المملكة العربية السعودية

جامعة الملك فيصل بمحافظة الأحساء

ملخص

مبادئ الرياضيات ١

لعام ١٤٣٣-١٤٣٤هـ

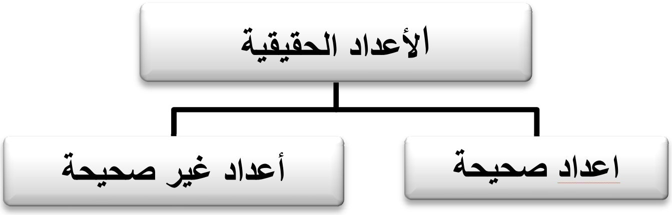
للدكتور. أسامة حنفي محمود

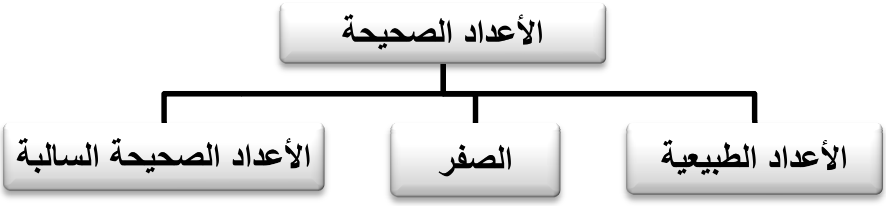
جمع وتعديل (أبوعلي السجاد)

مبادئ الرياضيات ١ (المحاضرة الأولى)

العمليات الجبرية

أنواع الأعداد :





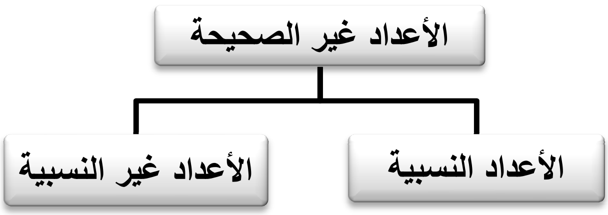
الأعداد الطبيعية

- **مثل الأعداد (... , 3 , 2 ,1) وتسمى الأعداد الصحيحة الموجبة .**
- **ويمثل الرقم (1) وحدة قياس و (2) هو تكرار وحدة القياس مرتين وهكذا**

الأعداد الصحيحة السالبة

- **وهى الأعداد الطبيعية مسبوقة بإشارة سالب.**
- **وهى تعبر عن بعض الظواهر مثل عمليات سحب من رصيدك بالبنك أو السحب من المخزون أو عمليات الصرف.**
- **مثل (.... , 3- , 2- , 1-)**
- **عند إضافة الصفر إلى الفئتين السابقتين تنتج الأعداد الصحيحة.**

الأعداد الصحيحة السالبة :



الأعداد غير الصحيحة :

وهى الأعداد النسبية وهى عبارة عن النسبة بين عددين صحيحين ويكون المقام لا يساوى صفر.

مثل: $\frac{2}{7},\frac{-5}{3},\frac{3}{9},\frac{-3}{8},....$

وأي عدد لا يمكن كتابته على الصورة النسبية مثل $\sqrt{2}$ **و** $\sqrt[4]{6}$ **يسمى عدد غير نسبي.**

القيمة المطلقة :

القيمة المطلقة لأي عدد هي قيمة العدد بدون النظر إلى الإشارة التي سبق العدد.
هذا يعنى أن القيمة المطلقة هي عدد موجب دائماً.
ويرمز للقيمة المطلقة للعدد x بـ $|x|$
مثـــــــال : أوجد القيمة المطلقة للمقادير التالية : $-5 \ ,11 \ ,\frac{-3}{4},\frac{1}{9}$

العمليات الجبرية :
يوجد في الجبر أربع عمليات أساسية وهى:
الجمع - الطرح - الضرب - القسمة
جمع المقادير الجبرية :
لجمع المقادير فأننا نستخدم العلامة (+) لدلالة على عملية الجمع والتي تمثل عملية إضافة.
مثل : $2+5=7$

$7+4=11$

$2x+3x=5x$

يشترط لجمع أي مقداران جبريان أن يكونا من نفس النوع
فمثلاً: $2x+5y$

لا يمكن جمعهما ويظل المقدار كما هو.
مثال: $3a+8b+9a+2b$

مثال: أوجد ناتج حاصل جمع المقادير التالية :
$$7x+5y+9xy \quad , \ 8x+2y$$

طرح المقادير الجبرية:
لطرح المقادير فأننا نستخدم العلامة (-) لدلالة على عملية الطرح والتي تمثل عملية صرف أو سحب.
مثال: $10-6=4$
إذا كان لديك 10 ريالات وتم شراء حلويات بـ 6 ريالات فأن المتبقي معك يكون 4 ريالات.
يمكن التعبير عن ذلك رياضياً كما يلي :
أي أن المقدار المصروف أو المسحوب نضع أمامه أشارة سالب.
لذلك عند إجراء عملية الطرح يتم تغيير أشارة العدد أو المقدار الجبري المراد طرحة ثم نطبق قاعدة الجمع.
مثال: أوجد ناتج $5x-3x$؟
الحل:

مثال: أوجد ناتج $7y-12y$ ؟
الحل:

نلاحظ أن أشارة المقدار الأكبر هي سالبة لذلك عند الطرح نضع الفرق بين المقداران مع أشارة المقدار الأكبر .

مثال : أوجد ناتج جمع المقادير التالية : $2x+7y \quad , \; -2x-6y \;\; , \; 8x-3y$

الحل:

نلاحظ أن عند جمع مقداران جبريان متساويان في القيمة ومختلفان في الإشارة فأن حاصل جمعهما يساوى صفر.

