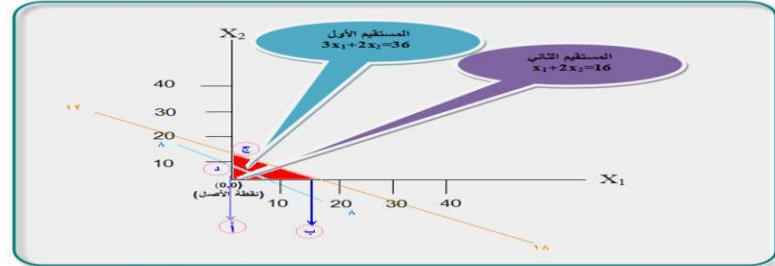
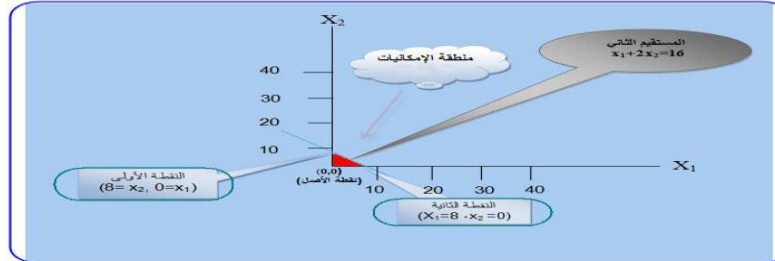
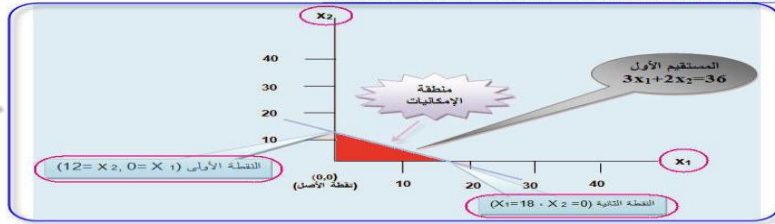
وبالتالي فان قيم x_1, x_2 للقيد الثاني هي

0	8	x_1
0	8	x_2

القيود الثاني هو $x_1 + 2x_2 = 16$ فان $x_2 = 0$ اذن $x_1 = 16/2 = 8$

بافتراض ان $x_1 = 0$ فان $x_2 = 16/2 = 8$ اذن

بافتراض ان $x_1 = 0$ فان $x_2 = 16/2 = 8$ اذن



كما ذكر في شرح اسئلة الاختيار رقم ٣٧ قيمة دالة الهدف عند أي نقطة محددة

بالتعويض في قيمة X

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 40x_1 + 50x_2 \\ \text{s.t.} \\ x_1 + 2x_2 &\leq 40 \quad (1) \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 120 \quad (2) \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

قيمة دالة الهدف عن النقطة (24, 8)

$$960 + 400 = 1360$$

لرجى مراجعة اسئلة الاختيار

اسئلة اخرى قد تشمل: تقاطع القيد الثاني مع محور x_1, x_2 . نقطة تقاطع المعادلتين قيمة دالة الهدف عند التقاطع. قيمة دالة الهدف عند أي نقطة محددة. اتجاه المتطابق تغير معاملات دالة الهدف.

شرح المسائل المهمة في الاساليب الكمية

صياغة البرنامج الخطي

تعظيم

الطريقة المبسطة (طريقة السمبلكس)

أدبا البرنامج الخطي التالي

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 40x_1 + 50x_2 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 40 \quad (1) \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 120 \quad (2) \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



دالة الهدف في الشكل التالي، فمسا تساوي صفر على التمام:
 $\text{Max } z = 40x_1 + 50x_2 = 0$
 $\text{Max } z = 40x_1 + 50x_2 = 0$
 $\text{Max } z = 40x_1 + 50x_2 = 0$

