

## المحاضرة الأولى

### مفهوم الأساليب الكمية

أسلوب رياضي لمعالجة المشاكل الاقتصادية، الإدارية، التسويقية و المالية بمساعدة الموارد المتاحة من البيانات والأدوات والطرق التي تستخدم من قبل متخذي القرار لمعالجة المشاكل .

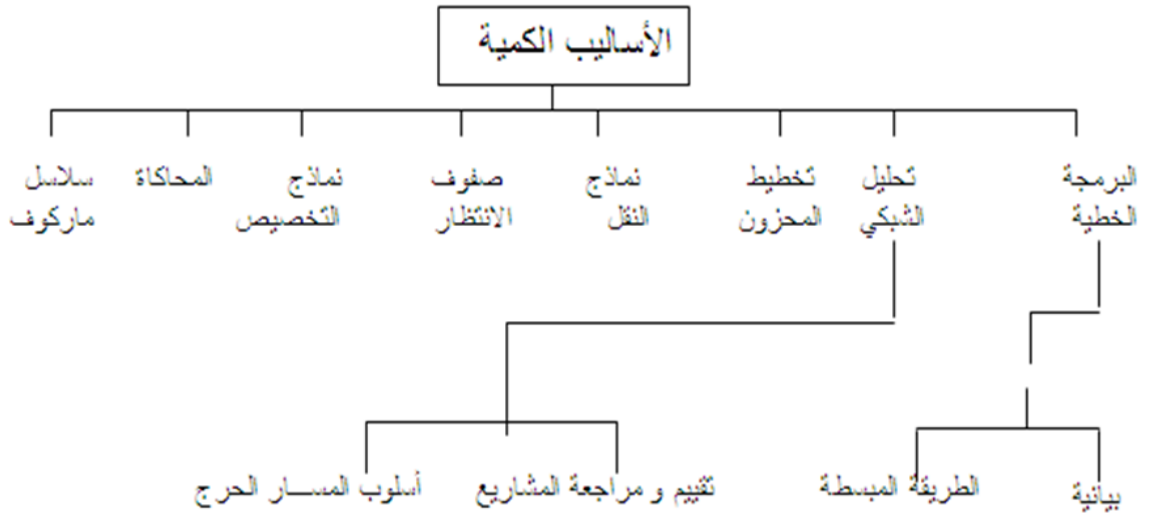
### تعريف الأساليب الكمية

مجموعة الطرق والصيغ والمعدات والنماذج التي تساعد في حل المشكلات على أساس عقلائي "

التعريف الذي اعتمده جمعية بحوث العمليات البريطانية بأنها " استخدام الأساليب العلمية لحل المعضلات المعقدة في إدارة أنظمة كبيرة من القوى العاملة ، المعدات ، المواد أولية ، الأموال في المصانع والمؤسسات الحكومية وفي القوات المسلحة "

تربط بحوث العمليات باتخاذ القرارات العلمية حول كيفية تصميم عمل أنظمة الصعدات ، القوى العاملة وفقاً للشروط تتطلب تخصيصها في الموارد النادرة

## الأساليب الكمية المستخدمة ضمن بحوث العمليات



### التطور التاريخي

تعتبر بحوث العمليات امتداداً لحركة الإدارة العلمية على يد فردريك تيلور كتابه بعنوان ( الإدارة العلمية 1911)، الذي دعا فيه إلى ضرورة استبدال طريقة الحكم الشخصي والتجربة والخطأ بطريقة أخرى تعتمد على البحث العلمي.

بحوث العمليات ظهرت كحقل علمياً مستقلاً في بداية الحرب العالمية الثانية. حيث شكَّلت بريطانيا والولايات المتحدة الأمريكية فرقاً من العلماء يشمل مختلف المجالات العلمية للبحث عن أفضل الأساليب والوسائل العلمية لاستخدامها في طريقة توزيع أفضل للقوات العسكرية، وكذلك في استخدام الأجهزة المتطورة كقاذفات القنابل والرادارات. سُمِّيت مثل هذه الفرق بفرق بحوث العمليات.

بعد نهاية الحرب، بدأت القطاعات الاقتصادية بالاستفادة من هذه الأساليب في زيادة إنتاجها وربحها عن طريق الاستغلال الأفضل لمواردها.

أحد أهم العوامل التي ساعدت في تطور بحوث العمليات هو الرواج الاقتصادي الذي أعقب الحرب العالمية الثانية و ما صاحب ذلك من الاتساع في استخدام المكننة و الوسائل الآلية و تقسيم العمل و الموارد، الأمر الذي أدى إلى ظهور مشاكل إدارية كثيرة و معقدة مما دفع بعض العلماء و الباحثين إلى دراسة تلك المشكلات و إيجاد أفضل الحلول لها.

يعد ظهور الحاسب و تطوره السريع عاملاً أساسياً في ازدهار بحوث العمليات و التوسع في استخدامها.

### أهمية بحوث العمليات

وسيلة مساعدة في اتخاذ القرارات الكمية باستخدام الطرق العلمية الحديثة .

يعتبر علم بحوث العمليات من الوسائل العلمية المساعدة في اتخاذ القرارات بأسلوب أكثر دقة و بعيد عن العشوائية الناتجة عن التجربة و الخطأ .

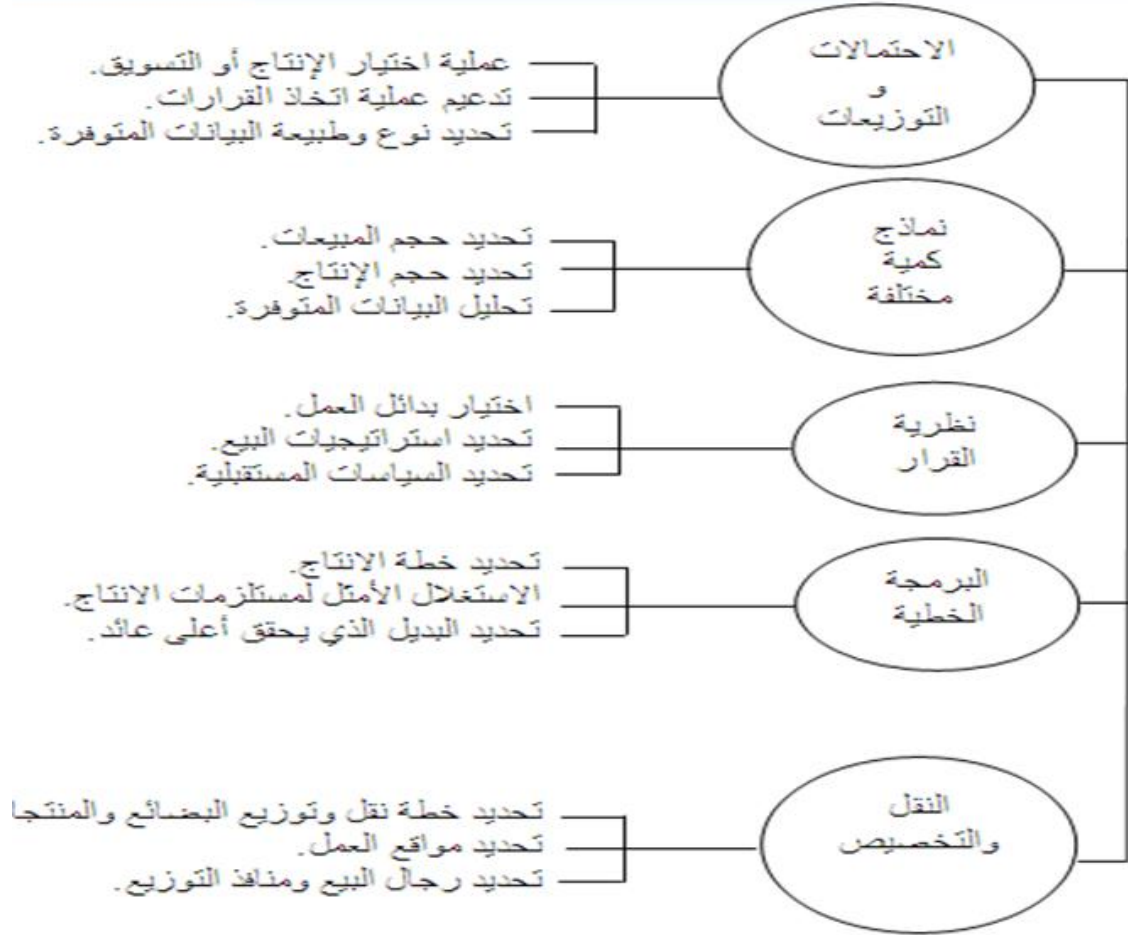
تعتبر بحوث العمليات فن و علم في آن واحد فهي تتعلق بالتخصيص الكفاء للموارد المتاحة وكذلك قابليتها الجديدة في عكس مفهوم الكفاءة و الندرة في نماذج رياضية تطبيقية .

يسعى هذا العلم إلى البحث عن القواعد و الأسس الجديدة للعمل الإداري ، وذلك للوصول إلى أفضل المستويات من حيث الجودة الشاملة ، و مقاييس المواصفات العالمية ( الايزو ) .

أنها تساعد على تناول مشاكل معقدة بالتحليل و الحل و التي يصعب تناولها في صورتها العادية .

أنها تساعد على تركيز الاهتمام على الخصائص الهامة للمشكلة دون الخوض في تفاصيل الخصائص التي لا تؤثر على القرار ، و يساعد هذا في تحديد العناصر الملائمة للقرار و استخدامها للوصول إلى الأفضل .

# استخدامات بحوث العمليات



نماذج بحوث العمليات

- (1) البرمجة الخطية Linear programming
- (2) البرمجة العددية Integer programming
- (3) المحاكاة Simulation
- (4) التحليل الشبكي Network analysis
- (5) نظرية صفوف الانتظار Queuing theory
- (6) البرمجة الديناميكية Dynamic programming
- (7) نظرية القرارات Decision Theory
- (8) البرمجة اللاخطية Non-Linear Programming

نموذج قرار بسيط

▪ **نموذج القرار:** أداة لتلخيص مشكلة القرار بطريقة تسمح بتعريف و تقييم منظم لكل بدائل القرار في المشكلة.

▪ **عناصر نموذج القرار:**

(1) تحديد بدائل القرار.

(2) تصميم مقاييس او معايير لتقييم كل بديل.

(3) استخدام هذا المعيار كأساس لإختيار أفضل بديل من البدائل المتاحة.

## المحاضرة الثانية

مصطلحات هامة في بحوث العمليات

### (a) النظام System

عبارة عن مجموعة من العناصر المتداخلة المرتبطة معاً في علاقات معينة ومعزولة الى حد ما عن أي نظام آخر

(1) الانظمة الحتمية Deterministic systems يتم التنبؤ عن سلوك عناصر النظام بطريقة محددة تماماً (جميع متغيرات النظام معروفة).

(2) الانظمة الاحتمالية Probabilistic systems تخضع بعض العناصر الى مفهوم التوزيعات الاحصائية بسبب اعتمادها على الاحداث العشوائية التي تتغير باستمرار.

### (b) النمذجة Modeling

مراحل دراسة بحوث العمليات

(1) الملاحظة Observation ادراك وجود المشكلة وتحديدھا (حقائق, آراء, اعراض)

(2) تعريف المشكلة Problem definition تعريف المشكلة بعبارات محددة وواضحة (الهدف, المتغيرات, الثوابت والقيود المفروضة)

(3) بناء النموذج Model construction تطوير النموذج الرياضي الذي يتفق مع اهداف المسألة

(4) حل النموذج Model solution التوصل الى الحل الذي يحقق افضل قرار

(4) التحقق من صحة النموذج Model validity عن طريق مقارنة النتائج مع قيم سبق اختبارها او عن طريق استخدام الاختبارات الاحصائية

(5) تنفيذ النتائج implementation ترجمة النتائج الى تعليمات تشغيلية تفصيلية

## البرمجة الرياضية Mathematical Programming

العلم الذي يبحث في تحديد القيمة (او القيم) العظمى او الصغرى لدالة محددة تسمى دالة الهدف (O.F) Objective function والتي تعتمد على عدد نهائي من المتغيرات Variables. وهذه المتغيرات قد تكون مستقلة عن بعضها او قد تكون مرتبطة مع بعضها بما يسمى القيود Constraints

## البرمجة الخطية Linear Programming

❖ حالة خاصة من البرمجة الرياضية

❖ دالة الهدف & القيود ----- < خطية

✓ البرمجة (Programming)

✓ الخطية (Linearity)

✓ متغيرات القرار decision variables

✓ القيود constraints

## المحاضرة الثالثة

قبل ان نبدأ في شرح المثال لا بد ان نعرف ماهي المتباينة وطريقة تحديد اتجاه المتباينة المتباينة تكون عل ثلاثة أشكال ( $>=$  اكبر من او يساوي) و ( $<=$  أصغر من أو يساوي) و ( $=$  يساوي) نبحث في القيود عن الكلمات التالية :

**بحد أدنى** , **لا يقل عن** , **على الأقل** , وهذه تكون ( $>=$  اكبر من او يساوي)

مثلا اقول لك اشتر لي **على الأقل** 3 كيلو تفاح , اشتر تفاح **لا يقل عن** 3 كيلو , **لا بد** من وجود تفاح **بحد أدنى** 3 كيلو (يعني لا أقبل أقل من 3 كيلو , **لا بد من وجود 3 كيلو تفاح ولو كان اكثر فلا مشكلة**)

**بحد أعلى** , **بحد أقصى** , **لا يزيد عن** , **على الأكثر** وهذه تكون ( $<=$  أصغر من أو يساوي)

مثلا اقول لك اشتر لي **على الأكثر** 5 كيلو برتقال , اشتر برتقال **لا يزيد عن** 5 كيلو, **لا مانع** من وجود برتقال **بحد أعلى** 5 كيلو (يعني لا أريد أكثر من 5 كيلو , لا مانع من وجود برتقال ولكن لا يهم أن يكون 5 كيلو **ولو كان أقل فلا مشكلة**)

شرح مثال 1 المحاضرة الثالثة

تقوم الشركة العربية للمنظفات بإنتاج أنواع مختلفة من مساحيق غسيل الملابس. إذا تسلمت الشركة طلبات من احد التجار للحصول على 12 كيلو جرام من مسحوق معين من منتجات الشركة. إذا كان المسحوق المطلوب يتم تصنيعه من مزج ثلاثة أنواع من المركبات الكيميائية هي A, B, C.