مثال: اوجد حاصل جمع المقادير الجبرية التالية : $2x+4y\text{-}3z, \quad \text{-}4x\text{-}5z+2y, \quad 6z+7x\text{-}8y$

الحل :

نلاحظ أن المقادير الثالث السابقة غير مرتبة لذلك فأننا عند جمعها
لابد من ترتيبها مع مراعاة كتابة أي مقدار بنفس الإشارة التي هو عليها كما يلى :

مثال: أوجد ناتج $(4x+2y)-(2x+5y)$

الحل :

نلاحظ وجود أشارة سالب أمام القوس الثاني لذلك عنك فك القوس لابد من تغيير جميع إشارات المقادير التي بداخل القوس كما يلي:

مثال: أوجد ناتج $(3x^2-3x+2)\text{-}(x^2-3x+11)$

الحل :

مثال: أطرح المقدار $7x+2y$ **من** $6x+5y$

الحل:

نلاحظ أن المقدار الذي ذكر بعد حرف " من " هو الذي يكتب اولاً.

مثال : أطرح المقدار $7a^2-5ab+8b^2$ **من** $3a^2+ab-5b^2$

الحل :

إيجاد قيمة المقادير الجبرية

ويقصد به عملية التعويض بقيمة المتغيرات الموجود ه بالمقدار الجبري لإيجاد قيمه هذا المقدار.

مثال: إذا كان $x = 2, \quad y = 3 \quad , z = 5$

أوجد قيمة المقدار $3x - 7y + 9z$ ؟

الحل:

مثال :

أوجد قيمة المقدار $3a - 4b + 6c$ ؟

إذا كان $a = 3 \quad , \ b = -2 \quad , \ c = -1$

الحل:

مثال : إذا كان $x = -1 \quad , \quad y = 2 \quad , z = -3$

أوجد قيمة المقدار $3xz + 5xy - 2zy$ ؟

الحل:

تمارين

اولاً- أوجد ناتج العمليات التالية :

(1) $8 - 6 + 3$

(2) $-3 + 8 - 11$

(3) $5n + 7n - n$

(4) $6m + 3n - 7m - 2n$

(5) $6a^2 + 3ab - 4b^2 - 8a^2 - 5ab - 5b^2$

ثانياً- أوجد حاصل جمع المقادير الجبرية التالية:

$(1)\ 5x + 2y - z\ ,\ 2x + 3y - z\ ,\ 2x - 5y + 7z$

$(2)\ 4m - 5n + 6k\ ,\ 10k - 3m + 4n\ ,\ 2n - 2m - k$

$(3)\ 2n + L + m\ ,\ 4n - m\ ,\ 7m - 3L$

ثالثاً- أوجد ناتج العمليات التالية:

(١) أطرح $9x - 2y$ **من** $5x - 4y$

(٢) أطرح $3a - 8b + c$ **من** $4a - 6b + 2c$

(٣) $(7m - 2n) - (3m + 4n)$

(٤) $(3a - 7b) - (2a + 5b) + (3a + 8b)$

انتهت

مبادئ الرياضيات ١ (المحاضرة الثانية)

ضرب المقادير الجبرية :

عملية الضرب تعرف حسابياً على أنها عدد مرات تكرار الجمع لعدد معين .

فمثلاً $6+6+6+6+6=6\times 5=30$

عند ضرب المقادير الجبرية لابد من مراعاة قاعدة الإشارات كما في الجدول التالي :

+	×	+	=	+
+	×	-	=	-
-	×	+	=	-
-	×	-	=	+

أى أنه إذا اتحدت الإشارات تكون الإشارة " + " أما إذا اختلفت الإشارات تكون " – "

مثال:

$$3\times 7=21$$
$$-2\times 11=-22$$
$$-5\times -4=20$$
$$7\times 4x=28x$$
$$2x\times -5y=-10xy$$

نلاحظ أن $x\ y$ **هى نفسها** $x\times y$ **وهى إيضاً** $x\ .\ y$

مثال:

أوجد ناتج $2(4x-3y)+3(7x+9y)-(x-4y)$

الحل:

$$\begin{aligned}&2(4x-3y)+3(7x+9y)-(x-4y)\\&=8x-6y+21x+27y-x+4y\\&=28x+25y\end{aligned}$$

مثال:

أوجد ناتج $2a(3-4b)-4b(5-3a)$

الحل:

قاعـــــدة هامــــــة:

إذا اتحدت الأساسات فأنة عند الضرب تجمع الأساس

مثال : إذا كان المقدار x^5 **فأن**

أس ——— x^5

أساس ———

مثال:

أوجد ناتج $x^5 \times x^3$ ؟

الحل:

مثال:

أوجد ناتج ؟ $y^4 \times y^{-5} \times y^3$ ؟

الحل:

مثال :

أوجد ناتج $= 3^{-4} \times 3^{-2} \times 3^4$ ؟

قاعدة هامة:

أي مقدار أس صفر = ١

مثال:

أوجد ناتج $2^{-7} \times 2^5 \times 2^2$ ؟

الحل:

$$2^{-7} \times 2^5 \times 2^2 = 2^0 = 1$$

مثال:

أوجد ناتج $2x(5-3x)+3(7x-1)-5x(3-4x)$ ؟

الحل:

مثال:

أوجد ناتج $5a(2a+4b)-3(2a-2b)+3b(3a-4b)$ ؟

الحل:

مثال:

أوجد ناتج $(2x-y)(3x+4y)$؟

الحل:

مثال:

أوجد ناتج $(4a+b)(3a-2b)$؟

الحل:

مثال:

أوجد ناتج $(4m+n)^2$ ؟

الحل:

فى التمرين السابق كان من الممكن إيجاد الناتج مباشرة بتطبيق القاعدة التالية:

الحل = مربع المقدار الأول + ٢× الأول × الثاني + مربع الثاني

مثال :

أوجد ناتج $(2x-y)^2$ ؟

الحل:

مثال:

أوجد ناتج $(2x-y)^2+(3x+y)(2x-y)$

الحل:

مبادئ الرياضيات ١ (المحاضرة الثالثة)

قسمة المقادير الجبرية :

حل بعض تمارين ضرب المقادير الجبرية

أولاً – أوجد ناتج ما يلي :

$$4(7x+2y)=28x+8y$$

$$3^{-5}\times 3^{4}\times 2^{-4}\times 2^{5}=3^{-1}\times 2=\frac{2}{3}$$

$$7a(3+a)+5(2a-8)-2a(4-3a)$$
$$=21a+7a^{2}+10a-40-8a+6a^{2}$$
$$=13a^{2}+23a-40$$

تمارين :

ثانياً – أوجد نتائج :

$$1-\quad (c+3d)(2c-d)=2c^{2}+5cd-3d^{2}$$
$$2-\quad (2g+t)^{2}=4g^{2}+4gt+t^{2}$$
$$3-\quad (3m-2n)^{2}=9m^{2}-12mn+4n^{2}$$
$$4-\quad (x+2y)^{2}+(2x-y)^{2}$$
$$=x^{2}+4xy+4y^{2}+4x^{2}-4xy+y^{2}$$
$$=5x^{2}+5y^{2}$$

يقصد بالقسمة هي النسبة بين عددين .