تستخدم الطريقة المبسطة اذا كانت جميع القيود اصغر من او يساوي

1 تحويل دالة الهدف الى دالة صفرية

$$\text{Max } z = 40x_1 + 50x_2$$

نقل الطرف الايمن الى الطرف الايسر وتغيير الاشارة في الدالة

$$\text{Max } z - 40x_1 - 50x_2 = 0$$

2 تحويل القيود من متراجحات (\leq) الى معادلات (=) باضافة متغير (S)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + S_1 &= 40 \\ 4x_1 + 3x_2 + S_2 &= 120 \end{aligned}$$

3 تثبيت عدم السلبية للمتغيرات

$$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$$

4 تكوين الجدول الاول

عدد الاعمدة هي جميع المتغيرات + 2 (x_1, x_2, S_1, S_2)

عدد الصفوف هي عدد المتغيرات في الدالة + 2 (S_1, S_2)

$$6/2=4$$

	المتغير الداخل		المتغير الخارج		
	x_1	x_2	S_1	S_2	النسبة
Z	-40	-50	0	0	0
S_1	1	2	1	0	40/2=20
S_2	4	3	0	1	120/3=40
	$\text{Max } z - 40x_1 - 50x_2 = 0$ $x_1 + 2x_2 + S_1 = 40$ $4x_1 + 3x_2 + S_2 = 120$				

5 المتغير الخارج (صف المحور Pivot row).

أما حاصل قسمة قيم R.H.S على قيم عمود المحور فهي كالتالي:

$$40/2=20$$

$$120/3=40$$

اذن المتغير S_1 هو المتغير الخارج لانه يمثل اقل قيمة موجبة (20)

6 ايجاد القيم الجديدة لمعاملات المتغيرات

ايجاد قيم المتغير الداخل x_1 وذلك عن طريق قسمة كل قيمة في صف المحور على العنصر المحوري.

العنصر المحوري (Pivot variable) هو نقطة تقاطع عمود المحور مع صف المحور، وهو (2).

اذن قيم المتغير الداخل x_1 هي:

$$x_1 = (1/2, 2/2, 1/2, 0/2, 40/2)$$

$$x_1 = (1/2, 1, 1/2, 0, 20)$$

تكتب القيم الجديدة اعلاه في جدول الحل الجديد

7 ايجاد قيم بقية المتغيرات في الجدول

ايجاد قيمة Z الجديدة، نضرب القيمة المعادلة لـ Z في عمود المحور وهي (-40) × قيم المتغير الداخل الجديدة وكما يأتي:

$$-40 \times (1/2, 1, 1/2, 0, 20) = (-20, -40, -20, 0, -800)$$

ثم نطرح القيم اعلاه من قيم معاملات Z القديمة في جدول الحل الجديد وكما يأتي:

$$(-40, -50, 0, 0, 0)$$

$$- (-20, -40, -20, 0, -800)$$

$$(-60, -90, -20, 0, -800)$$

ثم ننقل القيم إلى جدول الحل الثاني.

8 ايجاد قيم معاملات المتغيرات الجديدة

ايجاد قيمة S_1 الجديدة نقوم بنفس الخطوات اعلاه أي نضرب العنصر المعامل للمتغير S_1 في عمود المحور × قيم المتغير الداخل الجديدة وكما يأتي:

$$1 \times (1/2, 1, 1/2, 0, 20) = (1/2, 1, 1/2, 0, 20)$$

$$= (1, 2, 1, 0, 40)$$

$$(1/2, 1, 1/2, 0, 20)$$

$$(1/2, 1, 1/2, 0, 20)$$

ثم ننقل القيم إلى جدول الحل الثاني.

9 جدول الحل الثاني

B.V.	Z	x_1	x_2	S_1	R.H.S
Z	-60	-90	-20	0	-800
S_1	1/2	1	1/2	0	20
x_1	1/2	1	1/2	0	20

بعد استكمال الجدول يتم التأكد من إذا ما كان الجدول يمثل جدول الحل الأمثل وذلك من خلال ملاحظة القيم في صف Z، ولأن دالة الهدف من نوع تعظيم، فنصل للحل الأمثل عندما تكون جميع القيم في صف Z موجبة أو صفرية.