إذا علمت أن المواصفات المطلوبة لهذا المسحوق كما ورد في الطلب كانت ما يلي:

- I. يجب أن لا يحتوي المسحوق على أكثر من 900 جرام من المركب A
- II. يجب أن يحتوي المسحوق على 3 كيلو جرام على الأقل من المركب B
- III. يجب أن يحتوي المسحوق على 2 كيلو جرام بحد أدنى من المركب C
- IV. يجب أن يحتوي المزيج على 4 كيلو جرام على الأكثر من A, C.

إذا علمت أن تكلفة تصنيع الكيلو جرام الواحد من المركب A تساوي 6 ريال، وأن تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب B تساوي 12 ريال في حين تبلغ تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب C تساوي 9 ريال.

المطلوب: صياغة برنامج خطي

ثانيا نحدد الدالة المطلوبة وبما أنها **تكلفة** فتكون الدالة (MIN Z) والمقصود خفض التكلفة الى اقل حد ممكن

ثالثا نكتب الدالة  
 $MIN Z = 6 X1 + 12 X2 + 9 X3$

رابعا نكتب القيود (الشروط)

 $X1 <= 0.9$   
 $X2 >= 3$   
 $X3 >= 2$   
 $X1 + X3 <= 4$   
 $X1 + X2 + X3 = 12$   
 $X1 + X2 + X3 >= 0$ 

نقرأ القيود بهذه الطريقة (من اليمين)  
 اكس واحد أصغر من أو يساوي 0.9  
 اكس اثنين اكبر من أو يساوي 3  
 اكس ثلاثة اكبر من أو يساوي 2

خامسا تجميع المعادلات لتكوين البرنامج الخطي  
 $MIN Z = 6 X1 + 12 X2 + 9 X3$   
 s.t.  
 $X1 <= 0.9$   
 $X2 >= 3$   
 $X3 >= 2$   
 $X1 + X3 <= 4$   
 $X1 + X2 + X3 = 12$   
 $X1 + X2 + X3 >= 0$

قيود المركبين C و A

قيود السالبة

قيود الطلبية

طريقة تحديد القيود من السؤال نبحث عن الكلمات التالية :  
 (بحد أدنى , لا يقل عن , على الأقل , لا يكون أقل من ) وهذه تكون  $>=$  أكبر من أو يساوي والكلمات التالية :  
 (بحد أعلى , لا يزيد عن , على الأكثر , لا يكون أكثر من ) وهذه تكون  $<=$  أصغر من أو يساوي

## شرح مثال 2 المحاضرة الثالثة

تمتلك شركة مصنعاً صغيراً لإنتاج السيراميك من النوع الممتاز والعادي وتوزيع الإنتاج على تجار حيث تبلغ الكميات الجملة. يحتاج إنتاج السيراميك إلى نوعين أساسيين من المواد الخام A, B المتاحة من كل منهما يومياً ١٢ طن، ٢٥ طن على التوالي. الجدول التالي يظهر احتياجات إنتاج الطن من السيراميك الممتاز وإنتاج الطن من السيراميك العادي من المادتين الخام A, B

	احتياجات السيراميك من المواد الخام		المتاح بالطن
	الممتاز	العادي	
مادة خام A	2	1	١٢
مادة خام B	٣	٤	٢٥

أولاً نحدد المتغيرات ونعطي كل متغير رمز

X1 هو عدد الاطنان من السيراميك الممتاز

X2 هو عدد الاطنان من السيراميك العادي

نستخدم الدالة MAX لتحقيق ربح على الأقل 3000 ريال في طن الممتاز و ربح على الأقل 2000 في طن العادي

ثالثاً نكتب الدالة

$$MAX Z = 3000X1 + 2000X2$$

وقد أظهرت دراسات السوق ان الطلب على السيراميك العادي يريد عن الطلب على السيراميك الممتاز، كما أظهرت دراسات السوق أيضاً ان الحد الأقصى للطلب اليومي على السيراميك العادي هو ٥ طن. يبلغ هامش ربح الطن من السيراميك الممتاز ٣٠٠٠ ريال في حين يبلغ هامش الربح من النوع العادي ٢٠٠٠ ريال. المطلوب: صياغة برنامج خطي مناسب للمشكلة.

ثانياً نحدد الدالة المطلوبة

وبما أنها ربح فتكون الدالة (MAX Z) والمقصود زيادة الربح الى أقصى حد ممكن

رابعاً نكتب القيود (الشروط)

$$2X1 + X2 \leq 12$$

$$3X1 + 4X2 \leq 25$$

$$X1 \leq X2$$

$$X2 \leq 5$$

$$X1 + X2 \geq 0$$

قيود الخام A

قيود الخام B

قيود الطلبية للنوعين

قيود الطلبية العادي

قيود عدم السالبة

نقرأ القيود بهذه الطريقة (من اليمين) اكس واحد أصغر من أو يساوي 0.9 اكس اثنين اكبر من أو يساوي 3 اكس ثلاثة اكبر من أو يساوي 2

خامساً تجميع القيود لتكوين البرنامج الخطي

$$MAX Z = 3000X1 + 2000X2$$

s.t.

$$2X1 + X2 \leq 12$$

$$3X1 + 4X2 \leq 25$$

$$X1 \leq X2$$

$$X2 \leq 5$$

$$X1 + X2 \geq 0$$

طريقة تحديد القيود من السؤال نبحث عن الكلمات التالية: (بحد أدنى, لا يقل عن, على الأقل, لا يكون أقل من) وهذه تكون  $\geq$  أكبر من أو يساوي والكلمات التالية: (بحد أعلى, لا يزيد عن, على الأكثر, لا يكون أكثر من) وهذه تكون  $\leq$  أصغر من أو يساوي



## المحاضرة الرابعة

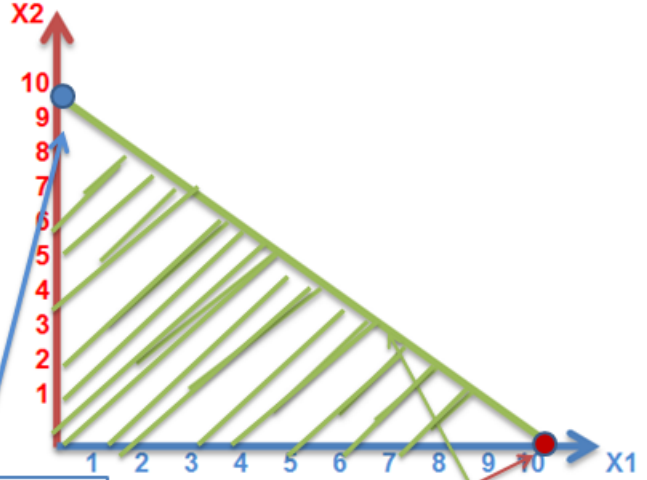
### شرح المثال الاول

المتباينة هي أصغر من او يساوي

المعادلة الاساسية وتقرأ من اليسار  $X1 + X2 \leq 10$

$X1 + X2 = 10$

X1	0	10
X2	10	0



نحول المعادلة الى متساوي الطرفين وذلك بحذف العلامة (> أو <) وترك علامة (=) فقط

مجموع X1 و X2 = 10  
يعني ان

قيمة X1 بين 0 و 10  
وقد قيمة X2 بين 10 و 0

فاذا كانت قيمة X1 = 0 فان X2 = 10  
واذا كانت قيمة X1 = 10 فان X2 = 0

ثم نرسمها بيانيا كما في الشكل

نحدد النقطة الأولى (X1)  
من الجدول وهي 0 و 10

نحدد النقطة الثانية (X2)  
0 و 10

ثم نوصل خط مستقيم بين النقطتين

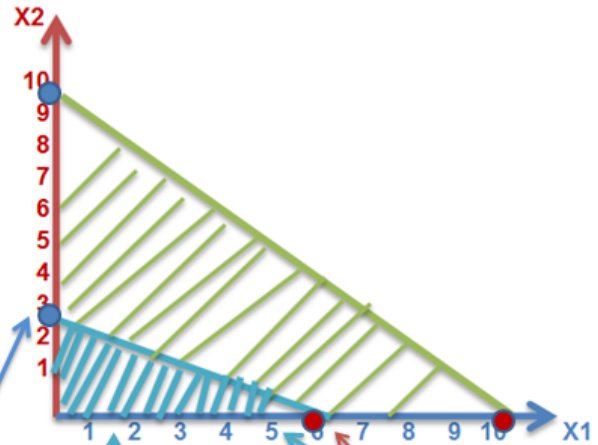
واخيرا نحدد اتجاه التظليل حسب اتجاه المتباينة  
اذا كانت المتباينة  $\leq$  (اصغر من او يساوي)  
فيكون التظليل الى اسفل يسار من الخط المستقيم  
كما في الشكل

المتباينة هي أصغر من او يساوي

المعادلة الاساسية وتقرأ من اليسار  $2X1 + 4X2 \leq 12$

$2X1 + 4X2 = 12$

X1	0	6
X2	3	0



نقسم 12 على 2  
لنعرف قيمة X1  
ونقسم 12 على 4  
لنعرف قيمة X2

$X1 = 12/2 = 6$   
 $X2 = 12/4 = 3$

نحول المعادلة الى متساوي الطرفين وذلك بحذف العلامة (> أو <) وترك علامة (=) فقط

مجموع X1 مضروبا في 2 + مجموع X2  
مضروبا في 4 = 12  
يعني ان

قيمة X1 = 6  
وقد قيمة X2 = 3

فاذا كانت قيمة X1 = 0 فان X2 = 3  
واذا كانت قيمة X1 = 6 فان X2 = 0

ثم نكمل رسمها بيانيا كما في الشكل

نحدد النقطة الأولى (X1)  
من الجدول وهي 0 و 3

نحدد النقطة الثانية (X2)  
0 و 6

ثم نوصل خط مستقيم بين النقطتين

منطقة الحلول الممكنة  
(المقبولة)

واخيرا نحدد اتجاه التظليل حسب اتجاه المتباينة  
اذا كانت المتباينة  $\leq$  (اصغر من او يساوي)  
فيكون التظليل الى اسفل يسار من الخط المستقيم  
كما في الشكل

## شرح المثال الثاني

### مثال معرض الهفوف للرفوف

الربح في الطاولة = 7 ريال  
الربح في الكرسي = 5 ريال  
نحدد المتغيرات بناء على الشيء الذي سننتجه او نصنعه او نبيعه  
عدد الطاولات  $X_1$   
عدد الكرسي  $X_2$   
دالة الهدف **تعظيم** لأن المطلوب **ربح**

$$\text{MAX } Z = 7X_1 + 5X_2$$

S.T.

$$3X_1 + 4X_2 \leq 2400$$

$$2X_1 + X_2 \leq 1000$$

$$2X \leq 450$$

$$X_1 \geq 100$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

القيود

قيود النجارة

قيود الطلاء

قيود عدد الكرسي

قيود عدد الطاولات

قيود عدم السالبة

	الطاولات (للطاولة)	الكراسي (للكرسي)	الوقت المتاح يومياً
ربح القطعة بالريال	7	5	
النجارة	3 ساعة	4 ساعة	2400
الطلاء	2 ساعة	1 ساعة	1000

قيود أخرى:

- عدد الكرسي المصنعة لا يزيد عن 450 كرسي
- يجب تصنيع 100 طاولة على الأقل يومياً

شرح القيود

$\text{MAX } Z = 7X_1 + 5X_2$  يعني تعظيم الربح في عدد الكرسي والطاولات المصنعة

قيود النجارة معناه انه يجب الانتهاء من اعمال النجارة لعدد 450 كرسي او اقل و عدد 100 طاولة او اكثر خلال وقت لا يزيد عن 2400 دقيقة

