المحاضرة العاشرة – الأسبوع السادس

الفصل الثالث : التوزيعات الاحتمالية المتصلة

١٢ توزيع t :

ان احد التوزيعات الاحتمالية المتصلة الهامة لمتغير عشوائي متصل هو توزيع t .

تعريف : اذا كان توزيع الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي t

معطى بالمعادلة :

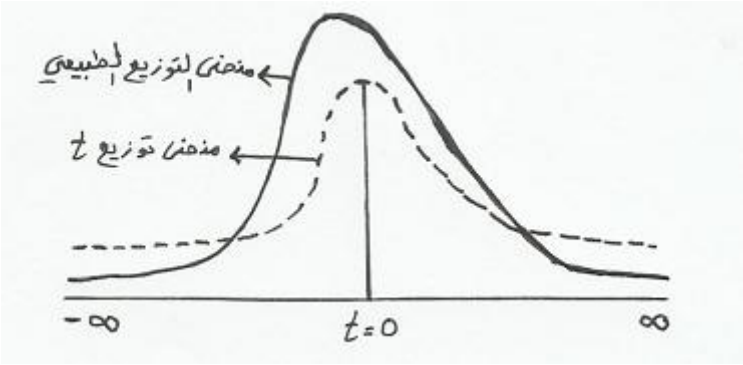
فان هذا التوزيع يسمى توزيع t حيث v درجات الحرية و c ثابت يعتمد على v ليجعل المساحة تحت المنحنى تساوي 1 .

خواص منحنى توزيع t :

١- يشبه منحنى توزيع t شكل الجرس ، وهو احادي المنوال له قيمه تقابل t=0 ، بحيث يتماثل منحنى الشكل حول العمود المقام على t .

٢- شكله يشبه شكل التوزيع الطبيعي المعياري ألا انه اكثر انخفاضاً منه ، بالاضافه الى ان تقارب طرفيه من الصفر عندما $t \to \infty, t \to -\infty$ ابطأ من تقارب منحنى التوزيع الطبيعي المعياري

و الشكل التالي يوضح منحنى التوزيع الطبيعي مع منحنى توزيع t :



ملاحظة : يعتمد منحنى توزيع t على معلمة هامة تحدد شكل ذلك المنحنى وهي درجات الحرية فعندما تزداد درجات الحرية يقترب منحنى توزيع t من التوزيع الطبيعي المعياري .

- **حساب الاحتمالات تحت توزيع t :**

تحسب الاحتمالات تحت توزيع t من خلال حساب المساحات المختلفة التي تقع على يسار قيم t بدرجات حرية مختلفة ، ويوجد جداول خاصة لهذه المساحات ويكون استعمال هذه الجداول كالتالي :

١- تسجل درجات الحرية v في العمود الايسر ، وعلى الخط الأفقي تسجل مساحات معينة

٢- ان جدول t يعطي قيم $t\left[\sqrt{};v\right]$ القريبة من 1 ، لهذا عندما تكون √ صغيرة مثل 0.05 ، 0.01 وغريها ، فأننا نستعمل القاعدة $t\left[\sqrt{};v\right] = -t\left[1-\sqrt{};v\right]$ وذلك بسبب تماثل توزيع t حول العمود المقام على الصفر .

مثال : المتغير العشوائي t يتبع لتوزيع t بدرجات حرية 4 ، اوجد

١) المساحة الواقعة على يسار 1.532 ؟

٢) ما هي قيمة t التي يقع الى يسارها المساحة 0.01 ؟

٣) قيمة √ بحيث $t\left[\sqrt{};4\right] = -2.776$ ؟

الحل :

١) $t\,[\sqrt{};4] = 1.531$

من جدول توزيع مباشرة

نجد ان $\sqrt{} = 0.90$

٢) $t\,[0.01;4] = ??$

$= -3.747$

٣) $t\,[\sqrt{};4] = -2.776$

من الجدول مباشرة ، نجد ان قيمة المساحة التي تحقق الشرط

هي $\sqrt{} = 0.975$

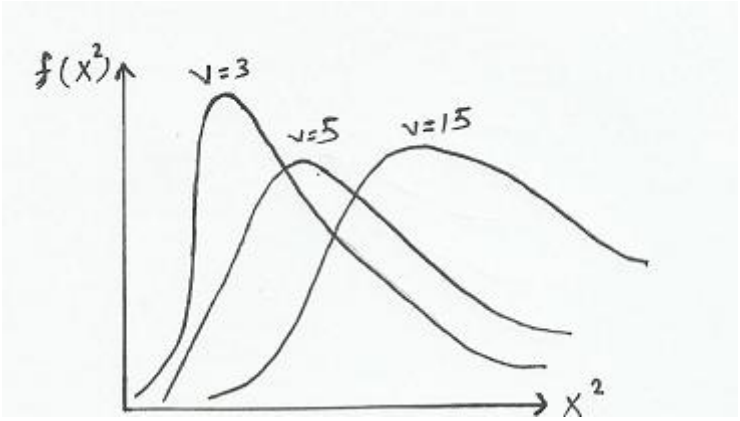
وبسبب وجود اشارة السالب ، لابد ان اخذ المتممة من العدد 1 ، وبذلك فان قيمة $\sqrt{}$ التي تحقق الشرط

هي :-

١٣ توزيع كاي تربيع :

تعريف : اذا كان توزيع الكثافة الاحتمالي للمتغير العشوائي x^2 معطى بالمعادلة :

فان هذا التوزيع يسمى توزيع كاي تربيع بدرجات حرية v حيث تعتمد c على v وتحدد تكون المساحة تحت المنحنى تساوي *1* .



