4

# الباب الرابع: الارتباط والانحدار الخطي البسيط

# Chapter 4: Correlation & Simple Linear Regression

سنتناول في هذا الفصل :

(١) مفهوم الإرتباط وأنواعه.

(٢) طرق حساب معاملات الارتباط المختلفة.

(٣) مفهوم الانحدار الخطي البسيط وتطبيقاته .

# مقدمة عن الارتباط

تقابلنا كثيرا في الحياة العملية مواقف تتضمن متغيرين( ظاهرتين) وأكثر ويكون المطلوب معرفة ما إذا كان هناك علاقة بين هذه المتغيرات وما هو شكل هذه العلاقة ؟ وأيضا كيفية التنبؤ بأحد هذين المتغيرين في حالة معرفتنا بالمتغير الآخر .

فكثيرا ما تجدين في بعض المجلات معادلة الطول مع الوزن فإذا أردت أن تعرفي الوزن المثالي أدخلي طولك في المعادلة ليظهر وزنك المثالي ، وقد توصلوا إلى هذه المعادلة أو إلى هذه الصيغة بدراسة العلاقة ما بين المتغيرين الطول والوزن على مجموعة من الأفراد.

# الارتباط

الارتباط : هو تعيين طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين أو عدمها

- معامل الارتباط هو مؤشر هذه العلاقه
- أول خطوه فى تحديد طبيعه العلاقه هى رسم شكل الانتشار

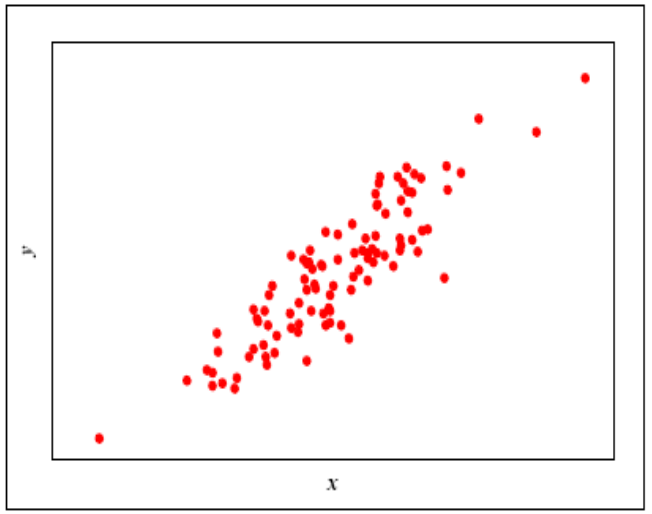
- إذا كان لدينا متغيران فقط . المتغير X وهو متغير يتم تحديده من قبل الباحث أو الشخص الذي يقوم بالدراسة وهو يسمى بالمتغير المستقل Independent variable

- يرافق المتغير X متغير آخر Y ويسمى بالمتغير التابع dependent variable وهو متغير احصائى لأن نتيجته غير محددة وتعتمد على قيم المتغير المستقل.

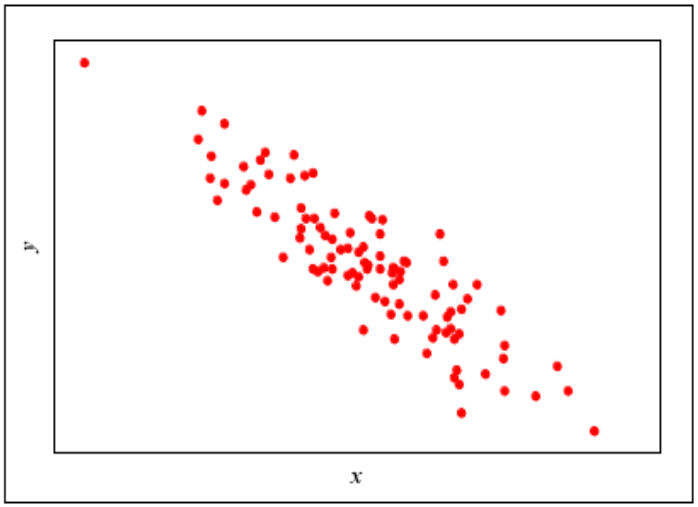
# الارتباط

**الارتباط الموجب (الطردي) ( Positive Correlation)** بأنه علاقة بين متغيرين $(x, y)$ بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في نفس الاتجاه..