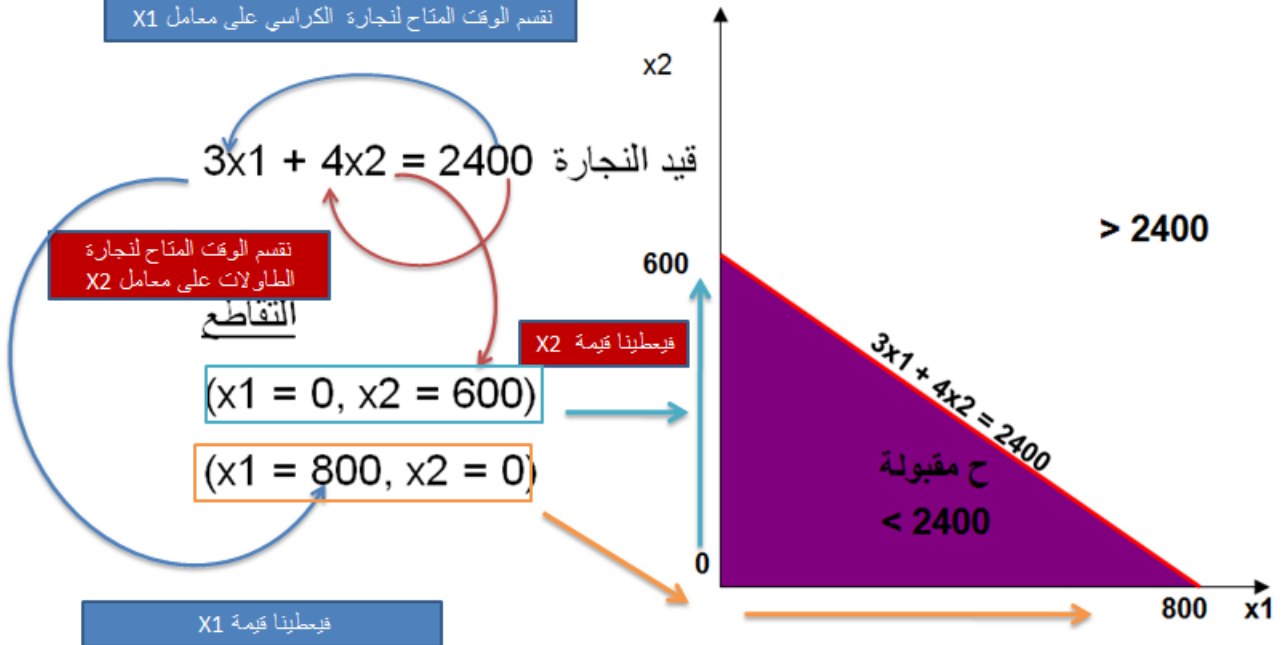
قيود الطلاء معناه انه يجب الانتهاء من اعمال الطلاء لعدد 450 كرسي او اقل و عدد 100 طاولة او اكثر خلال وقت لا يزيد عن 1000 دقيقة

قيود عدد الكرسي معناه ان المطلوب صناعة 450 كرسي أو أقل ( $\leq$  أقل من أو يساوي)

قيود عدد الطاولات معناه ان المطلوب صناعة 100 طاولة أو أكثر ( $\geq$  أكبر من أو يساوي)

قيود عدم السالبة معناه ان عدد الكرسي + عدد الطاولات لا يكون أقل من 0

نقسم الوقت المتاح لنجارة الكرسي على معامل  $X_1$



يجب ملاحظة انه

لتحديد النقطة الاولى على الرسم البياني فاننا نبدأ من الأسفل الى الأعلى

وعند تحديد النقطة الثانية نبدأ من اليسار الى اليمين

تقسيم الوقت المتاح للكراسي على معامل  $x_1$

قيد الطلاء

$$2x_1 + 1x_2 = 1000$$

تقسيم الوقت المتاح للطاولات على معامل  $x_2$

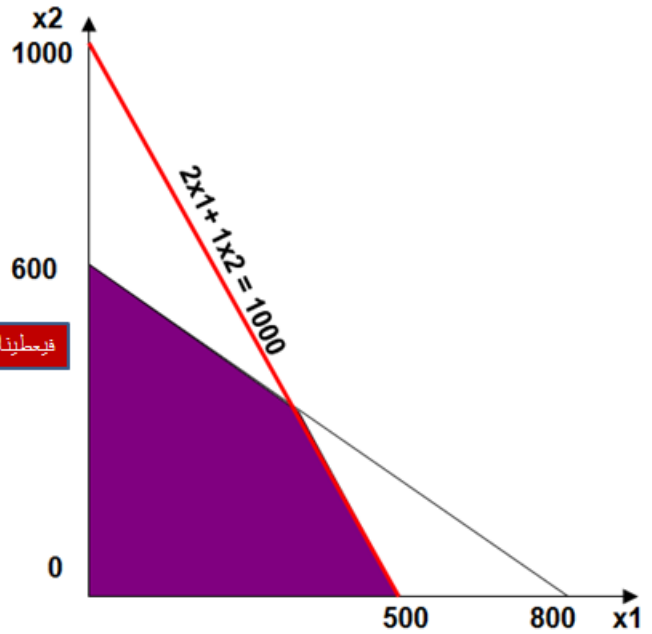
التقاطع

$$(x_1 = 0, x_2 = 1000)$$

$$(x_1 = 500, x_2 = 0)$$

قبطينا قيمة  $x_2$

قبطينا قيمة  $x_1$



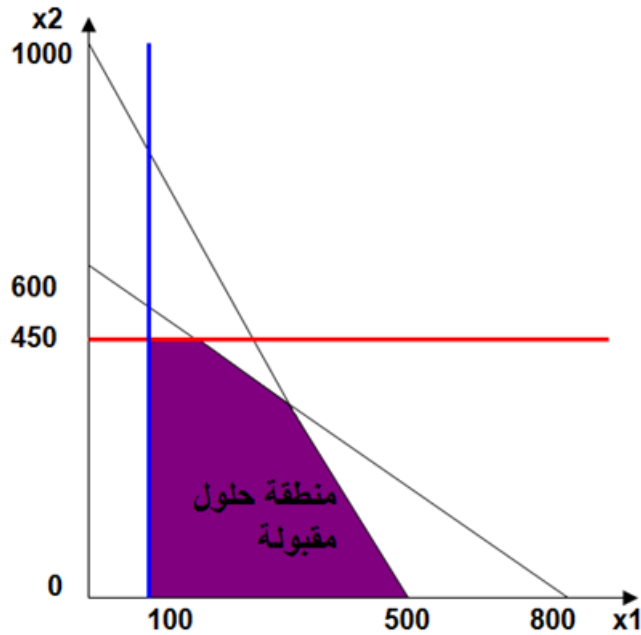
بعد رسم قيد الطلاء نقصت منطقة الحلول الممكنة

قيد الكراسي

$$x_1 = 450$$

قيد الطاولات

$$x_1 = 100$$



وهنا بعد تحديد عدد الكراسي وعدد الطاولات نقصت منطقة الحلول الممكنة

قيود الكراسي

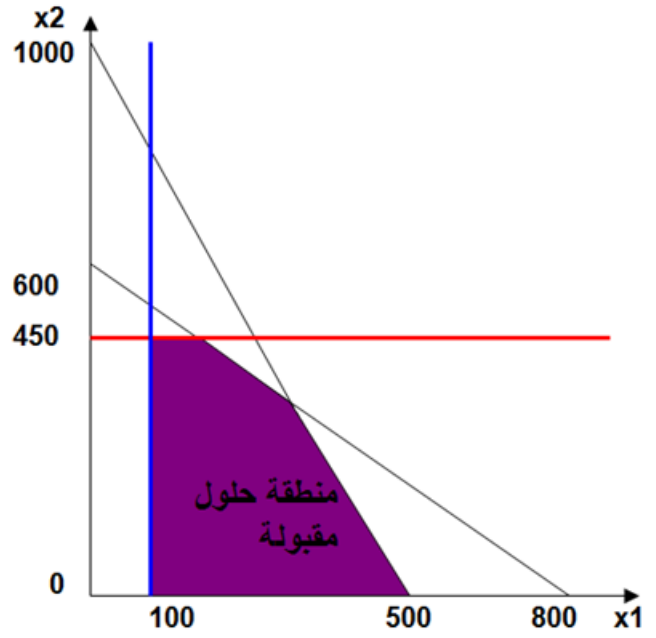
$$x_1 = 450$$

قيود الطاولات

$$x_2 = 100$$

لنتأمل قليلا في منطقة الحلول (المنطقة المظللة)  
نلاحظ ان التظليل على يمين الخط الازرق الذي  
قيمته 100

وتحت الخط الاحمر الذي قيمته 450  
هذا معناه ان عدد الكراسي لا يزيد عن 450  
وعدد الطاولات لا يقل عن 100



## المحاضرة الخامسة

المسألة الأولى

دالة الهدف  $MAX Z = 45x_1 + 65x_2$

s.t.

$$5x_1 + 15x_2 \geq 375$$

$$3x_1 + 6x_2 \leq 450$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

شرح المثال الأول باستخدام  
الرسم البياني لتحديد الحل الأمثل

الحل

أولاً

نقوم بعمل مساواة بين طرفي القيود

$$\begin{aligned} 5x_1 + 15x_2 &= 375 && \text{القيود الأول} \\ 3x_1 + 6x_2 &= 450 && \text{القيود الثاني} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{نقسم قيمة القيد الأول على معامل } x_2 \text{ لمعرفة قيمة } x_2 \\ 25 = 375 / 15 \\ \text{نقسم قيمة القيد الأول على معامل } x_1 \text{ لمعرفة قيمة } x_1 \\ 75 = 375 / 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{نقسم قيمة القيد الثاني على معامل } x_2 \text{ لمعرفة قيمة } x_2 \\ 75 = 450 / 6 \\ \text{نقسم قيمة القيد الثاني على معامل } x_1 \text{ لمعرفة قيمة } x_1 \\ 150 = 450 / 3 \end{aligned}$$

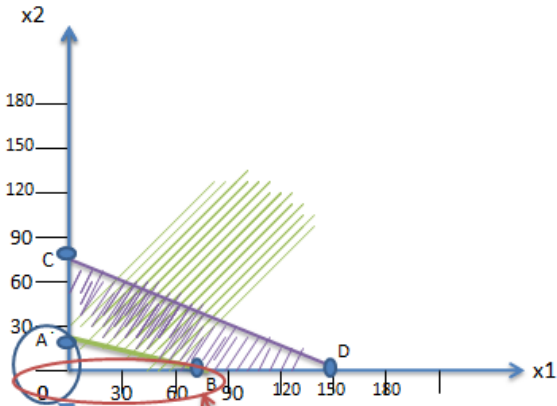
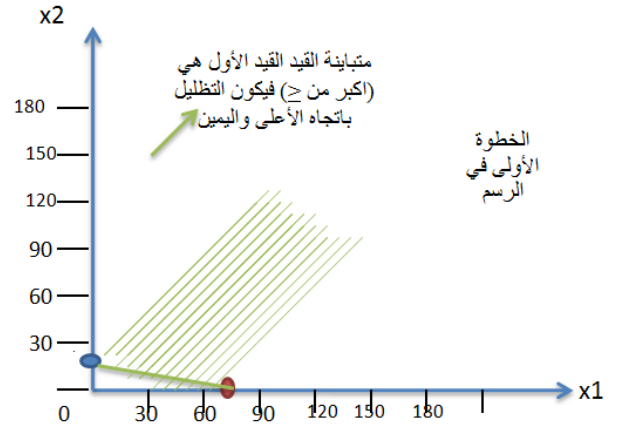
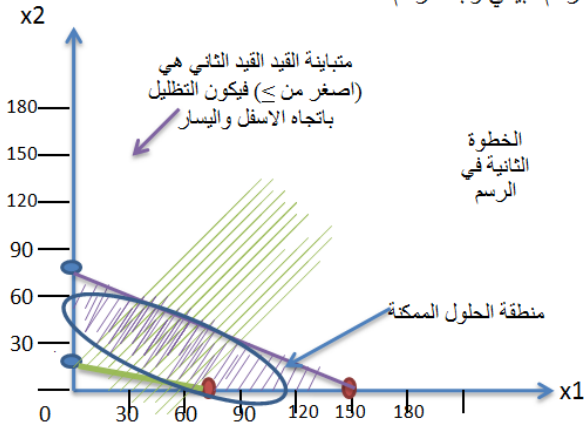
$x_1$	0	150
$x_2$	75	0

$x_1$	0	75
$x_2$	25	0

ثانياً  
نقوم بعمل جداول لتحديد قيم  $x_1$  و  $x_2$  في جداول

ثالثاً

نبحث عن أكبر قيمة في الجداول (150) لتكون ضمن الرسم البياني ونبدأ الرسم



قمنا بتحديد النقاط الركنية وسميناها A B C D

$x_1$	0	75
$x_2$	25	0

$x_1$	0	150
$x_2$	75	0

النقاط	$Z = 45x_1 + 65x_2$
A (0,25)	$Z = 45(0) + 65(25) = 1625$
B (75,0)	$Z = 45(75) + 65(0) = 3375$
C (0,75)	$Z = 45(0) + 65(75) = 4875$
D (150,0)	$Z = 45(150) + 65(0) = 6750$

يجب قراءة الجدول بطريقة صحيحة  
نقرأ الجدول من الأعلى الى الأسفل

وبما ان دالة الهدف MAX يعني نأخذ أكبر قيمة  
D عند النقطة  $Z = 6750$   
حيث ننتج 150 من  $x_1$  و 0 من  $x_2$

شرح المثال الثاني باستخدام الرسم البياني لتحديد الحل الأمثل

المسألة الثانية

دالة الهدف  $MAX Z = 6x_1 + 4x_2$

s.t.