لإجراء عملية القسمة تتبع نفس قادة الإشارات المستخدمة في الضرب كما في الجدول التالي :

+	=	+	÷	+
-	=	-	÷	+
-	=	+	÷	-
+	=	-	÷	-

أي أنه إذا أتحدت الإشارات تكون الإشارة "+" أما إذا اختلفت الإشارات تكون "-"

فمثلاً :

$$15 \div 3 = \frac{15}{3} = 15/3 = 5$$

$$-76 \div 2 = \frac{-76}{2} = -76/2 = -38$$

تذكر أن :

$\frac{\text{صفر}}{\text{أى مقدار}}$ = **صفر** $\qquad \frac{\text{صفر}}{\text{أى مقدار}}$ = **∞** $\qquad \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ = كمية غير محددة

لذلك يشترط لعملية القسمة أن المقام لا يساوي صفر.

قاعدة هامة :

عند القسمة إذا أتحدت الأساسات تطرح الأسس.

مثال :

$$\frac{x^6}{x^2} = x^{6-2} = x^4$$

ملاحظة هامة دائماً نطرح (أس البسط – أس المقام).

مثال :

$$\frac{y^4}{y^7} = y^{4-7} = y^{-3}$$

مثال :

أختصر المقدار الجبري $\frac{14y^8x^5}{2y^6x^2}$

الحل :

$$\frac{14y^8x^5}{2y^6x^2} = 7y^{8-6}x^{5-2} = 7y^2x^3$$

مثال :

أختصر المقدار الجبري $\frac{72z^3L^9m^5}{6z^7L^3m^5}$

الحل :

$$\frac{72z^3L^9m^5}{6z^7L^3m^5} = 12z^{3-7}L^{9-3}m^{5-5} = 12z^{-4}L^6$$

لاحظ أن : $m^{5-5} = m^0 = 1$

مثال :

أختصر المقدار الجبري

$$\frac{54k^6r^8w^7}{24k^7r^4w^2}$$

الحل :

$$\frac{54k^6r^8w^7}{24k^7r^4w^2}=\frac{9}{4}k^{6-7}r^{8-4}w^{7-2}$$
$$=\frac{9}{4}k^{-1}r^4w^5=\frac{9r^4w^5}{4k}$$

إيجاد خارج قسمة مقدار جبري كثير الحدود

على مقدار جبري ذو حد واحد

في هذه الحالة يتم استخدام القاعدة التالية :

$$\frac{x+y+z}{d}=\frac{x}{d}+\frac{y}{d}+\frac{z}{d}$$

أي يتم توزيع المقام على جميع حدود البسط .

مثال : أوجد ناتج

$$\frac{4q^3v^5+3q^2v^4}{q^2v^2}$$

الحل :

$$\frac{4q^3v^5+3q^2v^4}{q^2v^2}=\frac{4q^3v^5}{q^2v^2}+\frac{3q^2v^4}{q^2v^2}$$
$$=4qv^3+3v^2$$

مثال : أوجد ناتج

$$\frac{4x^4y^2+12x^3y^4-18xy^2}{2xy}$$

الحل :

$$\frac{4x^4y^2+12x^3y^4-18xy^2}{2xy}$$
$$=\frac{4x^4y^2}{2xy}+\frac{12x^3y^4}{2xy}-\frac{18xy^2}{2xy}$$
$$=2x^3y+6x^2y^3-9y$$

إيجاد خارج قسمة مقدار جبري كثير الحدود على مقدار جبري كثير الحدود

في هذه الحالة يتم إجراء القسم المطولة كما يتضح من المثال التالي :

إذا كان حال ضر مقداران جبريان هو $2x^2-9xy-5y^2$

وكان أحد المقداران هو $x-5y$ أوجد المقدار الأخر ؟

الحل :

يتم إجراء عملية القسمة كما يلي

$$\begin{array}{r|l} & 2x+y \\ \hline x-5y & 2x^2-9xy-5y^2 \\ & -2x^2+10xy \\ \hline & xy-5y^2 \\ & -xy+5y^2 \\ \hline & 0 \quad\quad 0 \end{array}$$

وعلى ذلك يكون $2x+y$ المقدار الآخر هو

مثال : أوجد ناتج قسمة $6N^3-13N^2t+8Nt^2-3t^3$

على $2N-3t$ ؟

الحل :

$$\begin{array}{r|l} & 3N^2-2Nt+t^2 \\ \hline 2N-3t & 6N^3-13N^2t+8Nt^2-3t^3 \\ & -6N^3+9N^2t \\ \hline & -4N^2t+8Nt^2-3t^3 \\ & 4N^2t-6Nt^2 \\ \hline & 2Nt^2-3t^3 \\ & -2Nt^2+3t^3 \\ \hline & 0 \quad\quad 0 \end{array}$$

وعلى ذلك يكون الحل هو $3N^2-2Nt+t^2$

مثال :