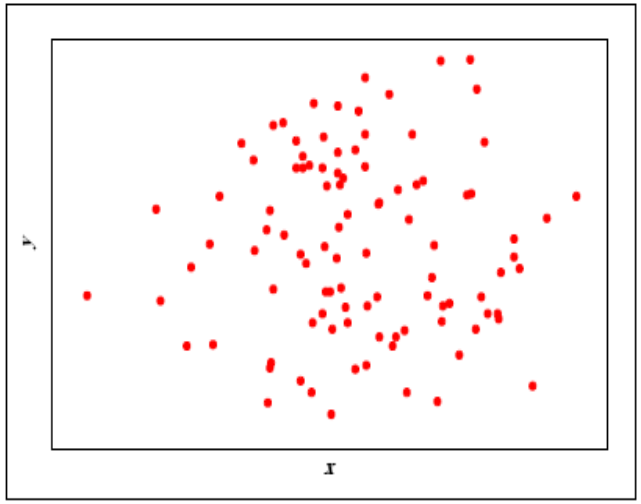
**الارتباط السالب (العكسي) ( Negative Correlation)** بأنه علاقة بين متغيرين $(x, y)$بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في الاتجاه المضاد.



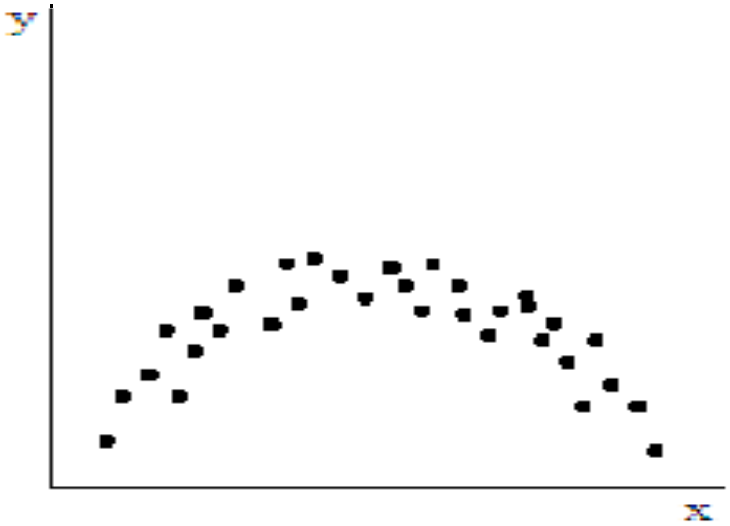

شكل الانتشار الخاص بالارتباط
الموجب (الطردي)




شكل الانتشار الخاص بالارتباط السالب
(العكسي)

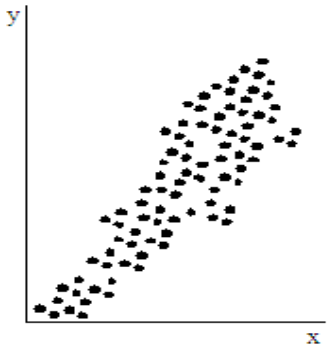



شكل الانتشار الخاص باستقلال
متغيرين (ظاهرتين)

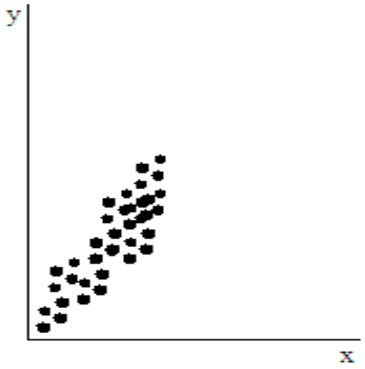



شكل الانتشار الخاص بالعلاقه الغير خطيه
بين متغيرين (ظاهرتين)