$10x_1 + 10x_2 \leq 100$

$7x_1 + 3x_2 \leq 42$

$x_1, x_2 \geq 0$

الحل

اولا

نقوم بعمل مساواة بين طرفي القيود

نقسم قيمة القيد الثاني على معامل  $x_2$  لمعرفة قيمة  $x_2$   
 $6 = 7 / 42$   
 نقسم قيمة القيد الثاني على معامل  $x_1$  لمعرفة قيمة  $x_1$   
 $14 = 3 / 42$

القيد الأول  $10x_1 + 10x_2 = 100$   
 القيد الثاني  $7x_1 + 3x_2 = 42$

نقسم قيمة القيد الأول على معامل  $x_2$  لمعرفة قيمة  $x_2$   
 $10 = 10 / 100$   
 نقسم قيمة القيد الأول على معامل  $x_1$  لمعرفة قيمة  $x_1$   
 $10 = 10 / 100$

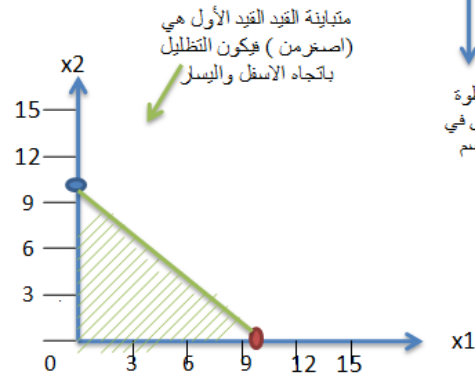
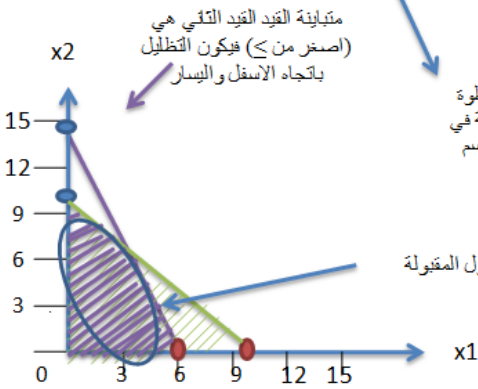
$x_1$	0	6
$x_2$	14	0

ثانيا  
 نقوم بعمل جداول لتحديد قيم  $x_1$  و  $x_2$  في جداول

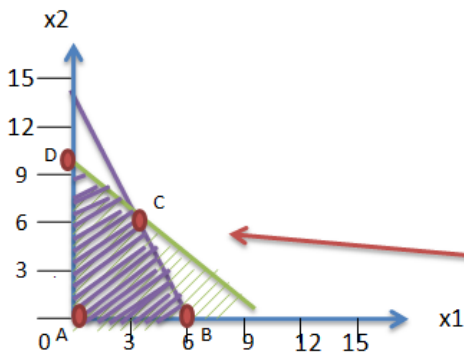
$x_1$	0	10
$x_2$	10	0

ثالثا

نبحث عن اكبر قيمة في الجداول (14) لتكون ضمن الرسم البياني ونبدأ الرسم



منطقة الحلول المقبولة



الخطوة 1

قمنا بترقيم النقاط الركنية (A B C D) وجميع قيم النقاط معروفة ما عدا النقطة C التي هي تقاطع الخط الأول مع الخط الثاني لمعرفة قيمة النقطة C نقوم بعملية ضرب عكسية للقيود

الخطوة 2

$10x_1 + 10x_2 = 100$   
 $7x_1 + 3x_2 = 42$

نضرب معامل  $x_1$  من القيد الثاني في كامل القيد الأول ونضرب معامل  $x_1$  من القيد الأول في كامل القيد الثاني ونطرح القيدين من بعض فتظهر معنا قيمة  $x_2$

تم عرض بقيمة  $x_2$  في القيد الاخر لتعرف قيمة  $x_1$

الخطوة 3

الخطوة 4

$10x_1 + 10(7) = 100$   
 $10x_1 + 70 = 100$

$10x_1 = 100 - 70$   
 $10x_1 = 30$

$x_1 = 30 / 10 = 3$   
 قيمة  $x_1$  هي 3

$7(3) + 3x_2 = 42$   
 $21 + 3x_2 = 42$

$3x_2 = 42 - 21$   
 $3x_2 = 21$

$x_2 = 21 / 3 = 7$   
 قيمة  $x_2$  هي 7

النقاط	$Z = 6x_1 + 4x_2$
A (0,0)	$Z = 6(0) + 4(0) = 0$
B (6,0)	$Z = 6(6) + 4(0) = 36$
C (3,7)	$Z = 6(3) + 4(7) = 46$
D (0,10)	$Z = 6(0) + 4(10) = 40$

دالة الهدف MAX , نبحث عن اكبر قيمة ,  $Z=46$  , عند النقطة C (3 و 7)

## الطريقة المبسطة Simplex Method

➤ المؤسس: Dr. Dantzing عام 1947

➤ وسيلة رياضية ذات كفاءة عالية في استخراج الحل الأمثل لمسائل البرمجة الخطية, بغض النظر عن عدد متغيرات المسألة.

➤ ساعد في انتشارها إمكانية برمجة المشكلات ذات العلاقة والتوصل الى نتائج باستخدام الحاسب الآلي.

اساسيات طريقة السمبلكس

➤ تقوم فكرة السمبلكس على وجود الحل الامثل دائما عند احد اركان منطقة الحلول الممكنة. لكن بدلاً من ميزة رؤية هذه الاركان كما يظهرها الرسم البياني, تستخدم طريقة السمبلكس عملية التحسن التدريجي:

(1) يجب ان يكون الركن التالي مجاور للركن الحالي

(2) لا يمكن ان يعود الحل في اتجاه عكسي الى ركن تم تركه.

### □ الشكل القياسي (الصورة القياسية) Standard Form

يعتبر الشكل القياسي من الأشكال المهمة حيث لا يمكن تطبيق الطريقة المبسطة إلا بعد تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي:

1. تتخذ دالة الهدف صفة التعظيم أو التصغير.

2. جميع القيود الموجودة على شكل متباينات تتحول الى مساواة في الشكل القياسي على الشكل التالي:

✓ إذا كانت إشارة القيد أقل من او يساوي فإننا نضيف متغير راكد الى الطرف الأيسر في القيد.

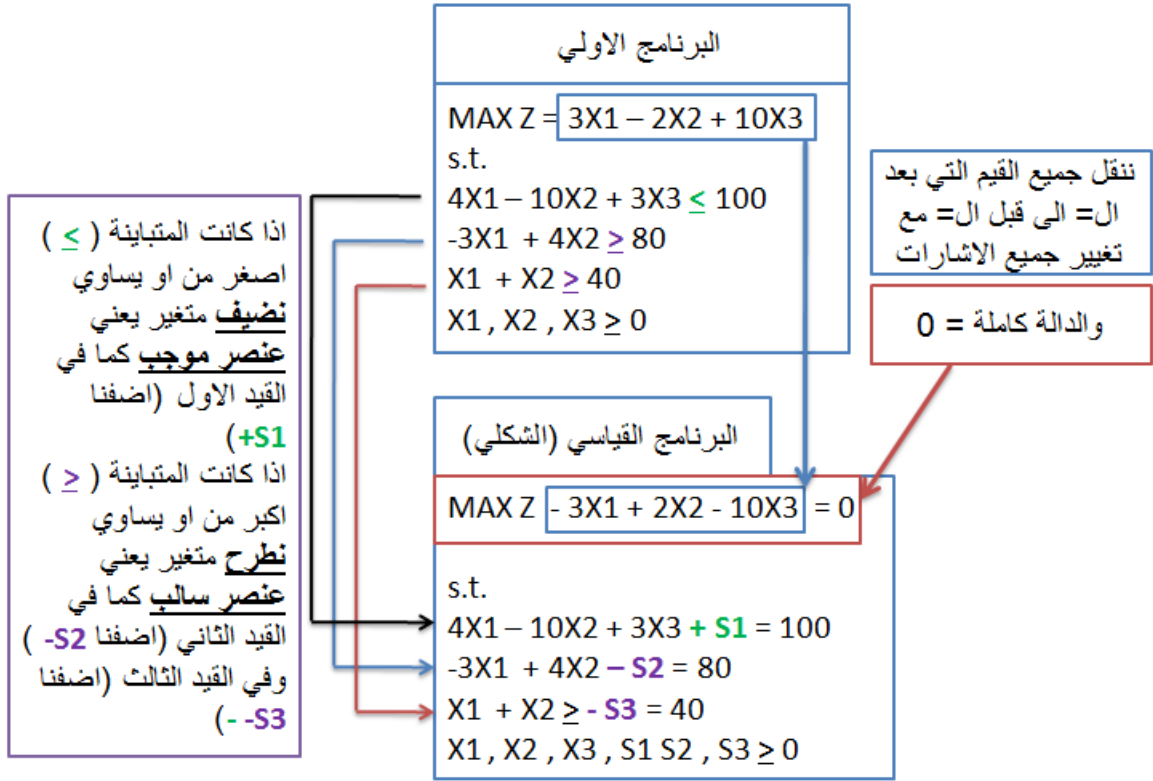
✓ إذا كانت إشارة القيد أكبر من او يساوي فإننا نطرح متغير راكد من الطرف الأيسر في القيد.

✓ جميع المتغيرات (بما فيها المتغيرات الراكدة) غير سالبة.

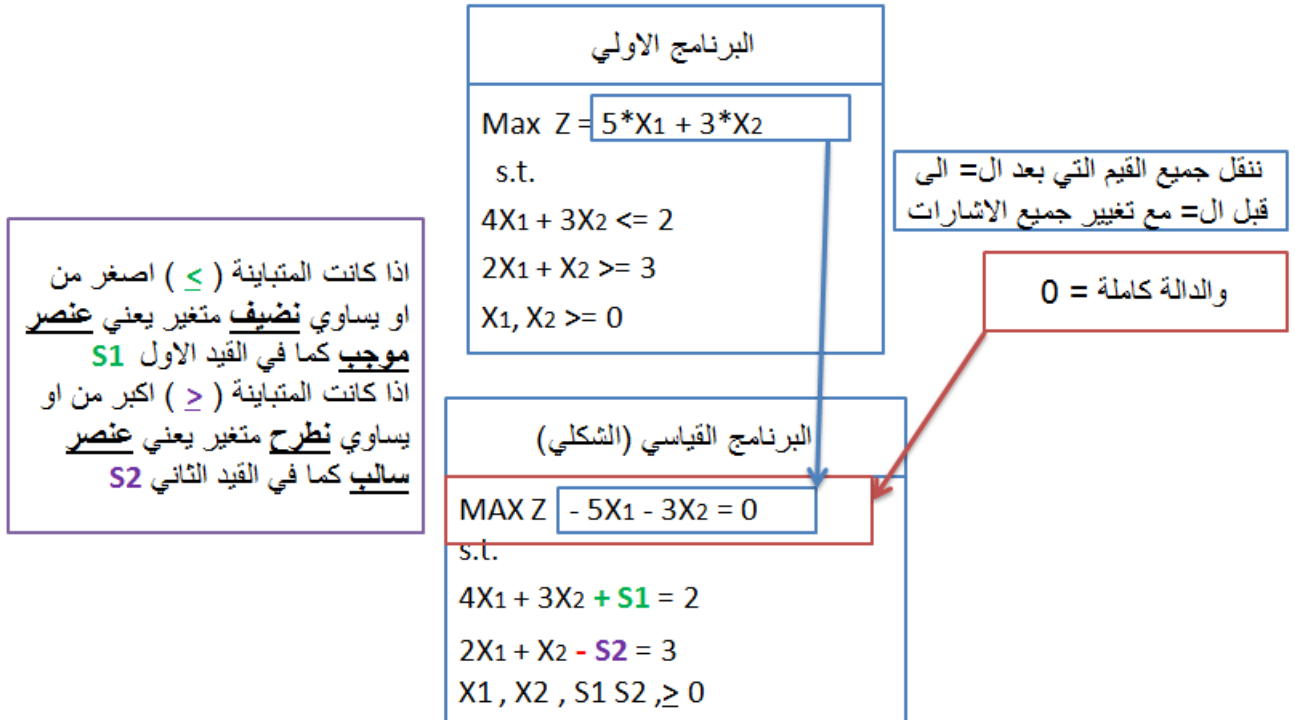
✓ نقوم بنقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر ( عند Z ) مع اضافة المتغيرات الراكدة بمعاملات صفرية مساوية لعدد القيود.