أوجد قيمة P التي تجعل المقدار x^3-3x^2+5x+P

يقبل القسم على x^2-x+3 ؟

حتى يمكن إيجاد قيمة P لابد من إجراء عملية القسم المطولة كما يلي :

$$\begin{array}{r|l} & x-2 \\ \hline x^2-x+3 & x^3-3x^2+5x+P \\ & -x^3+x^2-3x \\ \hline & -2x^2+2x+P \\ & 2x^2-2x+6 \\ \hline & 0 \quad\quad 0 \end{array}$$

نلاحظ حتى يكون المقدار $x^3 - 3x^2 + 5x + P$

يقبل القسم على $x^2 - x + 3$

فلا بد أن يكون $P + 6 = 0$

$\therefore P = -6$

أولاً : أوجد ناتج ما يلي :

$$1 - \quad \frac{x^4 y^5 + x^3 y^3}{x^2 y}$$

$$2 - \quad \frac{m^2 v^7 - m^3 v^2}{m^2 v^2}$$

$$3 - \quad \frac{63a^2bc^3 - 42a^3b^2c^3}{7abc}$$

ثانياً – إذا كان حاصل ضرب مقداران جبريان هو

$2x^2 + 14xy - 5y^2$ وكان أحد المقداران هو $x + 5y$

أوجد المقدار الآخر ؟

ثالثاً – إذا كان حاصل ضرب مقداران جبريان هو

$2a^2 - 7ab - 4b^2$ وكان أحد المقداران هو $2a + b$

أوجد المقدار الآخر ؟

رابعاً – أوجد قيمة R التي تجعل المقدار $x^2 + 8x + R$

يقبل القسم على $x + 3$ ؟

حل المعادلات الخطية :

سنتعرض أن شاء الله إلى حل المعادلات :

آولاً : الخطية في مجهول واحد.

ثانياً : الخطية في مجهولين.

آولاً :حل المعادلات الخطية في مجهول

مثآل (١) حل المعادلة التالية :

$$5X = 2X + 12$$

مثال (٢) حل المعادلة التالية :

$$4X + 5 = X - 3$$

مثال (٣) حل المعادلة التالية :

$$2(Y+2) + 5(3Y-7) = 5(3Y-11) + 12$$

مثآل (٤) حل المعادلة التالية :

$$3X + 1\backslash 5 = 2X - 1\backslash 3$$

مثال (٥) حل المعادلة التالية :

$$5X-1\backslash 3 + 4X - 7\backslash 2 = 9X-1\backslash 7$$

ثانيـآ :حل المعادلات الخطية في مجهولين ،

مثال (١) حل المعادلة التالية :

$$5X + 2Y = 12$$

$$7X - 3Y = 11$$

مثال (٢) حل المعادلة التالية :

$$3X - 5Y = 8$$
$$8X + 2Y = 6$$

الواجب :

حل المعادلات التالية :

١- $9y - 3 = 4y + 7$

٢- $3(x-5) + 2(x+2)= 4(x-1) + 15$

٣- $4x-1\backslash 2 = x+8\backslash 3$

٤- $2x+1\backslash 2 + x-1\backslash 5 = 7x-2\backslash 4$

٥- $5x-y=17, 2x+y=4$

٦- $3x+7y=8 , 5x-3y = 6$

مبادئ الرياضيات ١ (المحاضرة الخامسة)

" تطبيقات تجارية واقتصادية "

تطبيقات تجاريه :

مثآل : إشترت هند دفترآ وعلبة آلوان بقيمة ٧.٥ ريآل ، فما ثمن الدفتر آذا كان ثمن علبة الالوان ٤.٢٥ ؟

مثآل : اشترى محمد ٥ علب من الجبن سعر العلبه ١٤ ريال ، و ٢ كيس ارز سعر ٤٠ ريال للكيس ، آوجد مادفعه محمد ؟

مثال : انفقت مريم في معرض للكتب ١٢٠ ريال لشراء ٤ كتب ثقافيه ، على حين انفق يوسف ٢٩٠ ريال لشراء ٤ كتب علميه و ٥ كتب ثقافيه ، فاذا كانت الكتب الثقافيه تباع بالسعر نفسه X والكتب العلميه تباع بالسعر نفسه Y ، فما سعر الكتاب العلمي ؟

نقطه التوازن للسوق

هي النقطه اللتي يكون عندها دآلة الطلب = دالة العرض .

$S(x) = D(x)$

ويطلق على الكميه المطلوب هاو المعروضه عندها بكمية التوازن وايضا السعر عند هذه النقطه يطلق عليه سعر التوازن P .

مثال : اذا كانت دالة الطلب لآحد المنتجات تتحدد من خلال العلاقه التاليه : $P= 180 – 3Y$

ودالة العرض تتحدد من خلال $P= 5X + 20$

المطلوب تحديد كمية وسعر التوازن ؟

نقطة التعادل

عند دراسة تحليل الايرادات والتكاليف فاننا نحدد نقطه التعادل وهي النقطه التي تتساوى عندها الايرادات مع التكاليف .

أي ان : الايراد الكلي = التكاليف الكليه

$$C(x) = R(x)$$

تشير x الى عدد الوحدات المنتجه والمباعه .

الايراد الكلي $R(x)$

ويتحدد من خلال الايراد الكلي = سعر البيع × عدد الوحدات .

التكاليف الكليه $C(x)$

التكاليف الكليه = التكاليف المتغيره + التكاليف الثابته

التكاليف المتغيره = التكلفه المتغيره للوحده × عدد الوحدات

تحديد الربح الكلي = الايراد الكلي – التكاليف الكليه

$$P(x) = R(x) - c(x)$$

عند التعادل

الربح الكلي = صفر

$$P(x) = 0$$

مثال : اذا كان التكلفه المتغيره لانتاج وحده واحده من احد المنتجات هي ٥ ريال ، والتكاليف الثابته هي ١٠٠٠٠٠ ريال ، وسعر بيع الوحده الواحده هو ٩ ريال .