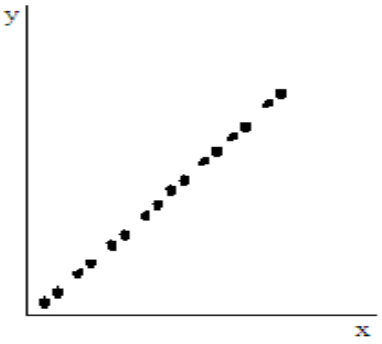
# شكل الانتشار



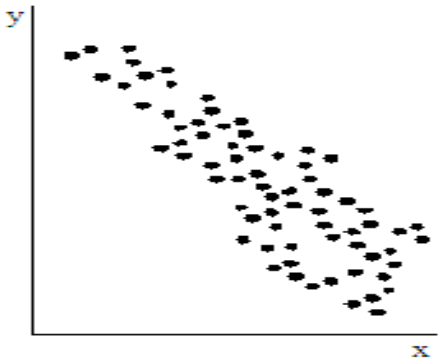

ارتباط طردي



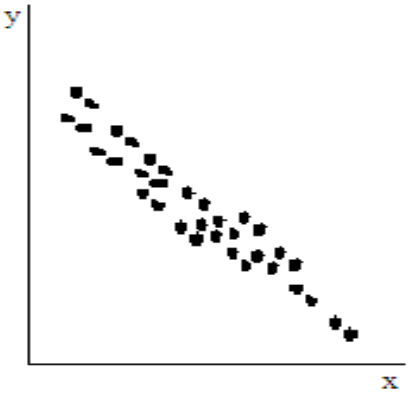

ارتباط طردي قوي



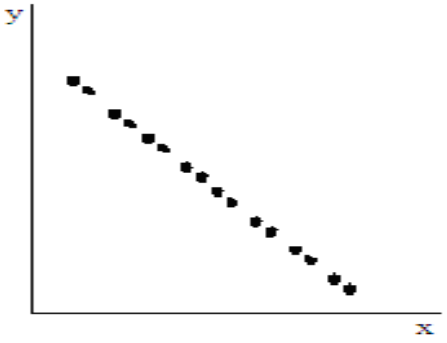

ارتباط طردي تام




ارتباط عكسي




ارتباط عكسي قوي




ارتباط عكسي تام

# قياس الارتباط

- تستخدم معاملات الارتباط لقياس درجة الارتباط بين متغيرين( ظاهرتين) .
- تعريف معامل الارتباط :

يعرف معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز r بأنه عبارة عن مقياس رقمي يقيس قوة ونوع الارتباط بين متغيرين ، حيث تتراوح قيمته بين

(+1) و (−1) ، أي أن $-1 \le r \le +1$

وتدل إشارة المعامل الموجبة على العلاقة الطردية ،

بينما تدل إشارة المعامل السالبة على العلاقة العكسية .

- يمكن حساب العديد من معاملات الارتباط ويعتمد ذلك على مستوى القياس (اسمي – ترتيبي – فترة – نسبي ) للمتغيرات التي تبدو مرتبطة .

# قياس الارتباط

والجدول التالي يوضح أنواع الارتباط واتجاه العلاقة وشكل الانتشار لكل نوع :

| قيمة معامل الارتباط | المعنى |
|---|---|
| +1 | ارتباط طردي تام |
| من 0.70 إلى 0.99 | ارتباط طردي قوي |
| من 0.50 إلى 0.69 | ارتباط طردي متوسط |
| من 0.01 إلى 0.49 | ارتباط طردي ضعيف |
| 0 | لا يوجد ارتباط خطي |

وما قيل عن الارتباط الطردي ينطبق على الارتباط العكسي ( مع وضع إشارة سالبة )

http://stat.kau.edu.sa

# ١- معامل بيرسون للارتباط الخطي

- معامل بيرسون للارتباط الخطي من أكثر معاملات الارتباط استخداماً خاصة في العلوم الإنسانية والاجتماعية.

- و مستوى القياس المطلوب عند تطبيق معامل بيرسون للارتباط هو أن يكون كلا المتغيرين مقياس فترة أو نسبي أو بمعنى اخر أن تكون بيانات كلا المتغيرين( الظاهرتين) بيانات كمية.

# ا - معامل بيرسون للارتباط الخطي

- حساب معامل بيرسون للارتباط الخطي :

يمكن حساب معامل بيرسون بدلالة القراءات لبيانات المتغيرين $x$ ، $y$ , باستخدام الصيغة التالية:

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2 - (\sum x)^2)(n\sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

حيث :

$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ : مجموع حاصل ضرب x في y

$\sum x$ : مجموع قيم المتغير x

$\sum y$ : مجموع قيم المتغير y

$\sum x^2$ : مجموع مربعات قيم المتغير x

$\sum y^2$ : مجموع مربعات قيم المتغير y

- **مثال:**

سُجلت ست قراءات تقريبية لحجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام بالمملكة العربية السعودية (بالمليار برميل) خلال عدة سنوات كما يلي:

| حجم الصادرات ($y$) | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| حجم الإنتاج ($x$) | 3 | 4 | 2 | 2 | 2 | 2 |

ادرس وجود علاقة ارتباط خطية بين حجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام.

