



الباب السادس

مقدمة في الإحتمالات والتوزيعات الإحتمالية

Chapter 6 Introduction to Probability & Probability Distribution

تعريف اساسية

التجربة العشوائية

التجربة العشوائية (Random Experiment)

هي أي إجراء نعلم مسبقاً جميع النواتج الممكنة له وان كنا لا نستطيع أن نتنبأ بأي من هذه النتائج سيتحقق فعلاً. حيث من الواضح أننا لا نستطيع أن نتنبأ بنتيجة التجربة العشوائية إلا إننا نستطيع حساب احتمال ظهور أي نتيجة وذلك باستخدام الاحتمالات.

تعريف اساسية

فراغ العينة (Sample Space)

هو المجموعة المكونة من النتائج الممكنة من تجربة عشوائية ويرمز له بالرمز (S) .

ويُطلق عليه **لفظ الحدث الشامل** فكل نتيجة على حده تُسمى عنصر والفراغ يشمل جميع العناصر. كما يُطلق عليه أيضاً **لفظ الحالات الممكنة (Possible Cases)** لأنه يمثل الحالات التي من الممكن حدوثها نتيجة لإجراء تجربة عشوائية معينة.

عند إلقاء قطعة نقود متوازنة مرة واحدة فما هو فراغ العينة؟

الحل:

نجد أن النتائج الممكنة أو فراغ العينة لهذه التجربة هي:



صورة: وسنرمز لها بالرمز H ←



كتابة: وسنرمز لها بالرمز T ←

فإن مجموعة النتائج لهذه التجربة أي فراغ العينة لهذه التجربة هو:

$$S = \{H, T\}$$

عند إلقاء قطعتي نقود مرة واحدة (أو قطعة نقود واحدة مرتين) ما هو فراغ العينة؟

الحل:

مجموعة النتائج لهذه التجربة أي فراغ العينة لهذه التجربة

هو:

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

عند إلقاء زهرة نرد متزنة مرة واحدة، ما هو فراغ العينة؟

الحل:

$$S = \left\{ \begin{array}{c} \square \\ \bullet \end{array} , \begin{array}{c} \square \\ \bullet \bullet \end{array} , \begin{array}{c} \square \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} , \begin{array}{c} \square \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} , \begin{array}{c} \square \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} , \begin{array}{c} \square \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} \right\}$$

$$S = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 \}$$

اختاري الإجابة الصحيحة:

١) إلقاء قطعة نقود وزهرة نرد مرة واحدة مثال على:

أ. تجربة عشوائية ب. حادثة ج. فراغ عينة د. تجربة غير عشوائية

٢) إذا تم إلقاء عملة مرة واحدة فإن عدد النتائج الممكنة يساوي:

أ. ٢٤ ب. ٢ ج. ٦ د. ١٢

٣) وهذه النتائج هي:

١- (T,T) ٢-(T,H) ٣- (H,H)

٤) في تجربة إلقاء زهرة نرد مرة واحدة ، فإن عدد عناصر فراغ العينة يساوي

أ. ٣٦ ب. $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ ج. ٦

الحادثة (Event)

هي مجموعة جزئية من فراغ العينة .
ويقال أن الحادثة قد وقعت إذا ظهرت أحد عناصرها عند إجراء التجربة .

أنواع الحوادث منها :

١. الحادثة البسيطة (Simple Event)

هي الحادثة التي تتكون من عنصر واحد من عناصر فراغ العينة .

الحادثة المركبة (Composite Event)

هي الحادثة التي تحتوي على أكثر من عنصر من عناصر فراغ العينة .

عند إلقاء قطعتي نقود مرة واحدة، حدد ما إذا كانت الحوادث الآتية حوادث بسيطة أم لا، إذا علمت أن فراغ العينة هو.