مثال على تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form



المثال الثاني : تحويل البرنامج الاولي الى البرنامج (الشكلي) القياسي





أولاً: تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form

ثانياً: تفرغ المعاملات الواردة في النموذج القياسي في جدول يطلق عليه جدول الحل الابتدائي (الأولي).

ثالثاً: التحقق من الأمثلية يتم الحكم من خلال النظر الى صف Z فإذا كانت جميع قيم المعاملات في هذا الصف صفريه او موجبه فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل. أما اذا كان هناك على الاقل معامل واحد سالب فهذا يعني ان هناك مجال لتحسين الحل

رابعاً: تحسين الحل: تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج.

❖ المتغير الداخل:

في مسائل التعظيم, المتغير الداخل هو المتغير الذي له أكبر معامل سالب في دالة الهدف في جدول الحل. ويطلق عليه العمود المحوري Pivot Column

❖ المتغير الخارج:

يتحدد عن طريق قسمة عمود الثوابت على القيم المناظرة لها في العمود المحوري مع إهمال المتغيرات ذات القيم السالبة او الصفرية. ويكون المتغير الخارج هو ذلك المتغير في الصف الذي يتضمن أقل خارج قسمة. ويطلق عليه صف الارتكاز Pivot equation.

❖ نطلق على صف المتغير الخارج اسم معادلة الارتكاز. كما نطلق أسم "عنصر الارتكاز (العنصر المحوري)" pivot element على نقطة تقاطع العمود الداخل مع الصف الخارج

❖ نبتدي بتكوين الحل الاساسي الجديد بتطبيق طريقة "جاوس جوردان Gauss-Jordan" و التي تقوم على نوعين من العمليات الحسابية:

❖ خامساً: تكوين الجدول الجديد

النوع 1 ( معادلة الارتكاز)

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

النوع 2 ( كل المعادلات الاخرى بما فيها z ).

معاملها \* الارتكاز = المعادلة القديمة - في العمود \* الارتكاز  
معادلة الجديدة      الداخل

يعني نضرب معامل المعادلة القديمة في المعادلة الجديدة ثم نطرح (المعادلة القديمة - ناتج الضرب)

فيعطينا المعادلة الجديدة

■ ملاحظات:

عمليات النوع الاول: ستجعل من عنصر الارتكاز يساوي 1 في معادلة الارتكاز الجديدة.

عمليات النوع الثاني: ستجعل كل المعاملات الاخرى في العمود الداخل مساوية للصفر.

تمثل نتائج كلا النوعين من العمليات الحسابية الحل الاساسي الجديد من خلال احلال المتغير الداخل في كل المعادلات الاخرى ما عدا معادلة الارتكاز.

## المحاضرة السابعة

تابع خطوات الحل باستخدام طريقة السمبلكس (ايجاد الحل الأمثل بالطريقة المبسطة السمبلكس)

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

$$\text{MAX } Z = 2X_1 + 3X_2$$

s.t.

$$X_1 + 2X_2 \leq 20$$

$$X_1 + X_2 \leq 12$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي الى الشكل القياسي

$$\text{MAX } Z - 2X_1 - 3X_2 = 0$$

s.t.

$$X_1 + 2X_2 + S_1 = 20$$

$$X_1 + X_2 + S_2 = 12$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, \geq 0$$

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

المتباينة ( $\leq$ ) اصغر من او يساوي **نضيف** متغير يعني **عنصر موجب** كما في القيد الاول (اضفنا  $+S_1$ ) وفي القيد الثاني (اضفنا  $+S_2$ )

الخطوة الثانية : تفرغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الاولي)

$$\text{MAX } Z - 2X_1 - 3X_2 = 0$$

s.t.

$$X_1 + 2X_2 + S_1 = 20$$

$$X_1 + X_2 + S_2 = 12$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, \geq 0$$

تفرغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

الخطوة الثالثة :  
التحقق من الأمثلية :  
إذا كانت جميع قيم المعاملات في صف Z صفرية او موجبة فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل

ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل الى الخطوة الرابعة

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن اكبر عدد سالب في المتغير Z اسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي على هو **العمود المحوري (المتغير الداخل) (X2)**

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث عن اقل خارج قسمة ليكون **الصف المحوري (المتغير الخارج) (S1)**

**محور الارتكاز (عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (2)**

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

1

تقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (2) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

$1/2 = 0.5$   
 $2/2 = 1$   
 $1/2 = 0.5$   
 $0/2 = 0$   
 $20/2 = 10$

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

2 (S2) الجديدة = (S2) القديمة - (معاملها في العمود الداخل \* معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$1 * 0.5 = 0.5$   
 $1 * 1 = 1$   
 $1 * 0.5 = 0.5$   
 $1 * 0 = 0$   
 $1 * 10 = 10$

3 نطرح: S2 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z	-0.5	0	1.5	0	30

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z	-0.5	0	1.5	0	30

4 (Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود الداخل \* (-3) \* معادلة الارتكاز الجديدة (X1))

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$-3 * 0.5 = -1.5$   
 $-3 * 1 = -3$   
 $-3 * 0.5 = -1.5$   
 $-3 * 0 = 0$   
 $-3 * 10 = -30$

5 نطرح: Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z	-0.5	0	1.5	0	30

الخطوة السادسة: نبحث عن القيم السالبة في الصف Z

معادلة الارتكاز الجديدة X1 = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

1

تقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (0.5) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

$0.5/0.5 = 1$   
 $0/0.5 = 0$   
 $-0.5/0.5 = -1$   
 $1/0.5 = 2$   
 $2/0.5 = 4$

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z	-0.5	0	1.5	0	30

2 (X2) الجديدة = (X2) القديمة - (معاملها في العمود الداخل \* معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$0.5 * 1 = 0.5$   
 $0.5 * 0 = 0$   
 $0.5 * -1 = -0.5$   
 $0.5 * 2 = 1$   
 $0.5 * 4 = 2$

3 نطرح: X2 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X2	0	1	1	-1	8
X1	1	0	-1	2	4
Z	0	0	1	1	32

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X2	0	1	1	-1	8
X1	1	0	-1	2	4
Z	0	0	1	1	32

4 (Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود الداخل \* (-0.5) \* معادلة الارتكاز الجديدة (X1))

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$-0.5 * 1 = -0.5$   
 $-0.5 * 0 = 0$   
 $-0.5 * -1 = 0.5$   
 $-0.5 * 2 = -1$   
 $-0.5 * 4 = -2$

5 نطرح: Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X2	0	1	1	-1	8
X1	1	0	-1	2	4
Z	0	0	1	1	32

6 نبحث عن القيم السالبة في الصف Z وبما انه لا يوجد قيم سالبة فقد وصلنا الى الحل الأمثل عند (4,8) حيث ان  $8 = X2$  و  $4 = X1$  و  $32 = Z$

## المحاضرة الثامنة

تطبيق عملي على المثال في نهاية المحاضرة السابعة و المحاضرة الثامنة

يمكن تطبيق نفس الخطوات المشروحة في المحاضرة السابعة حتى الوصول الى القيم التالية:

$$Z = 96$$

$$X_1 = 4$$

$$X_2 = 8$$

## المحاضرة التاسعة

### تحليل القرارات

#### تحليل القرار

تحليل القرار Decision Analysis يساعد على أخذ القرار المهم وذلك باختيار قرار من مجموعة من القرارات البديلة Alternatives الممكنة تحت ظروف معينة عندما يكون هناك عدم تأكد Uncertainty لما سيحدث مستقبلاً.

#### ١. تحديد المشكلة.

٢. تحديد البدائل المختلفة لحل المشكلة تمهيدا لاختيار إحداها.

٣. تحديد بعض الأهداف والتي عليها يترتب المفاضلة بين البدائل المختلفة مثل تحقيق أكبر عائد أو أقل تكلفة.

٤. دراسة البدائل المطروحة لاختيار أفضلها في ظل الإمكانيات المتاحة.

٥. تحديد المناخ الذي يتخذ في ظله القرار وما يتضمنه من اعتبارات مثل:

- شخصية متخذ القرار لما في ذلك من تأثير على اتجاه القرار مثل الشخصية التفاولية أو التساومية.

- الظروف المحيطة بعملية اتخاذ القرار كأن تتسم الظروف بالتأكد والمخاطرة، أو عدم التأكد.

- المتغيرات البيئية الخارجة عن نطاق سيطرة الإدارة مثل المتغيرات الاقتصادية، السياسية، القانونية والاجتماعية وغيرها.



## ٢- جدول العوائد (Payoff table)

➤ البدائل: عبارة عن مجموعة الأساليب و الطرق التي تمكن متخذ القرار من تحقيق اهدافه Alternatives (Actions) وترمز له

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

➤ الطبيعة او الحالة الفطرية للظروف التي تواجه متخذ القرار State of Nature وترمز له  $S_1, S_2, \dots, S_k$

➤ الاحتمالات الخاصة بإمكانية حدوث كل حالة Probability

➤ النتائج المتحققة-العائد- من احتمال حدوث كل حالة طبيعة Payoff و ترمز له  $\Pi_{ij}$

		State of Nature				
		(حالة الطبيعة)				
		$S_1$	$S_2$	$S_3$	...	$S_k$
Action (العمل)	$a_1$	$\pi_{11}$	$\pi_{12}$	$\pi_{13}$	...	$\pi_{1k}$
	$a_2$	$\pi_{21}$	$\pi_{22}$	$\pi_{23}$	...	$\pi_{2k}$
	$a_3$	$\pi_{31}$	$\pi_{32}$	$\pi_{33}$	...	$\pi_{3k}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
	$a_n$	$\pi_{n1}$	$\pi_{n2}$	$\pi_{n3}$	...	$\pi_{nk}$

## مثال على تحليل القرارات و جدول العوائد

يتضمن عملية اتخاذ القرارات عدة خطوات كما ذكر سابقا:

- ١- تحديد المشكلة فعلى سبيل المثال قد تواجه شركة ما مشكلة توسيع خط الإنتاج وزيادة إنتاجيتها لتغطية احتياجات السوق المختلفة.
- ٢- هنا تبدأ الإدارة العليا في الشركة تحديد الإستراتيجيات أو البدائل من أجل مواجهة هذه المشكلة وقد يكون أمامها البدائل الآتية وعلى سبيل المثال:

- توسيع المصنع الحالي.
- بناء مصنع جديد بطاقات إنتاجية كبيرة.
- التعاقد مع منظمة أخرى لتلبية الطيبات الداخلية.

- ٣- بعد ذلك تعمل الإدارة العليا بترتيب قائمة لتحديد الاتجاهات المستقبلية والتي ممكن وقوعها، والتي عادة تكون خارجة عن نطاق سيطرة متخذي القرار. أما بالنسبة للإدارة فقد تكون أكثر الحالات الطبيعية أو الأحداث المستقبلية المؤثرة هي الحالات الخاصة بحجم الطلب على المنتج. فقد يحصل إن يكون حجم الطلب عالي High demand أو متوسط Moderate demand و الذي قد ينتج نتيجة قبول الزبون للمنتج وحصول منافسة عالية. أو يحصل إن يكون حجم الطلب منخفض لتغير نظرة الزبون للمنتج أو وجود منتج بديل.
- ٤- ومن ثم تعمل الإدارة على إعداد قائمة للعوائد أو الأرباح التي يمكن تحقيقها في ظل الإستراتيجيات والحالات المختلفة (جدول العوائد)



البدايل والاستراتيجيات Alternative Strategies	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج) State of nature			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

٥- بعد ذلك تعمل الإدارة على اختيار وتطبيق نموذج نظرية القرار. و تعتمد أنواع القرار الإدارية على مقدار المعلومات أو المعرفة حول الحالة المعنية باتخاذ القرار.

لذا يمكن تصنيف القرارات في المنظمة إلى:

- القرارات في حالة التأكد Decisions under certainty
- القرارات في حالة عدم التأكد Decisions under uncertainty
- القرارات في حالة المخاطرة Decisions under risk

### ٣- معايير اتخاذ القرار في ظل عدم التأكد

#### أ- معيار أقصى الأقصى Maximax

- يوفر هذا المعيار لمتخذ القرار لاختيار البديل الأفضل ويطلق عليها بالإستراتيجية التفاؤلية (Optimistic strategy). إذ يتم اختيار أقصى الممكن من الأرباح لكل بديل، ثم نختار المكسب الأكبر ضمن هذه المجموعة (الحد الأقصى للحدود القصوى في حالة الربح).
- يطبق معيار أقصى الأقصى (الإستراتيجية التفاؤلية) كما في المثال التالي:

#### ب- معيار أقصى الأدنى Maximin

- يطلق عليه في بعض الأحيان معيار (Wald) أي الإستراتيجية التشاؤمية (Pessimistic strategy)، وفي هذه الظروف يحاول متخذ القرار تفادي الخسائر المحتملة من خلال اختيار أسوأ النتائج ومن ثم يتم اختيار أفضلها. (الحد الأقصى للحدود الدنيا في حالة الربح).

- يبين الجدول التالي كيفية تطبيق هذا المعيار.