- **الحل :**

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2 - (\sum x)^2)(n\sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

$$r_p = \frac{6(24) - (15)(9)}{\sqrt{((6\times 41) - 15^2)((6\times 15) - 9^2)}} =$$

$$\frac{144 - 135}{\sqrt{(246 - 225)(90 - 81)}} = \frac{9}{\sqrt{189}} = \frac{9}{13.75} = 0.65$$

| $x$ | $y$ | $xy$ | $x^2$ | $y^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 2 | 6 | 9 | 4 |
| 4 | 2 | 8 | 16 | 4 |
| 2 | 2 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 1 | 2 | 4 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 4 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 4 | 1 |
| $\sum$ 15 $=\sum x$ | 9 $=\sum y$ | 24 $=\sum xy$ | 41 $=\sum x^2$ | 15 $=\sum y^2$ |

من الملاحظ أن علاقة الارتباط الخطي بين حجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام علاقة طردية متوسطة.

# 2 – معامل سبيرمان لارتباط الرتب

- نستخدم معامل سبيرمان لارتباط الرتب
- (Rank Correlation coefficient) إذا كان قياس المتغيرين كليهما مقياس ترتيبي أو كمي
- طريقة حساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب :
- إذا فرضنا أن المتغير **X** له الرتب $R_x$ وأن المتغير **Y** له الرتب $R_y$. وبفرض
- أن **d** ترمز لفرق الرتبتين، بمعنى $d = R_x - R_y$ . فإن معامل سبيرمان لارتباط الرتب يُعطى بالصيغة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

حيث **n** هي عدد الأزواج المرتبة .

- **مثال :**
- **لدراسة علاقة ارتباط تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات، اخترنا خمس طلاب وكانت تقديراتهم كما يلي :**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| تقديرات الإحصاء ($x$) | F | A | C | D | B |
| تقديرات الرياضيات ($y$) | D | C | B | F | A |

**هل توجد علاقة ارتباط؟ ما نوعها ومدى قوتها؟**

- **الحل:**

| $x$ | $y$ | رتب $x$ | رتب $y$ | $d$ | $d^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| F | D | 1 | 2 | -1 | 1 |
| A | C | 5 | 3 | 2 | 4 |
| C | B | 3 | 4 | -1 | 1 |
| D | F | 2 | 1 | 1 | 1 |
| B | A | 4 | 5 | -1 | 1 |
| | | | $\sum$ | 0 | 8 |
| | | | | $\sum d$ | $\sum d^2$ |

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{(6)(8)}{5(25-1)} = 1 - \frac{48}{120} = 1 - 0.4 = 0.6$$

نلاحظ وجود علاقة ارتباط طردية متوسطة بين تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات.

http://stat.kau.edu.sa

- **مثال :**

**عند تقييم مجموعة من الناقدين الرياضيين لعدد 10 من اللاعبين تبعاً للحمل التدريبي قبل المسابقة وترتيب هؤلاء اللاعبين بعد المسابقة كان الترتيب التالي :**

| اللاعب | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| رتبة الحمل التدريبي | 5 | 9 | 10 | 2 | 8 | 7 | 4 | 1 | 6 | 3 |
| رتبة اللاعب النهائية | 4 | 8 | 10 | 2 | 9 | 6 | 3 | 1 | 7 | 5 |

**فاحسب معامل الارتباط لدراسة العلاقة بين الحمل التدريبي والترتيب النهائي.**

- **الحل:**

| اللاعب | رتبة الحمل التدريبي $(R_x)$ | رتبة الترتيب $(R_y)$ | $d = R_x - R_y$ | $d^2$ |
|---|---|---|---|---|
| A | 5 | 4 | +1 | 1 |
| B | 9 | 8 | +1 | 1 |
| C | 10 | 10 | 0 | 0 |
| D | 2 | 2 | 0 | 0 |
| E | 8 | 9 | -1 | 1 |
| F | 7 | 6 | +1 | 1 |
| G | 4 | 3 | +1 | 1 |
| H | 1 | 1 | 0 | 0 |
| I | 6 | 7 | -1 | 1 |
| J | 3 | 5 | -2 | 4 |
| | | | | $\sum d^2 = 10$ |

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{(6)(10)}{10(99)} = 1 - \frac{60}{990} = 1 - 0.06 = 0.94$$

**هذا الارتباط طردي قوي، بمعنى أنه كلما زاد الحمل التدريبي كلما تم الحصول على ترتيب متقدم.**

# 3 – معامل الاقتران (فاي)

- معامل اقتران "فاى" يستخدم لقياس العلاقة بين متغيرين اسميين كل منهما ثنائي التقسيم، كالنوع (ذكر/أنثى) والإصابة بالمرض (مصاب/غير مصاب) والتدخين (مدخن/غير مدخن)...الخ.