اوجد :

عدد الوحدات الذي يحقق التعادل ؟

عدد الوحدات الذي يحقق ربح قدره ٢٠٠٠٠ ريال ؟

تمارين الواجب :

١- سار محمد بسيارة تبلغ سرعتها ٦٠ كم \ ساعة فوصل إلى المكان المحدد في الساعة السادسة مساء ، وعندما سار بسرعة ٩٠ كم \ ساعة من نفس نقطه البداية وصل إلى المكان المحدد نفسه الساعة الرابعة مساء ،
فهل يمكنك معرفه السرعة التي يجب أن يصل بها إلى نفس المكان المحدد في تمام الساعة الخامسة مساء ؟

٢- اشترى محمود بضاعة بمبلغ ٣٤٥٠ ريال فباعها بمبلغ ٥٠٠٠ ريال حدد نسبة الربح التي حققها ؟

٣- اذا كان سعر بيع الوحده من احد المنتجات ٤٠ ريال والتكلفة المتغيرة للوحدة ٢٥ ريال والتكاليف الثابتة هي ٧٥٠٠٠ ريال ، حدد عدد الوحدات التي تحقق التعادل وماهي الارباح الناتجه من بيع وانتاج ٤٠٠٠ وحده ؟ ، وماهي عدد الوحدات التي يجب بيعها لتحقيق ارباح قدرها ١٠٠٠٠ ريال ؟

٤- اذا كانت داله الطلب لاحد المنتجات تتحدد من خلال العلاقه التاليه :

$$P = 145 - 4x$$

كما ان داله العرض تتحدد من خلال :

$$p = 2x + 13$$

المطلوب : تحديد كميه وسعر التوازن ؟

٥- رجل لديه اربع اولاد هم عبدالله وزينب ومحمد ونور فاذا كان عمر نور ربع عمر محمد وعمر عبدالله هو مجموع عمر نور ومحمد وزينب يزيد عن عمر محمد بعامين وكان مجموع اعمار الاولاد = ٥٨ حدد عمر كل منهم ؟

مبادئ الرياضيات ١ (المحاضرة السادسة)

تحليل المقادير الجبرية :
يقصد بتحليل المقدار الجبري هو إيجاد المكونات الأساسية لهذا المقدار .
طرق تحليل المقادير الجبرية :

- العامل المشترك
- الفرق بين مربعين
- الفرق بين مكعبين
- مجموع المكعبين
- تحليل المقدار الثلاثي

آولاً : العامل المشترك .
وهو يعّني المقدار الموجود في جميع عناصر المقدار الجبري .

مثال : حلل المقدار : $5xy+x^2$
الحل :

مثال : حلل المقدار : $9ab+3bc$
الحل :

مثال : حلل المقدار : $2y^2-8y+18y^7$
الحل :

مثال : حلل المقدار : $24x^3y - 15xy^3$
الحل :

ثانيا : الفرق بين مربعين .

إذا كان لدينا مقداران مربعان وبينهما إشارة سالبه يطلق على هذا المقدار الفرق بين المربعين مثل x^2-y^2
يمكن تحليل الفرق بين المربعين كما يلي :
=(الجذر التربيعي للأول – الجذر التربيعي الثاني) (الجذر التربيعي للأول + الجذر التربيعي للثاني)
أي أن :

$$x-y = (x-y)(x+y)$$

مثال : حلل المقدار : $25x^2-y^2$

الحل :

مثال : حلل المقدار : $64x^3 - 4xy^2$
الحل :

مثال : حلل المقدار : $48x^2y - 75y^3$
الحل :

مثال : حلل المقدار : $169x^5y - 144xy^5$
الحل :

ثالثا : الفرق بين مكعبين .
يطلق على المقدارين المكعبين اللذان بينهما إشارة سالب الفرق بين المكعبين مثل $x^3 - y^3$ ويمكن تحليل هذا المقدار إلى قوسين احدهما صغير والآخر كبير كما يلي :
(جذر الاول – جذر الثاني) (مربع الأول + جذر الأول × الثاني + مربع الثاني)
أي ان :

$$X^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + x\,y + y^2)$$

مثال : حلل المقدار : $8a^3 - 125b^3$
الحل :

مثال : حلل المقدار : $27x^3 - 216y^3$
الحل :

حل آخر :

رابعا : مجموع المكعبين .

يطلق على المقدارين المكعبين اللذان بينهما اشاره موجب مجموع المكعبين $x^3 + y^3$ ويمكن تحليل هذا المقدار الى قوسين احدهما صغير والاخر كبير كما يلي :

(جذر الاول + جذر الثاني)(مربع الاول – جذر الاول × الثاني +مربع الثاني)

أي ان

$$X^3 + y^3 = (x + y) (x^2 – x y + y^2)$$

مثال : حلل المقدار : $64x^3 + 125y^3$

الحل :

مثال : حلل المقدار : $24bc^4 + 81b^4c$

الحل :

التمارين :

حلل المقادير التاليه :

١- $X^3 + 5x^2 – 7x^5$

٢- $25g^3h^2 + 75g^5h^7$

٣- $48L^3 – 75Ld^2$

٤- $18u^3v^3 – 50uv^5$

٥- $27a3 – x3$

٦- $72c^5d^3 – 242c^3d^5$

٧- $X^3 – 64$

٨- $125 + 8r^3$

٩- $250x2y^5 + 2x^5y^2$

مبادئ الرياضيات ١ (المحاضرة السابعة)

خامساً : تحليل المقدار الثلاثي .

يقصد بالمقدار الثلاثي الذي يكون على الشكل التالي :

$$Ax^2 + bx + c$$

ويتم تحليل المقدار الثلاثي إلى قوسين ، إلا ان تحليل المقدار الثلاثي يتوقف على إشارة المقدار الثالث ، أي هل هي موجبه أو سالبه ؟

وبالتالي نكون امام حالتين و هما :

١- اشارة الحد الثالث موجبة .

٢- إشارة الحد الثالث سالبة .