لإيجاد المساحات تحت منحنى كاي تربيع أر ايجاد القيم التي تقع الى يسارها او الى يمينها مساحة معينة ، سنستخدم جدول كاي تربيع حيث يسجل عدد درجات الحرية في العمود الأيسر ، وتسجل المساحات التي تقع تاى يسار قيمة x^2 على الخط الافقي وتسجل قيم x^2 داخل جسم الجدول .

مثال : اذا كان المتغير العشوائي x^2 يخضع لتوزيع كاي تربيع على درجات حرية *10* ، اوجد :-

أ) قيمة x^2 التي يكون على يسارها *0.99* من المساحة .

ب) قيمة x^2 التي يكون الى يمينها 0.01 من المساحة .

ت) قيمة x^2 التي يكون الى يسارها 0.975 و القيمة التي يكون الى يسارها 0.025 من المساحة ؟

الحل :

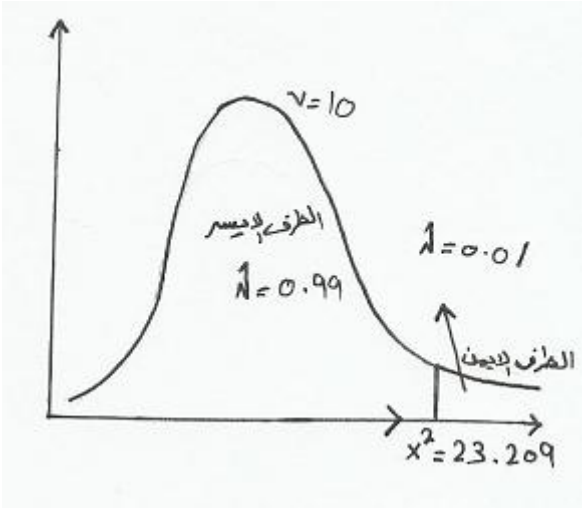
ملاحظة : نعبر عن قيمة المتغير العشوائي x^2 التي يقع على يسارها المساحة $\sqrt{}$ بدرجة حرية v تحت منحنى توزيع x^2 بالرمز .

أ) $x^2\,[0.99\,;10] = ??$

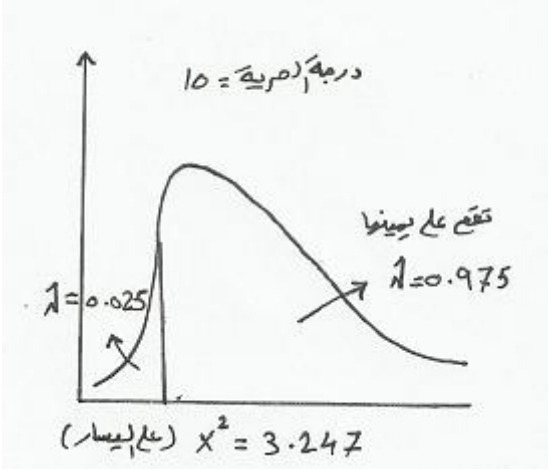
من الجدول مباشرة : $x^2 = 23.209$

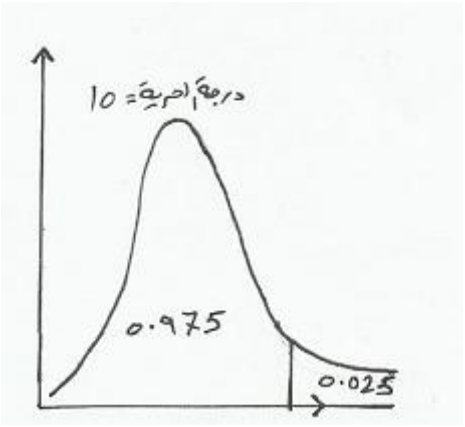
ب) قيمة x^2 التي يكون الى يمينها 0.01 من المساحة

لاحظوا ان المساحة التي تقع على يمين $\sqrt{} = 0.01$ هي المساحة التي تقع على يسار $\sqrt{} = 0.99$ ،
وبذالك فان قيمة $x^2 = 23.209$



ت) المساحة اليمين $x^2[0.025\ ;\ 10] = x^2[0.975\ ;\ 10]$ المساحة من اليسار





تمرين :

اذا كان المتغير العشوائي x^2 يخضع لتوزيع كاي بدرجة حرية v = 15 اوجد :

١) قيمة x^2 التي تقع 0.99 من المساحة على يسارها ؟

٢) قيمة x^2 التي تقع 0.01 من المساحة على يمينها ؟