| X / Y | $X_1$ | $X_2$ | المجموع |
|---|---|---|---|
| $Y_1$ | a | b | a+b |
| $Y_2$ | c | d | c+d |
| المجموع | a+c | b+d | |

معامل فاي للاقتران يعطى في الصورة التالية :

$$r_\phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

**مثال :**

**أوجد قيمة معامل الاقتران بين النوع x (ذكر/ أنثى) والإصابة بمرض الاكتئاب Y (مصاب/ غير مصاب) حسب البيانات التالية :**

| الاكتئاب / النوع | مصاب | غير مصاب |
|---|---|---|
| ذكر | 12 | 8 |
| أنثى | 4 | 6 |

**الحل :**

نوجد أولاً المجاميع الهامشية كما في الجدول التالي :

| الاكتئاب / النوع | مصاب | غير مصاب | المجموع |
|---|---|---|---|
| ذكر | 12 a | 8 b | 20 |
| أنثى | 4 c | 6 d | 10 |
| المجموع | 16 | 14 | 30 |

وعليه فإن :

a= 12

b = 8

c = 4

d = 6

$$r_\phi = \frac{(ad)-(bc)}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} = \frac{(12\times 6)-(8\times 4)}{\sqrt{20\times 10\times 16\times 14}}$$

$$= \frac{72-32}{\sqrt{44800}} = \frac{40}{211.66} \approx 0.19$$

**أي أنه توجد علاقة ضعيفة بين النوع والإصابة بمرض الاكتئاب .**

# 4 - معامل بوينت بايسيريال للارتباط

معامل بوينت بايسيريال

(Point Biserial correlation coefficient)

يستخدم لقياس علاقة الارتباط بين متغير كمي X ومتغير اسمي Y(ذي مستويين ) كالإجابة (نعم – لا)، أو الجنس (ذكر أنثى)...الخ.

أي يستخدم لقياس علاقة الارتباط بين متغير كمي ومتغير اسمي ذو مستويين.

## ملاحظات هامة :

- ومما سبق يتضح أن معامل **ارتباط الرتب** يمكن حسابه سواءً أكانت البيانات كمية أو وصفية ترتيبية بينما **معامل الارتباط (بيرسون)** لا يمكن حسابه إلا على المتغيرات الكمية..

- يتميز معامل سيبرمان لارتباط الرتب بسهولة حسابه حتى لو كانت البيانات غير مرتبة.

- يعاب عليه إهماله لفروق الأعداد عند حساب الرتب وبالتالي فهو أقل دقة.

# الانحدار

- *والانحدار* هو أسلوب يمكن بواسطته تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الآخر عن طريق معادلة الانحدار، وله أنواع :

- الانحدار الخطي البسيط : فكلمة " بسيط " تعني أن المتغير التابع Y يعتمد على متغير مستقل واحد وهو X وكلمة " خطي" تعني أن العلاقة بين المتغيرين (X , Y) علاقة خطية.

- الانحدار المتعدد: إذا كان المتغير Y يعتمد على أكثر من متغير مستقل.

- الانحدار غير الخطي: إذا كانت العلاقة بين المتغير Y والمتغيرات المستقلة غير خطية كأن تكون من الدرجة الثانية أو آسية.

# الانحدار الخطي البسيط

- بعد تمثيل الأزواج المرتبة بالمستوى نحصل على شكل الانتشار فإذا أظهر الشكل الانتشاري للبيانات أن هناك علاقة خطية بين المتغيرين نقوم بتقدير خط الانحدار بواسطة العلاقة:

$$\hat{y} = a + bx$$

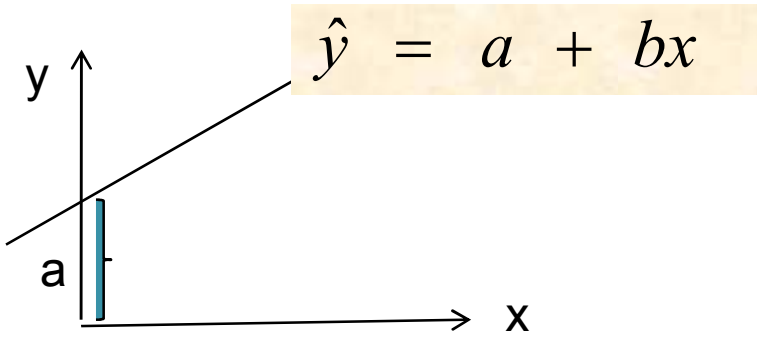
حيث $a$ : ثابت الانحدار أو الجزء المقطوع من محور y