في هذه الحالة يتم تحليل المقدار الثالث إلى مقداران يكون :

١- حاصل ضربهما = الحد الثالث

٢- إشارتهما نفس إشارة الحد الأوسط

٣- مجموع المقداران = الحد الأوسط

مثال : حل المقدار : $x^2 + 5x + 6$

الحل :

مثال : حل المقدار : $y^2 - 10y + 21$

الحل :

مثال : حل المقدار : $w^2 - 9w + 20$

الحل :

مثال : حل المقدار : $m^2 - 13m + 42$

الحل :

إشارة الحد الثالث سالب :

في هذه الحاله يتم تحليل المقدار الثالث إلى مقداران يكون :

١- حاصل ضربهما = الحد الثالث

٢- أشارتهما مختلفه أي احدهما موجب والاخرى سالب وإشاره الاكبر نفس اشارة الحد الاوسط

٣- الفرق بين الطرفين = الحد الاوسط

مثال : حلل المقدار : $x^2 - x - 12$

الحل :

مثال : حلل المقدار : $x^2 + 2x - 35$

الحل :

مثال : حلل المقدار : $s^3 + s^2 - 42s$

الحل :

تمارين : حلل المقادير التاليه :

١- $2x^2 + 13x + 15$

٢- $X^2 + 11x + 24$

٣- $6q^2 - q - 15$

٤- $2a^3 + a^2 - 15a$

٥- $Z^2 + 12z + 35$

٦- $K^2 - 4k - 12$

حل معادلات الدرجه الثانيه في مجهول واحد

حل المعادلات من الدرجة الثانية فى مجهول واحد :
تكون صورة المعادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد هى
$Ax^2 + bx + c = 0$
ويمكن حلها باستخدام التحليل أو باستخدام القانون كما يلى :

مثال :حل المعادلة التالية :
$X^2 - 7x + 10 = 0$
الحل :

حل آخر :

مثال : حل المعادله التاليه :
$X^2 - 2x = 24$
الحل :

مثال : حل المعادله :
$12x^2 + 4x = 33$
الحل :

تمارين :
حل المعادلات التاليه :
١- $X^2 - 10x + 24 = 0$
٢- $X^2 + 4x = 32$
٣- $2x^2 - 17x + 8 = 0$

تطبيقات تجاريه واقتصاديه

مثال:

إذا كانت دالة العرض لأحد المنتجات هى $p = s(x) = X^2 + 14$

ودالة الطلب هي $p = d(x) = 174 - 6x$ ، حدد كمية وسعر التوازن ؟

الحل :

مثال :

إذا كان x تشير إلى عدد الوحدات المنتجة والتى يمكن ان تباع بسعر $p = 100 - 0.6x$

وكانت دالة التكاليف هي $c(x) = 5x + 2000$

اوجد :

عدد الوحدات اللتي تحقق التعادل ؟

وماهو الربح او الخساره عندما يكون عدد الوحدات المنتجه والمباعه ١٠٠ وحده ؟

وماهو عدد الوحدات اللازم لتحقيق ربح قدره ١٠٠٠ ريال ؟

الحل :

الأسس والوغاريتمات

سبق وان درسنا قاعدة هامة:

1- إذا اتحدت الأساسات فأنة عند الضرب تجمع الأسس.

2- عند القسمة إذا اتحدت الأساسات تطرح الأسس.

مثال :أختصر المقدار التالى: $\frac{z^5 n^3 z^4}{n^2 z^2 n^3}$

الحل :

قاعده هامه : $(x^n)^m = x^{nxm}$

مثال : $(2^5)^3 = 2^{5x3} = 2^{15}$

مثال : أختصر : $(x^5)^{-1} = x^{5x-1} = x^{-5} = \frac{1}{x^5}$

مثال : أختصر المقدار : $\left(\frac{2ab^3}{3ba^2}\right)^3$

الحل :

مثال : اختصر المقدار : $\sqrt[3]{27x^9}$

الحل :

مثال : اختصر المقدار : $\sqrt{\frac{75m^3 n}{3mn^3}}$

الحل :

مثال : حل المعادله التاليه : $(x-1)^2 = 64$

الحل :

مثال : حل المعادله التاليه : $\sqrt[3]{\frac{x+42}{x}} = 2$

الحل :

تمارين ::
أختصر المقادير التاليه :

١- $\left(\frac{2xy}{5xy^2}\right)^2$

٢- $\sqrt[3]{64l^9 f^{-6}}$

٣- $\frac{25d^7w^2}{5d^2w}$

٤- $\sqrt[3]{\frac{128x^5y^7}{2x^{-1}y}}$

اللوغاريتمات

هي قوة الاس المرفوعه لاساس معين ، $10^3=1000$
$Log_{10} 1000=3$
وكذلك ، $32=2^5$ $\qquad$ $log_2 32=5$

مثال : أوجد قيمة المجهول اذا كان $log_5 a=3$
الحل :

مثال : أوجد قيمة المجهول أذا كان $log_2 x=7$
الحل :

مثال : أوجد قيمة المجهول أذا كان $log_x 64=2$
الحل :

مثال : أوجد قيمة المجهول اذا كان $log_{32} u=\frac{1}{5}$
الحل :

مثال : أوجد قيمة المجهول اذا كان $log_a 256=4$
الحل :

تمارين :
أوجد قيمة المجهول فيما يلي :

١- $Log_3 9=t$
٢- $Log_a 81=2$
٣- $Log_5 125=k$

٤- $\log_{49} x = \frac{3}{2}$

٥- $\log_{81} r = \frac{3}{4}$

٦- $\log_{121} x = \frac{1}{2}$

٧- $\log_{625} 125 = g$

قوانين اللوغاريتمات

١- $\log x^n = n \log x$

مثال :

$\log 5^4 = 4 \log 5$ ، $\log 8 = \log 2^3 = 3 \log 2$.

٢- $\log (x \square y) = \log x + \log y$

مثال :

$\text{Log } 20 = \log (5 \;\; . \;\; .. \; . \log 5 + \log 4$

$\text{Log } 42 = \log (6 \quad 7) = \log 6 + \log 7$

٣- $\log x - \log y = \log \left(\frac{x}{y} \right)$

مثال : $\log \left(\frac{35}{2} \right) = \log 35 - \log 2$

$= \log (5 \quad 7) - \log 2$

$= \log 7 + \log 5 - \log 2$

هام جدا :

$\text{Log}_a\, a=1$ ، $\log_5 5=1$ ، $\log_7 7=1$ ، $\log_{10} 10=1$.