ولكن قيم Z سالبة!!!!!!

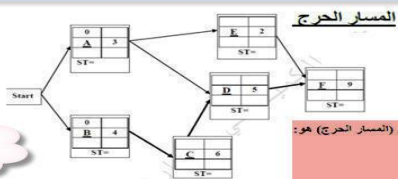
الاهم اننا عرفنا طريقة الحل

مسئلة اخرى قد تشمل: المتغير الخارج، العنصر المحوري، معادلة Z الجديدة، معادلة الصف الجديد للمتغير الخارج.

شرح المسائل المهمة في الاساليب الكمية

جدولة المشاريع CPM & PERT

المسار الحرج



الرسم يوضح تخطيط الشبكة للمشروع

الزمن الكلي للمشروع (المسار الحرج) هو:
 أ. 24
 ب. 14
 ج. 9
 د. 29

الزمن البديهي المتأخر للنشاط A يساوي:
 أ. 10
 ب. 7
 ج. 3
 د. 0

أسلوب المسار الحرج CPM : أسلوب مماثل يهتم أساساً بدراسة العلاقة بين الوقت والتكاليف في تنفيذ المشروعات والبرامج وإمكانيات الإحلال والتبادل بينهما . وصولاً إلى جعل وقت تنفيذها أقل ما يمكن

لدينا ثلاثة مسارات

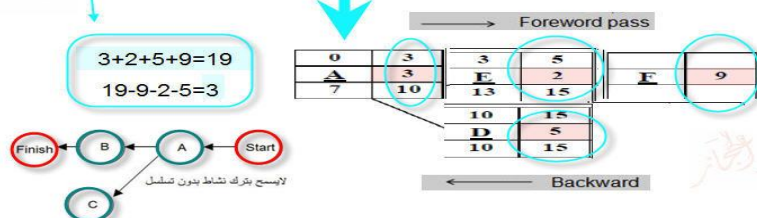
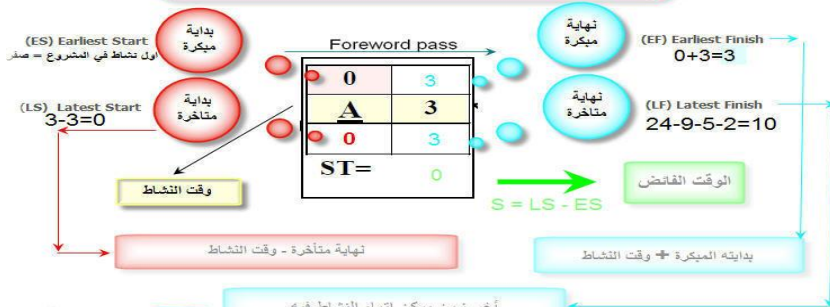
- 1- A - E - F
- 2- A - D - F
- 3- B - C - D - F

المسار الحرج الآن هو رقم 3 وهو أطول وقت لكي ينتهي

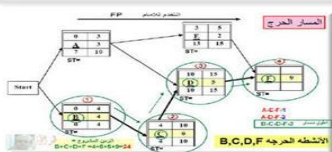
سلسلة الأنشطة والمهام التي تقع بين البداية والنهاية التي يكون فيها وقت النشاط أطول من غيره ويحدد انتهاء المشروع فلو ان احد الأنشطة بالمسار الحرج تعطل فالمشروع سوف يتأخر

الأوقات الأربعة

1	الوقت المبكر لبداية النشاط	ويتمد على فكرة ساعة السفر لبداية المشروع محاسباً إليها الزمن اللازم لكل نشاط
2	الوقت المبكر لنهاية النشاط	آخر نشاط في الشبكة ويكون مساوياً لموعد انتهاء المشروع ثم يطرح الزمن اللازم لكل نشاط من موعد انتهاء المشروع حتى تصل لبداية النشاط في المشروع
3	الوقت المتأخر لبداية النشاط	الفرق بين أوقات النشاط (-)
4	الوقت المتأخر لنهاية النشاط	
0	الزمن الفائض	



هذا حلّي ولكن حل الدكتور مختلف.. ولا اعرف ماهو الصحيح.. ولكن طيّقت القوانين حسب بحثي في مواقع الانترنت!!!!!!