$b$ : ميل الخط المستقيم أو معامل انحدار

- وتحسب القيمتان $a$ و $b$ من العلاقتين التاليتين:

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$



# الانحدار الخطي البسيط

ملاحظة:

- إشارة معامل الانحدار b تدل على نوع الارتباط(طردي أو عكسي)
- لإيجاد قيمة مقدرة جديدة $\hat{y}$ نعوض بقيمة معلومة للمتغير المستقل ولتكن $x$ في معادلة تقدير خط الانحدار

$$\hat{y} = a + bx$$

نعوض

- **مثال :**

لدراسة علاقة الاستهلاك المحلي **(y)**بالإنتاج **(x)**لمادة الإسفلت (بالمليون برميل) خلال عدة سنوات، أخذنا عشر قراءات تقريبية كما يلي :

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **y** | 6 | 8 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 6 | 5 | 5 |
| **x** | 10 | 13 | 15 | 14 | 9 | 7 | 6 | 6 | 5 | 5 |

أوجد معادلة الانحدار الخطي البسيط، وتوقع قيمة الاستهلاك عندما يصل إنتاج ١٦ مليون برميل .

- **الحل :**

$$b=\frac{n\sum xy-(\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2-(\sum x)^2}=\frac{6320-(90)(65)}{9420-90^2}=\frac{6320-5850}{9420-8100}=\frac{470}{1320}=0.36$$

| | $x$ | $y$ | $xy$ | $x^2$ |
|---|---|---|---|---|
| | 10 | 6 | 60 | 100 |
| | 13 | 8 | 104 | 169 |
| | 15 | 9 | 135 | 225 |
| | 14 | 8 | 112 | 196 |
| | 9 | 7 | 63 | 81 |
| | 7 | 6 | 42 | 49 |
| | 6 | 5 | 30 | 36 |
| | 6 | 6 | 36 | 36 |
| | 5 | 5 | 25 | 25 |
| | 5 | 5 | 25 | 25 |
| $\sum$ | 90 | 65 | 632 | 942 |
| | $=\sum x$ | $=\sum y$ | $=\sum xy$ | $=\sum x^2$ |

$$a=\frac{\sum y-b\sum x}{n}=\frac{65-(0.36\times 90)}{10}=3.26$$

∴معادلة خط الانحدار البسيط في هذه الحالة :

$$\hat{y}=3.26+0.36\,x$$

# تابع حل المثال

- ولتوقع قيمة الاستهلاك المحلي عندما يصل الإنتاج **16** مليون برميل،
- وبالتعويض في المعادلة السابقة نجد أن:

$$x = 16$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$= 3.26 + (0.36 \times 16) = 9.02$$

أي أن الاستهلاك قد يصل إلى **9.02** مليون برميل خلال السنة.

# تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية

- أحد طرق تعيين الاتجاه العام للسلسلة الزمنية هو استخدام أسلوب الانحدار الخطي البسيط، باعتبار **أن الزمن (السنوات، الشهور،...الخ) متغير مستقل X، والمتغير التابع Y هو الظاهرة محل الدراسة.**
- ملاحظات:

**– تعين للمتغير المستقل القيم $x = 0, 1, 2, \ldots$ لتمثل وحدة الزمن.**

- **مثال :**

**البيانات التالية تمثل عدد الحقول المكتشفة (Y) خلال الأعوام 1991م إلى 2000م :**

| السنة | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 62 | 63 | 67 | 69 | 70 | 75 | 79 | 82 | 84 | 86 |

**قدري معادلة الاتجاه العام الخطي، ثم توقعي عدد الحقول المكتشفة عام 2002م.**

## الحل: تقدير معادلة الاتجاه العام الخطي

| السنة | $x$ | $y$ | $xy$ | $x^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1991 | 0 | 62 | 0 | 0 |
| 1992 | 1 | 63 | 63 | 1 |
| 1993 | 2 | 67 | 134 | 4 |
| 1994 | 3 | 69 | 207 | 9 |
| 1995 | 4 | 70 | 280 | 16 |
| 1996 | 5 | 75 | 375 | 25 |
| 1997 | 6 | 79 | 474 | 36 |
| 1998 | 7 | 82 | 574 | 49 |
| 1999 | 8 | 84 | 672 | 64 |
| 2000 | 9 | 86 | 774 | 81 |
| $\sum$ | 45 | 737 | 3553 | 285 |
| | $=\sum x$ | $=\sum y$ | $=\sum xy$ | $=\sum x^2$ |