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

نوع الحادثة	وصفها	الحادثة
بسيطة	حادثة تمثل ظهور كتابتين	$A_1 = \{TT\}$
بسيطة	حادثة تمثل ظهور صورتين	$A_2 = \{HH\}$
مركبة	حادثة تمثل ظهور وجهين متشابهين	$A_3 = \{HH, TT\}$
مركبة	حادثة تمثل ظهور صورة واحدة على الأقل	$A_4 = \{HH, HT, TH\}$

٢. الحادثة المؤكدة (Sure Event)

هي الحادثة التي لا بد من وقوعها فمثلاً عند إلقاء عملة فإن فراغ العينة حادثة مؤكدة لأنها مجموعة جزئية من نفسها أي أن

$$S \subseteq S$$

٣. الحادثة المستحيلة (Imposable Event)



عندما لا يكون للتجربة أي نواتج متعلقة بالحادثة المذكورة ويرمز للأحداث

المستحيلة بالرمز

$$\Phi$$

مثال:

عند إلقاء زهرة نرد متزنة مرة واحدة،

فإن **الحادثة المؤكدة** هي ظهور أي وجه من  إلى 

مثال:

عند إلقاء زهرة نرد متزنة مرة واحدة، فإن المثال على **الحادثة المستحيلة** هو ظهور عدد فردي وعدد زوجي في آن واحد و ظهور الرقم سبعة (\emptyset).

٤. الحوادث المتماثلة (Equally Likely Event)

هي الحوادث التي يكون لها نفس فرصة الحدوث
مثال:

(١) عند إلقاء قطعة نقود متزنة مرة واحدة فإن حادثة متماثلة لان فرصه ظهور الكتابة تماثل فرص ظهور الصورة.

(٢) عند إلقاء زهرة نرد متزنة بطريقة غير متحيزة مرة واحدة فإن فرص الحصول على إحدى الأوجه تكون متساوية

٥. الأحداث المتنافية (المانعة) بالتبادل (Mutually Exclusive Events)

إذا كان هناك حدثان A و B ، وكان وقوع الحادثتين معاً حدثاً مستحيلاً وهذا يعني أن الحادثين لا يمكن أن يقعا معاً أو وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر فإنه يُقال أن A, B حدثان مانعان أو متنافيان بالتبادل.

مثال:

تمثل الأحداث التالية أحداث مانعة:

➤ عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن حدث ظهور الكتابة يمنع حدث ظهور الصورة.

➤ عند إلقاء زهرة نرد متزنة بطريقة غير متحيزة مرة واحدة فإن ظهور أحد الأوجه يمنع ظهور الأوجه الأخرى.

إذا اعتبرنا أن الحدث A يمثل الوجوه الزوجية، أي:

$$A = \left\{ \begin{array}{|c|} \hline \bullet \\ \hline \end{array} , \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \\ \hline \end{array} , \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \\ \hline \end{array} \right\}$$

والحدث B يمثل الوجوه الفردية، أي:

$$B = \left\{ \begin{array}{|c|} \hline \bullet \\ \hline \end{array} , \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \\ \hline \end{array} , \begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \\ \hline \end{array} \right\}$$

فإن الحدثين يعتبران مانعان لبعضهما بالتبادل

٦. الاحداث المستقلة (Independent Events)

لو لدينا حادثان وكان وقوع أحدهما لا يؤثر في وقوع الآخر فيقال أن الحدثين مستقلان ، كذلك لو أن هناك أكثر من حدثين لا يؤثر ولايتأثر أحدهم بالاحداث الأخرى فيقال أن تلك الاحداث مستقلة .

مثال:

عند إلقاء قطعتي نرد فإن ظهور رقم ما على سطح الزهرة الأولى يعتبر حادثة مستقلة لأنه لا يؤثر ولا يتأثر بما ظهر على القطعة الثانية. وينطبق إذا كان أكثر من قطعتين نرد.

اختاري الإجابة الصحيحة:

١) إذا أُلقيت زهرة نرد مرة واحدة ، فإن حادثة ظهور رقم فردي وحادثة ظهور رقم ٤ (في نفس الوقت) تعتبران:

أ. مستقلتان ب. مؤكدتان ج. مانعتان

٢) إذا أُلقيت زهرة نرد مرة واحدة ، فإن حادثة ظهور عدد فردي وحادثة ظهور رقم أكبر من ١ :

أ. مستحيلتان ب. غير مانعتان ج. مستقلتان

٣) عند سحب ورقة من أوراق اللعب ، فإن حادثة ظهور ورقة تحمل صورة ورقم :

أ. مؤكدة ب. مستقلة ج. مانعة د. مستحيلة

٤) حادثة ظهور شكل غير (الصورة – الكتابة) على العملة:

أ. مستقلة ب. مؤكدة ج. مستحيلة د. مانعة

تعريف الاحتمال

يوجد للاحتمال عدة مفاهيم أهمها التعريف القديم (الكلاسيكي) والتجريبي والرياضي.