اذا لم يكتب الاساس تحت اللوغاريتم يكون ١٠

مثال : أوجد قيمة المقدار :

$\text{Log}2 - \log 10 + \log 5 + 2\log\sqrt{10} - \log 16 + \log 4^2$

الحل :

تمارين :

أوجد قيمه المقدار :

$\text{Log}_7\, 125 + \log_7 64 - 3\log_7 20 + \log_7 49$

أوجد قيمه المقدار :

$\frac{1}{2}\text{Log}_5\, 625 - \log_5 35 + \log_5 14 - \log_5 10$

مبادئ الرياضيات ١ (المحاضرة العاشرة)

التباديل والتوافيق

التباديل :

وهي تشير الى عدد طرق ترتيب الاشياء ويرمز لها بالرمز p فاذا كان لدينا n من الاشياء نريد ترتيبها r من الترتيبات فأن عدد طرق الترتيب هي $_np_r$ ،

$$_np_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$_np_r = n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)$$

مثال : أوجد قيمة $_5P_2$

مثال : اوجد قيمة $_6P_3$

لاحظ أن : $_nP_n = n!$ ×

أي أن : $_3P_3 = 3! = 3 * 2 * 1 = 6$

كما أن : $_5P_5 = 5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$

مثال : قيمة $_6P_2$ هي :

أ- ١٢ ب- ٣٠ جـ - ٣٦ د- ١٥

الحل : الأجابه هي :

مثال : أتفقت ٦ فرق رياضيه على تكوين دوري خاص بها أحسب عدد المباريات التي يتم لعبها ؟

الحل :

مثال : بكم طريقه يمكن جلوس ٤ أشخاص على ٥ كراسي ؟

الحل :

التوافيق :

وتشير الى عدد طرق الاختيار ، ويرمز لها بالرمز c فاذا كان لدينا n من الاشياء ونريد ان نختار منها عدد r فان عدد طرق الاختيار هي ق حيث أن : nCr

$$nCr= \frac{n\Pr}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\ldots3*2*1}$$

مثال : آوجد قيمة $5C2$

الحل :

مثال : أوجد قيمة $7C4$

الحل :

هاااام ججدآ :

$nCn = 1$

أي ان :

$12C12 = 1$ ، $8C8 = 1$ ، $6C6 = 1$

$nC0 = 1$

أي ان :

$4C0 = 1$, $7C0 = 1$, $10C0 = 1$

$nC1 = n$

أي أن :

$5C1 = 5$, $11C1 = 11$, $7C1 = 7$

مثال : أداره بها ١٢ موظف نريد ان نختار ٣ منهم لتكوين لجنه احسب عدد طرق الاختيار ؟

الحل :

مثال : بفرض في المثال السابق أذا نص على ان مدير الاداره لابد من اختياره ، احسب عدد طرق الاختيار ؟

الحل :

تمارين :

أوجد قيمه :

$8P2$ $5P3$ $7P4$ $3!$ $4P4$

$8C2$ $9P3$ $7C4$ $6C6$ $6C0$ $9C1$

تمارين :

١- اتفقت ١٠ فرق رياضيه على تكوين دوري فيما بينها اوجد عدد المباريات التي يمكن لعبها ؟
٢- اداره بها ١٥ موظف نريد تكوين منهم لجنه مكونه من ٣ اوجد عدد طرق الاختيار ؟
٣- في السؤال السابق اذا كان لابد من وجود مدير الاداره ضمن اعضاء اللجنه احسب عدد طرق الاختيار ؟

نظرية ذات الحدين

مثال : أوجد مفكوك $(x+3)^2$ ؟

الحل :

مثال : اوجد مفكوك $(x+3)^3$

الحل :

نظرية ذات الحدين :

$$(x+a)^n = nC0a^0x^n + nC1a^1x^{n-1} + nC2a^2x^{n-2} + ... + nCna^nx^0$$

مثال : أوجد مفكوك : $(x+3)^3$

الحل :

الحد العام لنظرية ذات الحدين :

$$H_{r+1} = ncr(\text{socand term})^r(\text{first term})^{n-r}$$

دائما r اقل من رتبة الحد بمقدار واحد

مثال : أوجد الحد الخامس في مفكوك : $(x+3)^9$؟

الحل :

مثال : أوجد الحد الرابع في مفكوك $(2x-5y)^7$ ؟

الحل :

الحد الاوسط :

يتوقف الحد الاوسط على الاس اذا كان فردي او زوجي ..

اذا كان الاس زوجي يكون رتبة الحد الاوسط $\frac{n+2}{2}$

اما اذا كان الاس فردي يكون لدينا حدان اوسطان هما $\frac{n+1}{2}, \frac{n+3}{2}$

مثال : أوجد الحد الاوسط في مفكوك $(x-2)^{10}$ ؟

الحل :

الحد الخالي من x :

مثال : أوجد الحد الخالي من x في مفكوك $\left(x-\frac{4}{x}\right)^{12}$ ؟

الحل :

الحد اللذي يحتوي على x^4 :

مثال : أوجد الحد اللذي يحتوي على x^4 في مفكوك $\left(x-\frac{4}{x}\right)^{12}$ ؟

الحل :

تمارين :

١- اوجد الحد السادس في مفكوك $(x+4)^{12}$ ؟

٢- أوجد الحد الاوسط في مفكوك $(5x+y)^8$ ؟

٣- أوجد الحد الخالي من x في مفكوك $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^9$ ؟

٤- أوجد الحد اللذي يحتوي على x^3 في مفكوك $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^9$ ؟

٥- اوجد مفكوك المقدار $(5x-2y)^4$ ؟

المتواليات

سيتم تدريس :

١- المتواليات العدديه (الحسابيه) .

٢- المتواليات الهندسيه .

أولا : المتواليه العدديه :

يطلق على متسلسلة الأعداد التي يكون الفرق فيها بين أى حد والحد السابق له مباشرة مقدار ثابت المتوالية العددية.