$$b=\frac{n\sum xy-(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2-(\sum x)^2)}}=\frac{35530-(45*737)}{2850-45^2}=\frac{2365}{825}=2.87$$

$$a=\frac{\sum y-b\sum x}{n}=\frac{737-(2.87\times 45)}{10}=60.79$$

∴ معادلة الاتجاه العام الخطي في هذه المثال

$$\hat{y}=60.79+2.87x$$

## تابع حل المثال : حساب التوقع

- **ولتوقع عدد الحقول المتوقع اكتشافها عام 2002م نعوض بقيمة تدل على هذا الزمن؛ حيث أن 2000م ← x = 9**

  **إذن 2002م** $\leftarrow x_h = 11$

- **وبالتعويض في معادلة الاتجاه العام نجد أن:**

$$\hat{y}_h = 60.79 + 2.87 x_h$$

$$= 60.79 + 2.87(11) = 92.36 \approx 92 \text{ حقل}$$

# اختبار ذاتي

**أختر الاجابة المناسبة :**

**١-العلاقة بين متغيرين ( x,y) بحيث أذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في نفس الاتجاه ، هي علاقة**

| A. | B. | C. | D. |
|---|---|---|---|
| ارتباط طردي (ارتباط سالب) | ارتباط عكسي (ارتباط سالب) | ارتباط طردي (ارتباط موجب) | ارتباط عكسي (ارتباط موجب) |

**٢- تتراوح قيمة معامل الارتباط (r) بين**

| A. | B. | C. | D. |
|---|---|---|---|
| $-1 \le r \le 1$ | $1 \le r \le 2$ | $-2 \le r \le 1$ | $-2 \le r \le 2$ |

**٣- لدراسة علاقة الارتباط بين التدخين والتعليم عند الشباب ، أخذنا عينة من ألف شاب وقسمناهم حسب التدخين (مدخن أو غير مدخن) والتعليم (متعلم أو أمي ) ، فإن أنسب معامل ارتباط هو معامل**

| A. | B. | C. | D. |
|---|---|---|---|
| *الارتباط الخطي (بيرسون)* | *ارتباط الرتب (سبيرمان)* | *بوينت بايسيريال* | *الاقتران (فاي)* |

لدراسة الارتباط بين درجات الطلاب في مادتي الاحصاء والرياضيات ، أخذت عينة من ست طلاب وكانت نتائجهم كالتالي:

((

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| درجات الاحصاء($x$) | 80 | 90 | 70 | 65 | 60 | 50 |
| درجات الرياضيات ($y$) | 95 | 70 | 85 | 65 | 60 | 45 |

٤- معامل الارتباط الخطي (بيرسون) بين درجات الطلاب في مادة الاحصاء ودرجاتهم في الرياضيات يساوي

(( أذا علمت أن $\sum x = 415, \sum y = 420, \sum x^2 = 29725, \sum y^2 = 31000$

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 0.69 | B. 0.96 | C. 0.75 | D. 0.37 |

٥- معامل ارتباط الرتب ( سبيرمان ) بين درجات الطلاب في مادة الاحصاء ودرجاتهم في الرياضيات يساوي

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 0.73 | B. 0.63 | C. 0.93 | D. 0.83 |

إذا اعطيت البيانات التالية عن الدخل بمئات الريالات (x) وقيمة الاستهلاك (y) بمئات الريالات لخمسة أشخاص:

$$\sum xy = 512 \quad \sum x = 68 \quad \sum y = 37 \quad \sum x^2 = 990 \quad \sum y^2 = 277 \quad n = 5$$

٦- معامل انحدار (b) الدخل على الاستهلاك يساوي

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 1.0 | B. 0.25 | C. 0.13 | D. 0.0 |

٧- ثابت(a) الانحدار يساوي

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 1.29 | B. 5.63 | C. 20.52 | D. 10.95 |

٨- تقدير الاستهلاك عندما يصل الدخل إلى 100 ريال

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 18.63 | B. 15.09 | C. 21.96 | D. 5.76 |

$$Y = 5.63 + 0.13\ x$$
$$Y = 5.63 + 0.13\ (1) = 5.76$$

إذا كانت البيانات التالية تمثل كمية صادرات البترول y بالمليون برميل لأحدى الشركات في أربعة أعوام ( من 2006 الى 2009م ) كالتالي:

$$\sum xy = 512 \quad \sum x = 6 \quad \sum y = 320 \quad \sum x^2 = 14$$

٩- قيمة معامل الانحدار تساوي

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 1.05 | B. 12.25 | C. 10.85 | D. 6.4 |