التعريف القديم (الكلاسيكي) للاحتمال

(Classical Definition of Probability)

إذا كان عدد الطرق التي يمكن أن تظهر بها نتائج تجربة ما هو n طريقة وكانت هذه النتائج لها نفس فرصة الظهور وكان من بينها m طريقة تظهر بها حادثة ما. فإنه يقال إن احتمال وقوع الحادثة

$$\frac{m}{n} \longleftarrow \text{هو}$$

وإذا رمزنا للحادثة بالرمز A فإن $P(A)$ احتمال وقوع الحادثة A عبارة عن عدد الحالات المواتية للحادثة A مقسوماً على عدد

الحالات الكلية أي أن $m \leq n$ $P(A) = \frac{m}{n}$

مثال:

إذا كانت لديك عشر بطاقات مرقمة من الرقم (1) حتى (10) موضوعة على طاولة بشكل عشوائي ومقلوبة، ثم سحبت إحدى هذه البطاقات

ما احتمال الحصول على بطاقة تحمل الرقم (4)؟

ما احتمال الحصول على بطاقة تحمل رقم يقبل القسمة على (3)؟

الحل:

أفراغ العينة في هذه الحالة هي الأرقام من (1) حتى (10)، أي أن لدينا فراغ عينة ذو عشر عناصر $[n = 10]$ ، بالتالي احتمال الحصول على بطاقة تحمل الرقم (4) (ولنرمز لهذه الحادثة بالرمز A) هو:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{10} = 0.1$$

الحصول على بطاقة تحمل رقم يقبل القسمة على (3) تكون عند ظهور أحد ثلاثة أرقام 3 أو 6 أو 9 أي أن $m = 3$ ، فإذا رمزنا لهذه الحادثة بالرمز B فإن:

$$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{3}{10} = 0.3$$

مثال:

ألقيت زهرة نرد متزنة مرة واحدة فما احتمال ظهور:

أ. عدد فردي؟

ب. عدد زوجي؟

ج. عدد أقل من الوجه ؟

د. عدد أكبر من الوجه ؟

الحل:

علمنا مما سبق أن فراغ العينة لإلقاء زهرة النرد هو: $\mathcal{S} = \left\{ \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{array} \right\}$ من الملاحظ أن الطرق التي يمكن أن يظهر بها الوجه العلوي هو $n = 6$ ، ولنعتبر أن:

A : يمثل حدث ظهور عدد فردي.

B : يمثل حدث ظهور عدد زوجي.

C : يمثل عدد أقل من الوجه .

D : يمثل عدد أكبر من الوجه .

أ. عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها على الوجه العلوي عدداً فردياً (الحادثة A) هو

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad m=3, \text{ وبهذا يكون احتمال ظهور عدد فردي يساوي:}$$

ب. عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها على الوجه العلوي عدد زوجي (الحادثة B) هو $m = 3$ ،
وبهذا يكون احتمال ظهور عدد زوجي يساوي:

$$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ج. عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها على الوجه العلوي عدد أقل من الوجه $\square \square$ ، وهو أن يكون الوجه العلوي \square أو $\square \cdot$ أو $\cdot \square$ أو $\square \square$ ، وبهذا يكون احتمال الحادثة C هو:

$$P(C) = \frac{m}{n} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

د. عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها على الوجه العلوي عدداً أكبر من الوجه $\square \square$ يساوي \emptyset ، لأن الحادثة مستحيلة ، وبهذا يكون احتمال الحادثة D هو:

$$P(D) = \frac{m}{n} = \frac{0}{6} = 0$$

مثال:

ألقيت قطعنا نقود متزنتان مرة واحدة. فما احتمال:

أ- ظهور صورة واحدة على السطح العلوي؟

ب- ظهور صورة واحدة على الأقل؟

ج- ظهور صورة واحدة على الأكثر؟

الحل:

كما أسلفنا سابقاً، فإن فراغ العينة في هذه الحالة، $S = \{HH, HT, TH, TT\}$ أي أن عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها الوجهان هي $n = 4$ (أ) عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها على السطح العلوي صورة واحدة $m = 2$ ، فإذا كانت A هي حادثة ظهور صورة واحدة فإن:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(ب) عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها على السطح العلوي صورة واحدة على الأقل هو $m=3$ (صوره أو صورتين)، فإذا كانت B هي حادثة ظهور صورة واحدة على الأقل فإن:

$$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{3}{4}$$

(ج) عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها على السطح العلوي صورة واحدة على الاكثر $m = 3$ ، فإذا كانت C هي حادثة ظهور صورة واحدة على الاكثر (صورة واحدة أو عدم ظهور صورة) فإن:

$$P(C) = \frac{m}{n} = \frac{3}{4}$$

ملاحظة هامة

✓ من الملاحظ والذي يمكن أن نستنتج أن احتمال أي حادثة A لا يزيد عن الواحد الصحيح عندما يكون الحدث مؤكداً ولا يقل عن الصفر عندما يكون الحدث مستحيلاً كما أن النسبة $\frac{m}{n}$ هي خارج

قسمة عددين غير سالبين هما m, n بحيث $m \leq n$ وعلى ذلك فإن:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

مسلّمات نظرية الاحتمالات

١. يرافق كل حادثة A عدد معين $P(A)$ يسمى احتمال A ويحقق: $P(A) \geq 0$
٢. احتمال وقوع حادثة مؤكدة يساوي واحد أي أن $P(S) = 1$ و $P(A) \leq 1$.
٣. احتمال وقوع حادثة مستحيلة يساوي صفر $P(\phi) = 0$

اختاري الإجابة الصحيحة :

١) تعتبر حادثة ظهور عدد يقبل القسمة على ٥ عند إلقاء زهرة نرد متزنة مره واحده من الحوادث :

أ. بسيطة ب. مركبة ج. أ+ب

٢) صندوق به ٧ مصابيح جيدة ، ٣ تالفة ما هو احتمال مصباح تالف:

أ. $\frac{3}{10}$ ب. $\frac{7}{10}$ ج. $\frac{3}{7}$ د. $\frac{7}{3}$

نظرية الأحداث المكملة :

إذا كانت \bar{A} هي مكملة المجموعة A ، فإن:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

مجموع احتمال حدوث حادثة واحتمال عدم حدوثها
يساوي الواحد

مثال:

وُجِدَ في أحد نوادي الرياضة القريبة من الجامعة 50 طالباً من جامعة الملك عبد العزيز منهم 20 طالباً من كلية الاقتصاد والإدارة و 25 طالباً من كلية الآداب والباقي من كليات أخرى .
أختير منهم طالباً عشوائياً أوجد الاحتمالات الآتية:

- أ- احتمال أن يكون الطالب من كلية الاقتصاد والإدارة؟
- ب- احتمال أن يكون الطالب من كلية الآداب؟

ليكن :

A يمثل طالب من كلية الاقتصاد والإدارة

B يمثل طالب من كلية الآداب

أ-احتمال أن يكون الطالب من كلية الاقتصاد والإدارة

$$P (A) = \frac{20}{50} = \mathbf{0.4}$$

ب-احتمال أن يكون الطالب من كلية الآداب

$$P (B) = \frac{25}{50} = \mathbf{0.5}$$

أمثلة في الاحتمالات

سُحبت ورقة من مجموعة أوراق اللعب (الكوتشينة) فما احتمال أن تحمل الرقم 5؟ واحتمال أن تكون صورة؟

الحل:

بفرض أن A ترمز للرقم 5 و B ترمز للصورة فيكون:

$$P(A) = \frac{4}{52}, \quad P(B) = \frac{12}{52},$$

اختاري الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كان لدينا ٨ مصابيح جيدة من بين ١٠ مصابيح فما احتمال :
(أ) أن يكون المصباح جيد ؟

- أ. ٠,٢ ب. ٠,٨ ج. صفر د. ١

(ب) أن يكون المصباح غير جيد ؟

- أ. ١ ب. صفر ج. ٠,٢ د. ٠,٨

(٢) احتمال ان يلحق الطالب المحاضرة ٠.٨ فما احتمال عدم اللحاق ؟

- أ. ١ ب. صفر ج. ٠,٢ د. ٠,٨







المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

مقدمة:

يصاحب نتائج التجربة العشوائية مقدار يسمى **المتغير العشوائي**.