اسئلة اخرى قد تشمل: الأنشطة السابقة لنشاط ما ، نشاط يمكن تأجيله، الزمن الفائض (الزائد)، المسار الحرج.

اسئلة الاختبار

شرح المواضيع المهمة في الاساليب الكمية

تقييم المشاريع و مراجعتها PERT

Program Evaluation and Review Technique

جدولة المشاريع وتقييمها PERT

الجدول التالي يمثل تسلسل الأنشطة الحرجة للمسار الحرج لمشروع ما:

التيار	المتوقع	التقدير			رمز النشاط
		تساوم (L)	أكثر احتمالاً (M)	تفول (S)	
		8	5	2	A
		5	1.5	1	B

قوانين قد تحتاج لها : الوقت المتوقع = $\frac{S + 4 * M + L}{6}$ ، التباين = $\frac{(L-S)^2}{6}$

الوقت المتوقع للنشاط الحرج A يساوي 5
التباين للنشاط الحرج A يساوي 0.44

عذر العجز

عذر العجز

أسلوب PERT في جدولة المشاريع

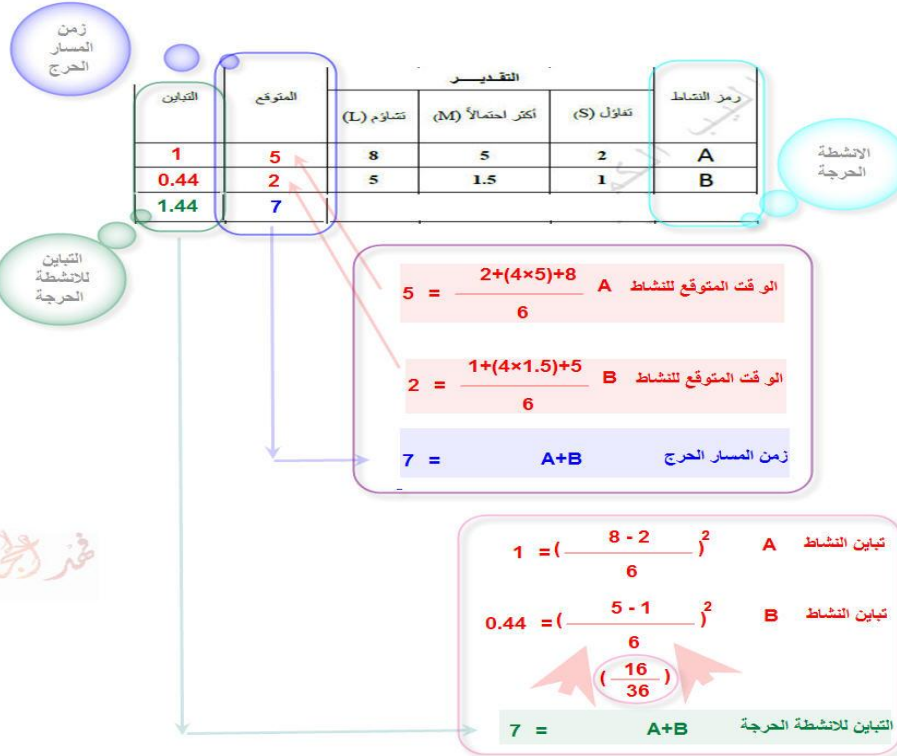
طريقة PERT ازمدة تقديرية لحساب متوسط فترة إنجاز النشاط

- 1 (S) الوقت المتفائل: هو أقل وقت لإتمام النشاط.
- 2 (M) الوقت الأكثر احتمالاً: هو الزمن الأكثر تكراراً لإتمام النشاط.
- 3 (L) الوقت المتشائم: هو أطول زمن لإتمام النشاط.