فمثلاً : .....,2,5,8 يطلق عليها المتواليه العدديه حيث أن :

$$8 - 5 = 3$$

$$5 - 2 = 3$$

الفرق الثابت يسمى أساس المتوالية ويرمز له بالرمز d .

الرموز المستخدمه :

A الحد الاول .

D اساس المتواليه (الفرق الثابت) .

L الحد الأخير .

H_n الحد العام .

S_n مجموع المتواليه .

القوانين المستخدمة :

الحد العام : $H_n = a + (n-1)d$

مجموع المتوالية يمكن إيجاده بطريقتين:

١- **بمعلوميه الحد الأخير** :

$$\mathbf{Sn = \frac{n}{2}(a + L)}$$

٢- **بمعلوميه أساس المتوالية** :

$$\mathbf{Sn = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)}$$

مثال : في المتواليه التاليه : .....,3,7,11

أوجد :

١- نوع المتواليه ؟

٢- أساس المتواليه ؟

٣- الحد الخامس ؟

٤- الحد التاسع ؟
٥- مجموع العشر حدود الاولى من المتواليه ؟
الحل :

مثال : متواليه حدودها 70,65,60,…..,25
اوجد :
1. نوع المتواليه ؟
2. أساس المتواليه ؟
3. الحد السادس ؟
4. مجموع العشر حدود الاولى من المتواليه ؟
5. عدد حدود المتواليه ؟

الحل :

مثال : متوالية عددية مجموعها ٨٦٤ وحدها الاول ٩ وحدها الاخير ٩٩ أوجد عدد حدود المتواليه وأساس المتواليه ؟
الحل :

مثال : متواليه عدديه حدها الثاني ٨ وحدها الخامس ٢٣ أوجد حدها العاشر ومجموع العشرين حدا الاولى منها ؟
الحل :

مثال : متواليه عدديه مكونه من خمس حدود ومجموع حديها الثاني والرابع ٥٢ ومجموع حديها الثالث والخامس ٦٦ أوجد المتواليه ؟
الحل :

تمارين :
١- في المتواليه التاليه : 18,21,24,.....
اوجد :
نوع المتواليه ، اساس المتواليه ، الحد الثامن ، الحد الثاني عشر ، مجموع العشر حدود الاولى من المتواليه ؟
٢- في المتواليه التاليه : 86,82,78,.....
أوجد :
نوع المتواليه ، اساس المتواليه ، الحد العاشر ، الحد الثاني عشر ، مجموع العشرين حدا الاولى من المتواليه ؟
٣- متواليه حسابيه حدها الاول ٥ وحدها الاخير ٣٥ ومجموعها ٢٢٠ فما هو عدد حدودها واساسها ؟
٤- متواليه عدديه حدها الثاني ٦٨ وحدها الرابع ٥٠ اوجد المتواليه ومجموع العشر الحدود الاولى منها ؟
٥- متواليه حسابيه مكونه من ٤ حدود وكان مجموع الحدين الاول والرابع ٧٠ ومجموع الحدين الثاني والثالث ٧٠ اوجد المتواليه ؟

مبادئ الرياضيات ١ (المحاضرة الثالثة عشر)

المتواليات الهندسية

المتواليه الهندسيه :

يطلق علي متسلسلة الأعداد التى يكون خارج قسمة أى حد فيها على الحد السابق له مباشرة مقدار ثابت بالمتوالية الهندسية.

الرموز المستخدمه :

A الحد الاول

R اساس المتواليه

S_n مجموع n من الحدود

s_∞ مجموع المتواليه الى مالانهايه

القوانين المستخدمه :

الحد العام $h_n = a\,r^{\,n-1}$

مجموع عدد معين من الحدود $s_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

مجموع المتواليه الى مالانهايه $s_\infty = \dfrac{a}{1 - r}$

مثال : في المتواليه 4,8,16,….. أوجد الحد العاشر ، ومجموع العشر حدود الاولى من المتواليه ؟

الحل :

مثال : متواليه هندسيه حدها الاول 5 واساسها 3- اوجد الحد السادس ومجموع ثمان الحدود الاولى منها ؟

الحل :

مثال : متواليه هندسيه حدها الرابع 448 وحدها السادس 7168 اوجد المتواليه ؟

الحل :

مثال : في المتواليه ....., 729,243,81 اوجد الحد الثامن ومجموع العشر حدود الاولى ومجموع المتواليه الى مالانهايه ؟

الحل :

مثال : اوجد مجموع المتواليه ....., 199,-99.5,49.75 الى مالانهايه ؟

الحل :

المحددات المصفوفات

أولا : المحددات :

المحدد من الرتبه الثانيه يكون على الصوره التاليه

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

ويمكن الحصول على قيمة المحدد

$$= (a_{11} \times a_{22}) - (a_{12} \times a_{21})$$

مثال : أوجد قيمة المحدد $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$

الحل :

مثال : أوجد قيمة المحدد $\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$

الحل :

مثال : اوجد قيمة المحدد $\begin{vmatrix} -12 & 4 \\ -3 & -2 \end{vmatrix}$

الحل :

إستخدام المحددات في حل المعادلات :

باستخدام المحددات حل المعادلات التاليه :

$$5x + 2y = 19$$
$$4x - y = 10$$

الحل :

باستخدام المحددات حل المعادلات التاليه :

$$7x + 3y = 2$$
$$4x - 2y = -10$$

الحل :

المحددات من الرتبه الثالثه :

مثال : اوجد قيمة المحدد $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 7 \\ 6 & 4 & 1 \\ -3 & 8 & 9 \end{vmatrix}$

الحل :

ثانياً : المصفوفات :

يتم التركيز على العمليات الجبريه للمصفوفات كما يلي :

مثال : اذا كان

$$h = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & 12 \end{bmatrix} \text{،} \quad G = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$$

أوجد : g^{-1} . gh . 2g+h . g+h . g,h ؟

الحل :

تمت بحمد الله دعواتكم