المتغير العشوائي (Random Variable) هو المقدار الذي يأخذ قيماً رقمية مختلفة والتي تعبر عن نتائج التجربة العشوائية.

فمثلاً عند إلقاء زهرة نرد مرة واحدة، التجربة هنا عشوائية ونتائجها هي:

						نتائج التجربة
٦	٥	٤	٣	٢	١	X







وتنقسم المتغيرات العشوائية إلى:

<p>المتغير العشوائي المستمر (المتصل) Continuous Random Variable</p>	<p>المتغير العشوائي المنفصل (المتقطع) Discrete Random Variable</p>
<p>يقال أن المتغير العشوائي (X) متغير عشوائي متصل إذا كان يأخذ جميع القيم الصحيحة والكسرية في مدى تغيره، أو كان ينتمي إلى مجموعة غير محدودة أو معدودة.</p> <p>من الأمثلة على هذا المتغير:</p> <ul style="list-style-type: none">• أسعار المنتجات المختلفة.• أجور العمال بإحدى الشركات	<p>يقال أن المتغير العشوائي (X) متغير عشوائي منفصل إذا كان يأخذ قيماً تنتمي إلى مجموعة محدودة أو معدودة حتى ولو لم تكن هذه القيم قيماً صحيحة .</p> <p>من الأمثلة على هذا المتغير:</p> <ul style="list-style-type: none">• عدد الأسهم المخصصة للفرد المكتتب في شركة مساهمة.• عدد الحوادث الشهرية على الطرق السريعة.

المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي :

عبارة عن دالة توضح احتمالات معينة لقيم المتغير العشوائي المختلفة، وهذه الدالة يعبر عنها بجدول أو صيغة رياضية تبين قيم المتغير والاحتمالات المقابلة لكل منها. فمثلاً في تجربة إلقاء زهرة الطاولة نجد أن:

						نتائج التجربة
٦	٥	٤	٣	٢	١	X
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$P(X)$

وتنقسم التوزيعات الاحتمالية إلى نوعين أساسيين هما:

١ / توزيعات احتمالية منفصلة.

٢ / توزيعات احتمالية متصلة.

التوزيعات الاحتمالية المنفصلة

باعتبار أن X متغير عشوائي منفصل يأخذ القيم X_1, X_2, \dots, X_n ،
ولكل قيمة احتمالات معينة كالتالي: $P(X_1), P(X_2), P(X_3), \dots, P(X_n)$
يقال أن للمتغير العشوائي المنفصل X توزيعاً احتمالياً منفصلاً
إذا حقق هذا التوزيع الشروط التالية:

$$(1) \quad P(x) \geq 0 \quad \leftarrow \text{لجميع قيم } X$$

$$(2) \quad \sum P(x) = 1 \quad \leftarrow \text{أي أن مجموع الإحتمالات يساوي الواحد}$$

خصائص أساسية للتوزيع الاحتمالي المنفصل

١ / توقع التوزيع (التوقع الرياضي أو متوسط التوزيع):

$$E (X) = \mu = \sum x P (x)$$

٢ / تباين التوزيع:

$$\text{var}(X) = \sigma^2 = \sum x^2 P (x) - \mu^2$$

٣ / الإنحراف المعياري:

$$\sqrt{\text{var}(X)} = \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

- ألقيت ثلاث قطع من العملة المعدنية المتوازنة. أجب عما يلي:
- أ / ما هو المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الصور التي تظهر على الوجه العلوي؟
- ب / أوجد التوزيع الاحتمالي لعدد الصور التي تظهر على السطح العلوي؟
- ج / أوجد خصائص توزيع عدد الصور التي تظهر على السطح العلوي؟

الحل:

فراغ العينة في هذه الحالة:

$$S = \{(T,T,T), (T,T,H), (T,H,T), (H,T,T), (H,H,T), (H,T,H), (T,H,H), (H,H,H)\}$$

أ/ نفرض أن X تمثل عدد الصور التي تظهر على السطح العلوي والذي يمثل المتغير العشوائي والذي يخصص أعداداً حقيقية تناظر عناصر فراغ العينة كالاتي:

$$X(T,T,T)=0, X(T,T,H)=1, X(T,H,T)=1, X(H,T,T)=1, \\ X(H,H,T)=2, X(H,T,H)=2, X(T,H,H)=2, X(H,H,H)=3.$$

وعلي ذلك فإن فراغ العينة يرافقه المتغير العشوائي $X = \{0, 1, 2, 3\}$. وهذا يعني أن الدالة X وهي عدد الصور التي تظهر علي السطح العلوي متغير عشوائي يأخذ القيم 0,1,2,3 ويتضح أن 0 تعني حالة عدم ظهور الصورة و 1 يعني ظهور الصورة مرة واحدة بينما 2 تعني ظهور الصورة مرتين كذلك 3 تعني ظهور الصورة ثلاث مرات وبالتالي فإن:

$$P(X = 0) = P\{(T,T,T)\}$$

$$P(X = 1) = P\{(T,T,H), (T,H,T), (H,T,T)\}$$

$$P(X = 2) = P\{(H,H,T), (H,T,H), (T,H,H)\}$$

$$P(X = 3) = P\{(H,H,H)\}$$

ب / التوزيع الاحتمالي في هذه الحالة:

$$P(X = 0) = P(T T T) = \frac{n(TTT)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

$$P(X=1) = P(H T T) + P(T H T) + P(T T H) = \frac{3}{8}$$

$$P(X=2) = P(H H T) + P(H T H) + P(T H H) = \frac{3}{8}$$

$$P(X=3) = P(H H H) = \frac{1}{8}$$

ويمكن وضع تلك النتائج في جدول كالآتي:

جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير X

X	0	1	2	3	
$P(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\Sigma 1$

لاحظي: أن مجموع الاحتمالات يساوي الواحد وأن أي احتمال أكبر من الصفر وأقل من الواحد.

$$0 < P (X) < 1$$

$$\sum P (X) = 1$$

ج / خصائص التوزيع:

X	0	1	2	3	Σ
$P(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{8}{8} = 1$
$x \cdot P(x)$	0	$\frac{3}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{12}{8}$
$x^2 \cdot P(x)$	0	$\frac{3}{8}$	$\frac{12}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{24}{8}$

$$\mu = E(X) = \sum x \cdot P(x) = \frac{12}{8} = 1.5$$

$$\sigma^2 = \text{var}(X) = \sum x^2 \cdot P(x) - \mu^2 = \frac{24}{8} - (1.5)^2 = 3 - 2.25 = 0.75$$

$$\sigma = \sqrt{\text{var}(X)} = \sqrt{0.75} = 0.87$$

إذا كان التوزيع الاحتمالي المنفصل لمتغير X هو كالتالي:

X	1	2	3	4
$P(x)$	k	0.2	0.6	0.1

أ- ما هي قيمة الثابت (k) المناسبة؟

ب- أوجد متوسط وتباين التوزيع؟

الحل:

أ- حيث أن مجموع الاحتمالات لابد وأن يساوي الواحد، لذا:

$$\sum P(x) = 1$$

$$\Rightarrow k + 0.2 + 0.6 + 0.1 = 1$$

$$\Rightarrow k + 0.9 = 1$$

$$\Rightarrow k = 1 - 0.9 = 0.1$$

ب- يمكن حساب متوسط وتباين التوزيع كالتالي:

X	1	2	3	4	Σ
$P(x)$	0.1	0.2	0.6	0.1	1
$x \cdot P(x)$	0.1	0.4	1.8	0.4	2.7
$x^2 \cdot P(x)$	0.1	0.8	5.4	1.6	7.9

$$\mu = E(x) = \sum x \cdot P(x) = 0.1 + 0.4 + 1.8 + 0.4 = 2.7$$

$$\sigma^2 = \text{var}(x) = \sum x^2 \cdot P(x) - \mu^2 = 7.9 - (2.7)^2 = 7.9 - 7.29 = 0.61$$

اختاري الإجابة الصحيحة :

١) اوجدي القيمة المفقودة في جدول التوزيع الاحتمالي الآتي:

x	0	1	2	3
P(x)	$\frac{1}{4}$	K	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

- أ. $\frac{1}{2}$ ب. $\frac{1}{4}$ ج. $\frac{1}{8}$ د. $\frac{7}{6}$

٢) الوسط الحسابي للتوزيع السابق :

- أ. ٠,٢٥ ب. ٠,١٢٥ ج. ١,١٢٥ د. ١,٥٠