تقدير متوسط زمن أداء النشاط

$$\text{زمن أداء النشاط} = \frac{S + 4 * M + L}{6}$$

$$\text{الانحراف المعياري } \sigma = \frac{\text{الزمن المتفائل} - \text{الزمن المتشائم}}{6} \quad \text{التباين} = \left(\frac{L-S}{6}\right)^2$$



اسئلة أخرى قد تشمل: تباين المشروع, الزمن الكلي للمشروع, الانحراف المعياري للنشاط



عذر العجز

شرح المواضيع المهمة في الاساليب الكمية

تحليل القرارات Decision Analysis

تحليل القرارات

الجدول التالي يمثل ثلاث بدائل لشركة تفكر بزيادة طاقتها الإنتاجية مع وجود حالتين للسوق مستقبلاً :

التوسع	ارتفاع	انخفاض
موسع جديد	900	10
تعاقد	150	80

وفقاً لتضمن التالي Maximax ، فإن البديل الأفضل هو:

- (أ) توسع
 - (ب) توسع جديد
 - (ج) تعاقد
 - (د) لا يوجد
- بافتراض أن احتمال الارتفاع = 0.40 ، فإن القيمة التوقعة المتوقعة في حال التوسع =
- (أ) 240
 - (ب) 270
 - (ج) 210
 - (د) 650

قررت

تحليل القرار Decision Analysis

يساعد على أخذ القرار المهم وذلك باختيار قرار من مجموعة من القرارات البديلة Alternatives الممكنة عندما يكون هناك عدم تأكد Uncertainty لما سيحدث مستقبلاً.

الهدف

1 تعظيم الربح المتوقع Maximizing Expected Profit عندما يكون في الإمكان تحديد احتمالات لذلك.

2 معيار تعظيم دالة الفائدة أو الجدوى Maximizing the Utility Function والتي تستخدم في حالة وجود مخاطر Risks في القرار.

- المعايير المستخدمة لمساعدة متخذ القرار
 - ❖ معيار أقصى الأقصى (المتفائل) (Maximax criterion)
 - ❖ معيار أقصى الأدنى (المتشائم) (Maximin criterion)
 - ❖ معيار الندم (أدنى الأقصى) (Minimax Regret criterion)
- تصنيف القرارات في المنظمة إلى:
 - القرارات في حالة التأكد Decisions under certainty
 - القرارات في حالة عدم التأكد Decisions under uncertainty
 - القرارات في حالة المخاطرة Decisions under risk

الأسطر تحوي القرارات البديلة الممكنة
الأعداد تحوي الأحداث المستقبلية الممكنة
الأحداث تسمى حالات الواقع وتكون مستقلة بعضها البعض ولأن من حدوث أحدها أي على الأثر واحد حدث ممكن من الأحداث يحدث... أي على الأقل واحد حدث يحدث
محتويات الجدول هي المنفوعات

التوسع	ارتفاع	انخفاض
موسع جديد	900	10
تعاقد	150	80

المكسب الأكبر

معيار أقصى الأقصى Maximax

مجموع قيم العائد المتوقعة

$$Erv = r_1.p(r_1) + r_2.p(r_2) + \dots + r_n.p(r_n)$$

r تمثل العائد
p تمثل الاحتمال

بافتراض أن احتمال الارتفاع = 0.40 ، فإن القيمة التوقعة المتوقعة في حال التوسع =

قانون الاحتمال
 $P(A) = 1 - P(A')$
 $P(A) = 1 - P(\text{التوسع}) = 1 - 0.40 = 0.60$

$0.40 \times 600 = 240$
 $0.60 \times 50 = 30$
 $240 + 30 = 270$

مصدر قوانين الاحتمالات
http://www.jmasi.com/ehsa/prob/prob.htm

اسئلة أخرى قد تشمل: المعايير الأخرى في حالة عدم التأكد القيمة التوقعة المتوقعة.