معايير اتخاذ القرارات في حالة عدم التأكد

معيار أقصى الأقصى (MAXIMAX)  
(الإستراتيجية التفاؤلية)

نبحث عن أكبر قيمة في الصفوف  
فنجده 50 وهو في صف البديل  
"بناء مصنع جديد"

فيكون بناء مصنع جديد هو البديل المناسب

البديل والإستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج) State of nature			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
Alternative Strategies				
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

معيار أقصى الأدنى (MAXIMIN)  
(الإستراتيجية التشاؤمية)

نبحث عن أصغر قيمة في كل صف  
فنجده -23 في البديل "التوسع"  
و-60 في البديل "بناء مصنع جديد"  
و-5 في البديل "التعاقد"  
ثم نأخذ أكبر رقم من هذه الأرقام الثلاثة  
وهو (-5)  
فيكون التعاقد هو البديل المناسب

## ج- معيار الندم/الأسف (أدنى الأقصى) Minimax Regret

• يطلق عليه معيار (Savage) او الفرصة الضائعة و يفترض فيه ان متخذ القرار قد يندم على القرار الذي يتخذه، وعليه فانه يحاول تقليل قيمة الندم او الفرصة الضائعة، ويمكن تحديده بمقدار الفرق بين ما يفترض اختياره وما تم اختياره فعلا.

أما عن خطوات الحل فهي كالآتي:

١- في البداية يتم تحديد أعلى قيمة لكل حالة من حالات الطبيعة، ومن ثم إيجاد الفرصة الضائعة من خلال حساب الفرق بين أعلى قيمة وكل قيمة لهذه الحالة.

٢- تحديد أقصى قيمة للندم لكل بديل او استراتيجية.

٣- اختيار البديل ذو القيمة الأقل في المجموعة.

الجدول التالي يمثل العوائد بالآلاف الدولارات، المطلوب تطبيق معيار الندم لاتخاذ أفضل قرار.

1

معيار أدنى الأقصى (MAXIMAX)  
(الندم / الأسف)  
نحدد أكبر قيمة في كل عمود

البدايل والاسراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

2

نطرح  
أكبر قيمة لكل عمود - جميع قيم العمود  
 $20 = 30 - 50$   
 $0 = 50 - 50$   
 $30 = 20 - 50$

البدايل والاسراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	20	5	14	18
بناء مصنع جديد	0	0	29	55
التعاقد	30	10	0	0

3

نحدد القيمة الأكبر لكل صف  
 $20 =$  التوسع  
 $55 =$  بناء مصنع جديد  
 $30 =$  التعاقد  
ثم نختار الرقم الأقل وهو (20) فيكون خيار التوسع هو البديل الأفضل

البدايل والاسراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	20	5	14	18
بناء مصنع جديد	0	0	29	55
التعاقد	30	10	0	0



## ٤- معايير اتخاذ القرار في ظل المخاطرة

- في هذه الظروف يكون متخذ القرار على علم باحتمال وقوع كل حالة من حالات الطبيعة، إذ تستخرج هذه الاحتمالات من سجلات الماضي أو من خلال حكم متخذ القرار فيها.
- توجد عدة معايير مساعدة وتسهل عملية اتخاذ القرار في حالة المخاطرة. مثل:

أ- معييار القيمة المتوقعة (Expected value criterion) و يطلق عليها أيضا بمعييار (Expected Monetary Value) حيث يتطلب هذا المعيار حساب القيمة المتوقعة لكل بديل والذي هو مجموع أوزان هذه البدائل، إذ تمثل الأوزان بحاصل ضرب الأرباح أو التكاليف بالاحتمالات المقابلة لها لحالات الطبيعة المختلفة. و عادة تستخدم شجرة القرارات في عرض وتحليل البيانات و خصوصا عندما يكون عدد البدائل كثيرة.

• متى نستخدم القيمة المتوقعة؟

معييار القيمة المتوقعة يفيد في حالتين:

- ١- في حالة التخطيط لأمد طويل و حالات إتخاذ القرارات تكرر نفسها.
- ٢- متخذ القرار محايد بالنسبة للمخاطر.

• القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة

**Expected Value of Perfect Information (EVPI)**

الحصيلة Gain في العائد المتوقع Expected Return والذي نتحصل عليه من المعرفة الاكيدة عن حالات الطبيعة المستقبلية.

$$Erv = r_1.p(r_1) + r_2.p(r_2) + \dots + r_n.p(r_n)$$

حيث  $Erv$  تمثل مجموع قيم العائد المتوقعة،  $r$  تمثل العائد،  $p$  احتمالاه

مثال/

ب- معيار خسارة الفرصة المتوقعة

**(Expected opportunity loss criterion)**

خسارة الفرصة هو مقدار ما يخسره متخذ القرار من العائد الامثل اذا  $A_i$  علما بان قراره هو البديل زحدثت حالة طبيعية

لدينا البدائل في الجدول التالي  
مع احتمال ان يكون الاستثمار في السندات ممتاز بنسبة 30%  
ويكون احتمال الاستثمار ضعيف في الاسهم بنسبة 70%

القاعدة

$$Eev = r1.p(r1) + r2.p(r2) + rn.p(rn)$$

شرح القاعدة  
Erv هي مجموع قيم العائد المتوقعة  
r هي العائد  
P الاحتمالية

الحالات

	ممتاز 30%	ضعيف 70%
سندات	100	200
اسهم	300	100

نضرب الكميات في الاحتمالية ثم نجمع  
(0.70 \* 200) + (0.30 \* 100)  
(0.70 \* 100) + (0.30 \* 300)

$$Erv \text{ السندات} = 30 + 140 = 170$$

$$Erv \text{ الأسهم} = 90 + 70 = 160$$

ثم نأخذ اكبر قيمة متوقعة ويكون هو  
البديل الأمثل (170) هو العائد من  
الاستثمار في السندات

## 5- شجرة القرار

### شجرة القرار : Decision Tree

• هي أداة مساعدة في عرض وتحليل أي مشكلة قرار في ظل المخاطرة.  
و هي تمثيل تصويري للعناصر المرتبطة بمشكلة القرار والعلاقات التي  
تربط بينهم. حيث تسهل على عملية اتخاذ القرار. وتكمن أهميتها في  
حالة القرارات ذات المراحل المتعددة والتي يصعب عرضها وتحليلها  
بمصفوفة عوائد أو تكاليف.

• غالباً ما تستخدم هذه الطريقة عند:

١- اتخاذ قرارات بشأن المشاكل كبيرة الحجم أو متعددة المراحل  
(القرارات المتتالية).

٢- عندما يكون عدد الخيارات وكذلك حالات الطبيعة محصورة.

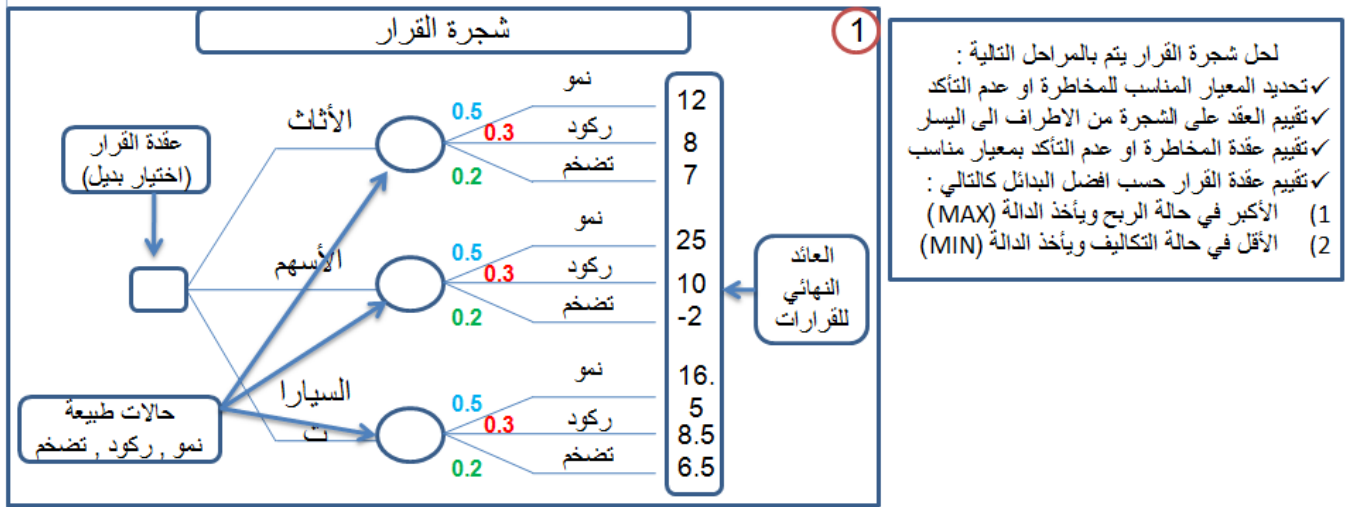
### تمثيل شجرة القرار (Decision Tree Representation)

- عقدة قرار (اختيار بديل) تمثل بـ □
- عقدة مخاطرة أو عدم تأكد : القرار يمر بعدة حالات طبيعة تمثل بـ ○
- الروابط بين العقد تسلسل القرار
- أطراف الشجرة تمثل العائد النهائي للتابع القرار لهذا الطرف

**مثال:** ترغب شركة باستثمار مبلغ من المال خلال عام. ولدى الشركة ثلاث فرص استثمارية: شركة بيع أثاث، أو شراء أسهم، أو تسويق سيارات. وقد دلت الدراسات الإحصائية على أن الوضع الاقتصادي في البلد قد يكون إما في حالة نمو بنسبة 50% أو في حالة ركود بنسبة 30% أو في حالة تضخم بنسبة 20%. ومن خلال استقراء الشركة لحالات الاقتصاد تتوقع أن تكون نسبة الأرباح من كل نشاط كالتالي:

حالة النمو: بيع أثاث = 12%    أسهم = 25%    تسويق سيارات = 16.8%  
 حالة الركود: بيع أثاث = 8%    أسهم = 10%    تسويق سيارات = 8.5%  
 حالة التضخم: بيع أثاث = 7%    أسهم = -2%    تسويق سيارات = 6.5%

ارسم شجرة القرار.



1

لحل شجرة القرار يتم بالمراحل التالية:

- ✓ تحديد المعيار المناسب للمخاطرة أو عدم التأكد
- ✓ تقييم العقد على الشجرة من الأطراف إلى اليسار
- ✓ تقييم عقدة المخاطرة أو عدم التأكد بمعيار مناسب
- ✓ تقييم عقدة القرار حسب أفضل البدائل كالتالي:

(1) الأكبر في حالة الربح ويأخذ الدالة (MAX)  
 (2) الأقل في حالة التكاليف ويأخذ الدالة (MIN)

3

تقييم عقدة القرار (D[i]) وبما أن القرار قرار استثماري يعني أرباح والمطلوب تعظيم الربح فنختار أكبر ناتج جمع وتكون الدالة MAX

2

نحل شجرة القرار وذلك بضرب العائد النهائي لكل بديل في جميع الاحتمالات لكل بديل ثم نجمع (تقييم عقدة المخاطرة E[i])

$E[2] = 0.5(12) + 0.3[8] + 0.2[7] = 9.8\%$   
 $E[3] = 0.5(25) + 0.3[10] + 0.2[-2] = 15.1\%$   
 $E[4] = 0.5(16.5) + 0.3[8.5] + 0.2[6.5] = 12.1\%$   
 **$D[i] = \text{MAX} \{9.8\%, 15.1\%, 12.1\% \} = 15.1\%$**

$E[2] = 0.5(12) + 0.3[8] + 0.2[7] = 9.8\%$   
 $E[3] = 0.5(25) + 0.3[10] + 0.2[-2] = 15.1\%$   
 $E[4] = 0.5(16.5) + 0.3[8.5] + 0.2[6.5] = 12.1\%$

## المحاضرة العاشرة

طريقة المسار الحرج CPM = Critical Path Method

طريقة تقييم المشاريع و مراجعتها PERT=Project Evaluation & Review Technique

الاختلاف بين الطريقتين:

أزمنة مؤكدة في طريقة المسار الحرج

أزمنة احتمالية في طريقة تقييم المشاريع و مراجعتها

تستخدم جدولة المشاريع من قبل الإداريين لضمان إنجاز المشروع في الوقت المحدد لإيجاد مؤشرات منبهة للحالات الغير اعتيادية حين ظهورها والمرونة في إعادة تخطيط المشروع وفقا لذلك وتشخيصها في ثلاث مراحل تنفيذية:

**أولاً: إنشاء شبكة الأعمال للمشروع :**

- ✓ تحليل المشاريع إلى أنشطة وأحداث .
- ✓ تتابع الأنشطة والأحداث .
- ✓ رسم تخطيطي للمشروع .
- ✓ تقدير الأزمنة لكل نشاط .

**ثانياً: تخطيط المشروع:**

تعريف أنشطة المشروع حسب التسلسل الزمني وتحديد التالي :

- ✓ أنشطة والأحداث الحرجة .
- ✓ المسار الحرج .
- ✓ حساب الفائض من كل نشاط .