١٠- إذا علمت أن قيمة ثابت الانحدار تساوي a=70.4 فإن تقدير قيمة صادرات البترول عام 2011م

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 40.5 | B. 92.5 | C. 102.4 | D. 150.85 |

2006 ⟶ x = 0
2007 ⟶ x = 1
2008 ⟶ x = 2
2009 ⟶ x = 3

Y=70.4 + 6.4x

2010 ⟶ X = 4
2011 ⟶ X = 5

Y= 70.4 + 6.4 ( 5) = 70.4 + 32 = 102.4 مليون برميل

# اختبار ذاتى

1-6-3 اختاري الإجابة المناسبة للفقرات التالية :

١-العلاقه بين متغيرين (x,y) بحيث إذا تغير أحد المتغير فإن الاخر يتبعه فى نفس الاتجاه هى علاقه

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. إرتباط طردى (إرتباط سالب ) | B. إرتباط عكسى (إرتباط سالب ) | C. إرتباط طردى (إرتباط موجب ) | D. إرتباط عكسى (إرتباط موجب ) |

٢- تتراوح قيمة معامل الارتباط (r) بين

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. $-1 \le r \le 1$ | B. $-1 \le r \le 2$ | C. $-2 \le r \le 1$ | D. $-2 \le r \le 2$ |

٣- لدراسه العلاقه الارتباط بين التدخين والتعليم عند الشباب أخذنا عينه من ألف شاب وقسمناهم حسب التدخين (مدخن أو غير مدخن ) والتعليم (متعلم أو أمى) فإن أنسب معامل إرتباط هو معامل

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. الارتباط الخطى (بيرسون) | B. إرتباط الرتب (سبيرمان) | C. بوينت بايسيريال | D. الاقتران (فاى) |

# اختبار ذاتى

٢-٧-٤ لدراسه الارتباط بين درجات الطلاب فى مادتى الاحصاء والرياضيات أخذت عينه من ست طلاب وكانت نتائجهم كالتالى:

| درجات الاحصاء(x) | 80 | 90 | 70 | 65 | 60 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| درجات الرياضيات(y) | 95 | 70 | 85 | 65 | 60 | 45 |

4 - معامل الارتباط الخطى (بيرسون) بين درجات الطلاب فى ماده الاحصاء ودرجاتهم الرياضيات يساوى

إذا علمت أن $\sum y^2 = 31000$ $\sum x^2 = 29725$ $\sum y = 420$ $\sum x = 415$

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 0.69 | B.0.96 | C. 0.75 | D. 0.37 |

٥- معامل إرتباط الرتب (سبيرمان ) بين درجات الطلاب فى ماده الاحصاء ودرجاتهم فى الرياضيات يساوى

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 0.73 | B. 0.63 | C. 0.93 | D. 0.83 |

# اختبار ذاتى

٣-٧-٤ إذا أعطيت البيانات التاليه عن الدخل بمئات الريالات (x) وقيمه الاستهلاك بمئات الريالات- (y) بمئات الريالات لخمسه أشخاص :

$$\sum xy = 512 \qquad \sum x = 68 \qquad \sum y = 37 \qquad \sum x^2 = 990 \qquad \sum y^2 = 277 \qquad n = 5$$

٦- معامل انحدار ( b) الدخل على الاستهلاك يساوي

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 1 | B.0. 25 | C. 0.13 | D. 0.0 |

٧- ثابت الانحدار a يساوي

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 1.29 | B. 5.56 | C. 20.52 | D. 10.95 |

٨- تقدير الاستهلاك عندما يصل الدخل إلى 100 ريال

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 16.33 | B. 15.09 | C. 21.96 | D. 5.76 |

# اختبار ذاتى

٤-٧-٤ إذا كانت البيانات التاليه تمثل كميه صادرات البترول (y) بالمليون برميل لأحدى الشركات فى أربعه أعوام من ٢٠٠٦م إلى ٢٠٠٩ م كالتالى:

$$n=4 \qquad \sum x^2=14 \qquad \sum y=320 \qquad \sum x=6 \qquad \sum xy=512$$

٩- قيمه معامل الانحدار تساوي

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 1.05 | B. 12. 25 | C. 10.85 | D. 6.4 |

١٠- إذا علمت أن قيمه ثابت الانحدارتساوي a=70.4 فإن تقدير قيمه صادرات البترول عام ٢٠١١ م

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 40.5 | B. 92.5 | C. 102. 4 | D. 150.85 |