**ثالثاً: ضبط المشروع:**

تقدير مراقبة الأنشطة ومتابعتها :

- ✓ مراقبة الأزمنة ومقارنتها مع خطة المشروع النظرية .
- ✓ محاولة قدر المستطاع إتباع الخطة المقرر تنفيذها .
- ✓ نقل الإمكانيات من نشاط ذات فائض إلى الحرج إن أمكن .

فإن أهمية أسلوب المسار الحرج ، وبيرت تكمن في الخطوات التالية :

- ✓ مساعدة المدراء على التعرف على الأنشطة الحرجة .
- ✓ حساب مرونة الأنشطة غير الحرجة لإتاحة الفرص لنقل الموارد إلى الأنشطة الحرجة .
- ✓ التعرف على الأزمنة المبكرة والمتأخرة لإنهاء المشروع .
- ✓ حساب التكلفة النهائية للمشروع .

### المصطلحات المستخدمة في جدولة المشاريع

المصطلح	التعريف
الحدث Event	الوصول الى نقطة معينة من الزمن ولا يحتاج الى بداية ونهاية
النشاط Activity	مجهود يحتاج الى نقطة بداية ونهاية وموارد لتنفيذه
النشاط الوهمي Dummy Activity	لا يحتاج الى زمن او موارد لتنفيذه , يُستعمل فقط للدلالة على تتابع الأنشطة منطقياً ويُربط بخط متقطع
النشاط الحرج Critical Activity	اذا تأخر انتهائه فإنه يتسبب في تأخير المشروع
المسار الحرج Critical Path	مجموعة من الأنشطة الحرجة تبدأ من بداية المشروع الى نهايته
المشروع Project	مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة حسب تسلسل منطقي
شبكة الأعمال Network	مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة بطريقة منطقية لتسلسل الأنشطة
زمن البداية المبكر للنشاط Earliest Start	الزمن الذي يبدأ فيه النشاط إذا أنجزت جميع الأنشطة السابقة في وقتها (E.S)
زمن النهاية المبكر للنشاط Earliest Finish	الزمن الذي يمكن ان ينجز فيه النشاط إذا بدأ في وقته المبكر (E.F) نهاية مبكرة = بداية مبكرة + وقت النشاط
زمن النهاية المتأخر Latest Start	آخر زمن يمكن إتمام النشاط فيه بدون أن بسبب تأخير لأي أنشطة لاحقة (L.S)
زمن البداية المتأخر Latest Start	آخر وقت يمكن ان يبدأ فيه النشاط بشرط عدم تأخير الأنشطة اللاحقة (L.S) بداية متأخرة = نهاية متأخرة - وقت النشاط
الفائض Slack Time	الفائض في النشاط = زمن بداية متأخر - زمن بداية مبكر $ST = LS - ES$

### قواعد هامة في رسم الشبكة

- ✓ يبدأ المشروع عند نقطة بداية وينتهي عند نقطة نهاية ، تسمى النقطة الوهمية (Milestone).
- ✓ الترقيم يبدأ من بداية الشبكة إلى النهاية .
- ✓ لا يمكن البدء في عدد من العقد .
- ✓ لا يجوز العودة إلى النشاط السابق .
- ✓ لا يجوز ترك نشاط بدون تسلسل .
- ✓ تحديد الأزمنة وفترة السماح لكل نشاط



ES	EF
زمن ائبداية ائبكر	زمن ائنهائة ائبكر
Activity	Time
رمر ائنشاط	اؤوقت
LS	LF
زمن ائبداية ائمتأخر	زمن ائنهائة ائمتأخر

### كيفية رسم الشبكة: كيفية تحديد أقرب موعد لبداية النشاط (ES) وأقرب موعد لنهاية النشاط (EF):

- (1) ابدأ من بداية المشروع وتقدم أمام الشبكة.
- (2) حدد أقرب موعد لبدء المشروع بحيث يكون مساوي للصفر .
- (3) احسب أقرب موعد لنهاية كل نشاط من خلال إضافة المدة التي تستغرقها إلى أقرب موعد لبدايته .
- (4) بالنسبة لكل نشاط متسلسل لا يسبقه مباشرة إلا نشاط واحد، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوي لأقرب موعد لنهاية النشاط السابق .
- (5) بالنسبة لكل نشاط متسلسل يسبقه أكثر من نشاط واحد، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوياً لأقرب موعد نهاية للأنشطة السابقة .
- (6) دوّن أقرب موعد بداية، وأقرب موعد نهاية .
- (7) كرر الخطوات من (3) إلى (6) حتى تصل إلى نهاية المشروع. لا يمكن تحديد أقرب موعد لبداية نشاط إلا بعد تحديد أقرب موعد لنهاية جميع الأنشطة السابقة له .

### حساب فترات السماح والأنشطة الحرجة

- (1) بالنسبة لكل نشاط يتطابق أقرب موعد لبدايته مع آخر موعد لبدايته، وأقرب موعد لنهايته وآخر موعد لنهايته، فإن فترة سماحه تساوي صفر .
- (2) وفيما عدا ذلك، فإن فترة السماح هي الفرق الزمني بين أقرب وآخر موعد لبداية كل نشاط، أو بين أقرب وآخر موعد لنهاية، أي:

$$ST = LF - EF \quad \text{أو} \quad ST = LS - ES$$

- (3) راجع الحسابات الخاصة بكل نشاط بإضافة المدة التي يستغرقها، وفترة السماح الخاصة به إلى تاريخ أقرب موعد لبدايته . حيث يجب أن يساوي المجموع تاريخ آخر موعد لنهاية النشاط .
- (4) أي نشاط تساوي فترة سماحة صفرأ هو نشاط حرج .
- (5) تسلسل الأنشطة الحرجة من بداية إلى نهاية المشروع هو المسار الحرج للمشروع .

## المحاضرة الحادية عشر

### قوانين تحكم مرحلة التقدم الى الأمام Forward Pass

$ES = \text{Earliest Start for activity } I$  وقت البداية المبكر

$EF = \text{Earliest Finish for activity } I$  وقت النهاية المبكر

$T = \text{Time}$  الوقت اللازم لإنجاز النشاط

وقت النهاية المبكر = وقت البداية المبكرة + وقت النشاط ( $EF = ES + T$ )

$ES = \text{Max ( EF of the activities directly preceding it)}$

وقت البداية المبكر = (أعظم قيمة) للنهايات المبكرة للأنشطة السابقة

### قوانين تحكم مرحلة الرجوع الى الخلف Backward Pass

$LS = \text{Latest Start for activity } I$  وقت البداية المتأخر

$LF = \text{Latest Finish for activity } I$  وقت النهاية المتأخر

وقت البداية المتأخرة = وقت النهاية المتأخرة - وقت النشاط ( $LS = LF - T$ )

$LF = \text{Min (LS of the activities directly succeeding it)}$

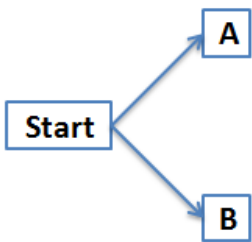
وقت النهاية المتأخرة = (أقل قيمة) للبدايات المتأخرة للأنشطة اللاحقة

مثال على طريقة رسم شبكة المشروع وطريقة المسار الحرج

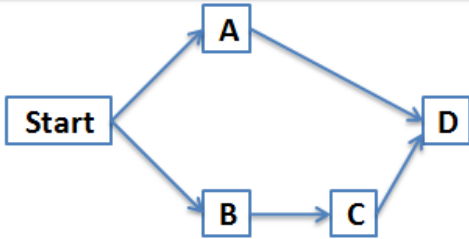
الجدول التالي يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة لها مع الوقت اللازم لإكمال النشاط.

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9

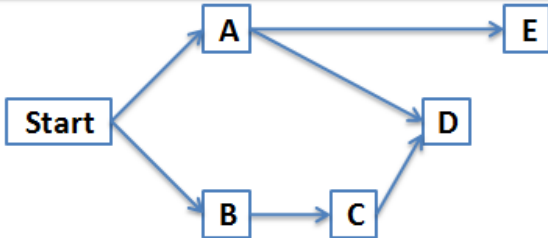
نبدأ عملية رسم الشبكة



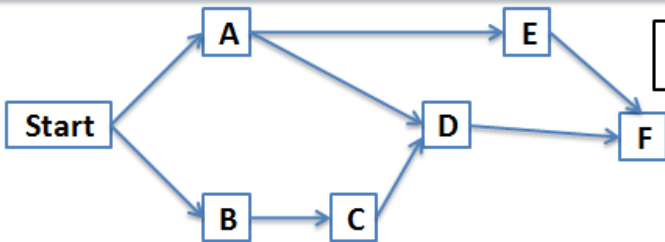
النشاط الأول الذي ليس قبله أي نشاط هو A و B فتكون هي نقطة البداية (أول نشاط في الشبكة)



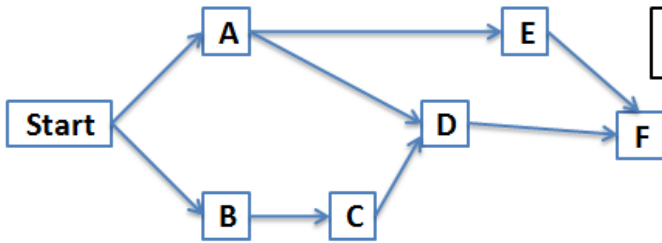
لا يمكن الانتقال الى النشاط C الا بعد اكمال النشاط B ولا يمكن الانتقال الى النشاط D الا بعد اكمال النشاطين A و C



لا يمكن الانتقال الى النشاط E الا بعد اكمال النشاط A



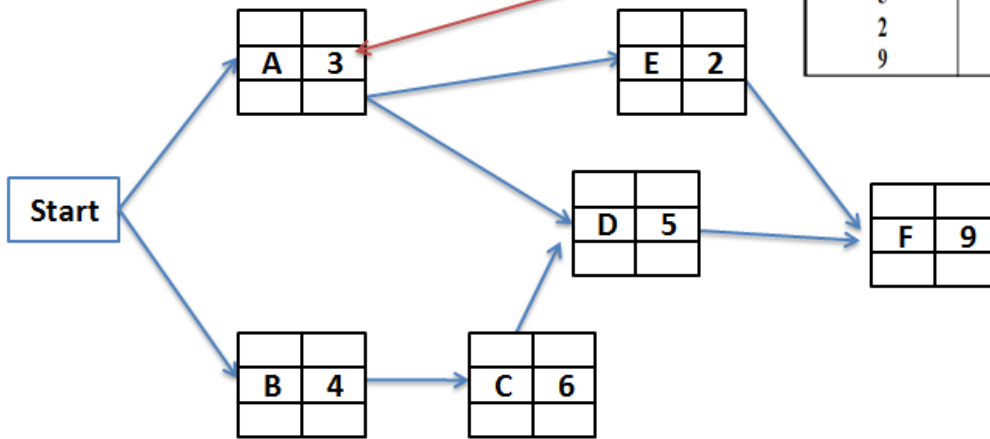
لا يمكن الانتقال الى النشاط F الا بعد اكمال النشاطين D و E



بعد اكتمال الشبكة يمكن تحويلها الى طريقة المسار الحرج

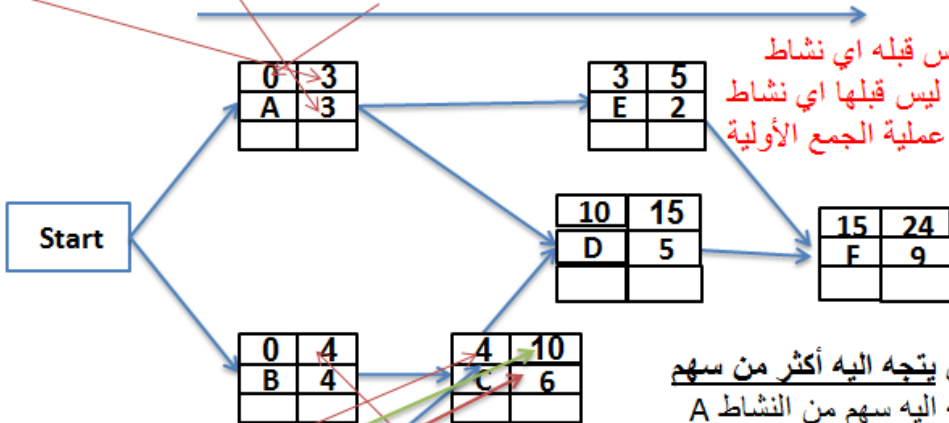
نفس مخطط الشبكة مع اضافة جداول لكل نشاط تحتوي على معطيات الوقت من الجدول

الزمن	النشاط السابق	النشاط
3	-	A
4	-	B
6	B	C
5	A,C	D
2	A	E
9	D,E	F



نطبق قانون التقدم الى الامام  $EF = ES + T$   
 وقت النهاية المبكر = وقت البداية المبكرة + وقت النشاط (مدته)  
 $Time + Earliest Start = Earliest Finish$

نبدأ عملية التقدم للأمام FP (من اليسار الى اليمين) نقوم بعملية جمع بداية النشاط الأول + مدته والنتاج في هذه الخانة



النشاط الأول هو الذي ليس قبله اي نشاط  
 وفي هذا المثال نجد نشاطين ليس قبلها اي نشاط  
 وهي A و B فتطبق عليها عملية الجمع الأولية

يجب الانتباه الى النشاط الذي يتجه اليه أكثر من سهم  
 مثل النشاط D نجد انه يتجه اليه سهم من النشاط A  
 وسهم من النشاط C  
 في هذه الحالة نأخذ القيمة الأكبر بين A(3) و C(10)  
 ثم نكمل عملية الجمع

نهاية النشاط الأول تكون هي بداية النشاط الذي يليه  
 ونكمل عملية الجمع بداية النشاط (4) + مدته (6) = 10

ايضا النشاط F يتجه اليه سهم من النشاط E وسهم من  
 النشاط D  
 في هذه الحالة نأخذ القيمة الأكبر بين D(15) و E(5)  
 ثم نكمل عملية الجمع

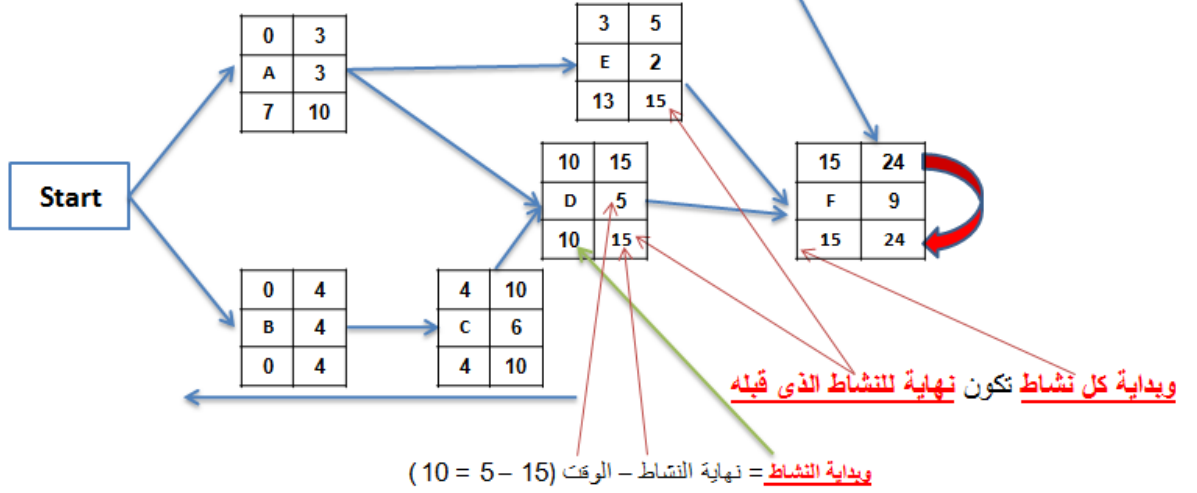
بعد الانتهاء من تطبيق قانون التقدم الى الامام نبدأ في تطبيق قانون الرجوع الى الخلف

قانون الرجوع الى الخلف  $LS = LF - T$

وقت البداية المتأخرة = وقت النهاية المتأخرة - وقت النشاط (مدته)

Time - Latest Start = Latest Finish

نبدأ عملية الرجوع للخلف BP (من اليمين الى اليسار) بنقل القيمتين في الجدول الاخير من اعلى الجدول الى اسفل الجدول

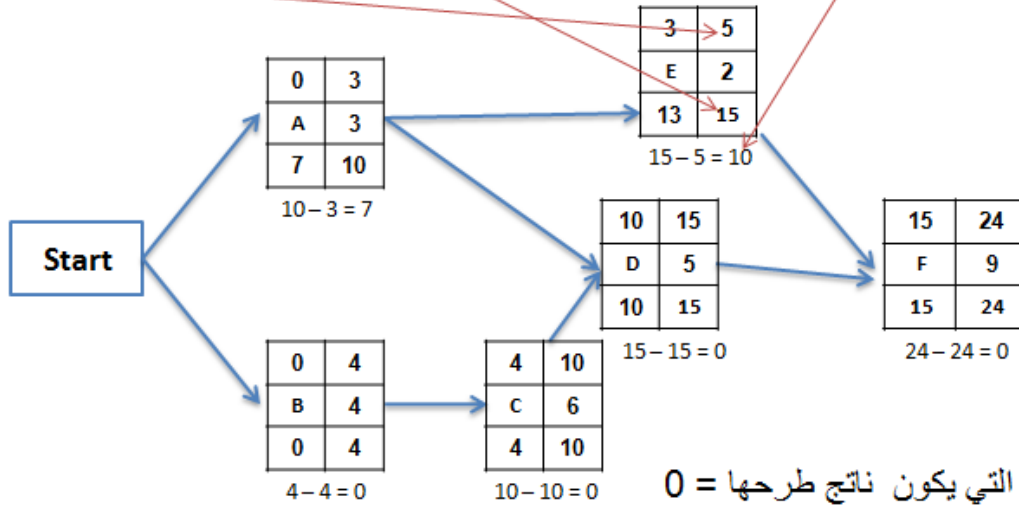


يجب الانتباه الى النشاط الذي يخرج منه أكثر من سهم مثل النشاط A يخرج منه سهم الى النشاط E وسهم الى النشاط D في هذه الحالة نأخذ القيمة الأصغر بين الجدولين التي تتجه اليها الاسهم E(13) و D(10) ثم نكمل عملية الطرح

بعد الانتهاء من تطبيق قانون التقدم الى الامام وقانون الرجوع الى الخلف

بقي أن نحسب فترة السماح (الفائض لكل نشاط) و زمن المشروع

لحساب فترة السماح (الفائض لكل نشاط) نطرح النهاية المتأخرة - النهاية المبكرة لكل نشاط



و زمن المشروع هو مجموع اوقات الأنشطة الحرجة

$B=4, C=6, D=5, F=9$

$4 + 6 + 5 + 9 = 24$

24 هو زمن المشروع

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9

## المحاضرة الثانية عشر

يتبع PERT في حساب متوسط فترة إنجاز النشاط ثلاثة أزمنة تقديرية، وبالتالي فإن متوسط الفترة تفترض طريقة الأسلوب الاحتمالي.

### 1 أزمنة النشاط التقديرية: وتشمل ما يلي:

- الزمن المتفائل (S) : هو أقل وقت لإتمام النشاط.
- الزمن الأكثر احتمالاً (M): هو الزمن الأكثر تكراراً لإتمام النشاط.
- الزمن المتشائم (L): هو أطول زمن لإتمام النشاط.

### 2 تقدير متوسط زمن أداء النشاط:

بعد تقدير الأزمنة الثلاثة يتم حساب متوسط زمن أداء النشاط، كالتالي:

$$\frac{S + 4 * M + L}{6}$$

زمن انتهاء المشروع النهائي يتبع التوزيع الطبيعي، وهذا يعني أن المشروع سوف ينتهي عند النقطة المحددة باحتمال 50%

### (1) تحديد أنشطة المشروع

بعد حساب جميع التقديرات الزمنية للأنشطة ثم رسم شبكة الاعمال و تحديد المسار الحرج يتم تقدير التباين لجميع الانشطة الحرجة

$$\text{التباين} = \left(\frac{L-S}{6}\right)^2$$

ويقصد بالانحراف المعياري الابتعاد عن القيمة الزمنية المتوقعة (بالأيام، بالأسابيع، أو بالأشهر)، إذا كان الانحراف المعياري يساوي (صفر) فيدل ذلك على أن التقديرات دقيقة، وإذا كبرت قيمة الانحراف المعياري، زادت درجة عدم اليقين في تقدير الأزمنة.

### (1) حساب التباين للمسار الحرج

من خلال جميع التباين لكل الانشطة الحرجة

التباين للمسار الحرج = (تباين النشاط الحرج 1 + تباين النشاط الحرج 2 + . . . + تباين النشاط الحرج n)

لدينا المثال التالي والمطلوب :  
الوقت المتوقع لكل نشاط  
التباين لكل نشاط

زمن الانتهاء من المشروع (المسار الحرج)

المتفائل (S) + (4 \* الأكثر احتمالا (M)) + المتشائم (L) / 6

$$\frac{S + 4 * M + L}{6}$$

رقم ثابت  
رقم ثابت

النشاط	الوقت المتوقع	الزمن التقديري		
		المتشائم L	الأكثر احتمالا M	المتفائل S
A	4	6	4	2
B	3	4.5	3	1.5
C	4.6	7	4.5	3

نطبق قاعدة الوقت المتوقع : المتفائل (S) + (4 \* الأكثر احتمالا (M)) + المتشائم (L) / 6

زمن انتهاء المشروع =  $2 + 4(4) + 6 / 6 = 2 + 16 + 6 / 6 = 4$

طول المسار الحرج =  $1.5 + 4(3) + 4.5 / 6 = 1.5 + 12 + 4.5 / 6 = 3$

4 + 3 + 4.6 = 11.6  
الوقت المتوقع للنشاط C =  $3 + 4(4.5) + 7 / 6 = 2 + 16 + 7 / 6 = 4.6$

لتقدير التباين للنشطة الحرجة نطبق قاعدة التباين = الزمن المتشائم (L) - الزمن المتفائل (S) الكل تربيع  $\frac{L-S}{6}$  التباين =  $\left(\frac{L-S}{6}\right)^2$

تباين المسار الحرج

$$\left(\frac{6-2}{6}\right)^2 = \frac{4}{6^2} = \frac{16}{36} = 0.44$$

$$\left(\frac{4.5-1.5}{6}\right)^2 = \frac{3}{6^2} = \frac{9}{36} = 0.25$$

$$\left(\frac{7-3}{6}\right)^2 = \frac{4}{6^2} = \frac{16}{36} = 0.44$$

$$0.44 + 0.25 + 0.44 = 1.13$$

زمن انتهاء المشروع 11.6

تباين المسار الحرج 1.13

## المحاضرة الثالثة عشر

المثال التالي يوضح كيفية:

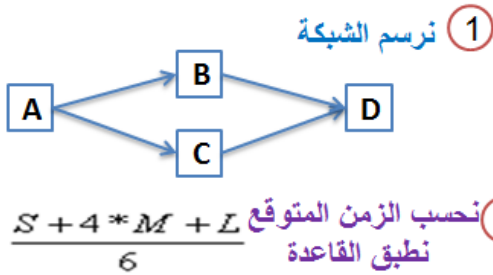
1- رسم شبكة بسيطة

2- حساب الوقت المتوقع

3- تحديد المسار الحرج

4- حساب التباين للأنشطة الحرجة

(هذا المثال شامل للمحاضرات 10 + 11 + 12)



التباين	الوقت المتوقع	الزمن التقديري			التشاك السائق	التشاك
		المتسائم L	الأكثر احتمالا M	المتفائل S		
0.69	4.1	7	4	2	..	A
8.02	14.5	20	16	3	A	B
—	6.5	7	7	4	A	C
0.69	5.8	8	6	3	B,C	D

A الوقت المتوقع للنشاط =  $2 + 4(4) + 7 / 6 = 2 + 16 + 7 / 6 = 4.1$

B الوقت المتوقع للنشاط =  $3 + 4(16) + 20 / 6 = 3 + 64 + 20 / 6 = 14.5$

C الوقت المتوقع للنشاط =  $4 + 4(7) + 7 / 6 = 4 + 28 + 7 / 6 = 6.5$

D الوقت المتوقع للنشاط =  $3 + 4(6) + 8 / 6 = 3 + 24 + 8 / 6 = 5.8$

③ نرسم مخطط الشبكة مع جداول لكل نشاط تحتوي على معطيات الوقت من الجدول ونقوم بعملية التقدم للامام والرجوع للخلف وتحديد الأنشطة الحرجة

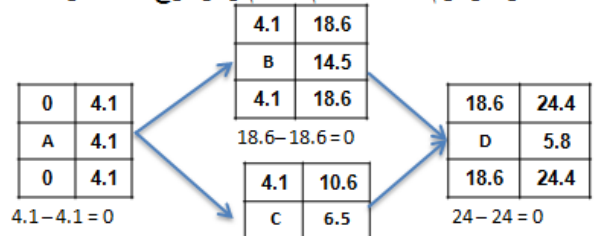
④ تقدير التباين للأنشطة الحرجة نطبق القاعدة

$$\text{التباين} = \left(\frac{L-S}{6}\right)^2$$

A  $\left(\frac{7-2}{6}\right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36} = 0.69$

B  $\left(\frac{20-3}{6}\right)^2 = \frac{17^2}{6^2} = \frac{289}{36} = 8.02$

D  $\left(\frac{8-3}{6}\right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36} = 0.69$



الأنشطة الحرجة هي التي يكون ناتج طرحها = 0 وهي A, B, D

وزمن المشروع هو مجموع اوقات الأنشطة الحرجة

$$A=4.1, B=14.5, D=5.8$$

$$4.1 + 14.5 + 5.8 = 24.4$$

24.4 هو زمن المشروع

⑤ تباين وقت المشروع =  $0.69 + 8.02 + 0.69 = 9.4$  الانحر المعياري =  $\sqrt{9.4}$

المحاضرة 14 مراجعة

تم بحمد الله وتوفيقه

طموح شايب