المحاضرة الثالثة عشر

توزيعات المعاينة

نظرية (3): المعاينة من مجتمع طبيعي وسطه M وتباينه س^2 غير معلوم.

إذا اخذت عينة عشوائية من توزيع طبيعي وسطه M وتباينه س^2 غير وعلوم بحيث كان $\overline{M}$ (الوسط الحسابي للعينة) لعينة حجمها n وانحرافها المعياري s فإن المتغير: $T = \frac{\overline{X}-M}{s/\sqrt{n}}$

يخضع لتوزيع t بدرجات حرية v = n – 1

مثال: إذا كانت أطوال الطلاب في أحد الصفوف المدرسية تتبع التوزيع الطبيعي المتوسط يساوي 160سم، إذا سحبت عينة عشوائية من 4 طلاب فما احتمال أن يقل متوسطها الحسابي عن 166سم، إذا علمت أن الانحراف المعياري للعينة يساوي 10سم؟

الحل: $P(\overline{X} < 166)$?

$$T = \frac{\overline{X}-M}{s/\sqrt{n}} = \frac{166-160}{10/\sqrt{4}} = \frac{6}{5} = 1.2$$

$P(t[\lambda,3]=1.2) = 0.90$

نظرية (4): توزيع المعاينة للفرق بين وسطي عينين $(\overline{X}-\overline{Y})$:

إذا اخذت عينة عشوائية حجمها n_1 من مجتمع طبيعي معدله M_1 وتباينه س^2، ثم اخذت عينة عشوائية اخرى حجمها n_2 من مجتمع طبيعي معدله M_2 وتباينه س^2 بحيث كان مستقل عن المجتمع الأول، ورمزنا للوسط الحسابي للعينة الأولى بالرمز $\overline{X}$ والوسط الحسابي للعينة الثانية $\overline{Y}$ فإن توزيع الفرق وسطي العينة بين $(\overline{X}-\overline{Y})$ يكون التوزيع الطبيعي ذا معدل $(M_1 - M_2)$ والتباين $\frac{س_2^2}{n_2} + \frac{س_1^2}{n_1}$ بحيث:

$$Z = \frac{(\overline{X}-\overline{Y})-(M_1-M_2)}{\sqrt{\frac{س_1^2}{n_1}+\frac{س_2^2}{n_2}}}$$

يخضع للتوزيع الطبيعي المعياري

مثال: تخضع علامات الناجحين من امتحان الدراسة الثانوية العامة في احدى المدارس (أ) لتوزيع طبيعي معدله 70 وانحرافه المعياري 12، وفي مدرسة ثانية (ب) تخضه العلامات للتوزيع الطبيعي معدله 74 وانحرافه المعياري 16، اخذت عينة عشوائية حجمها 16 من المدرسة (أ) وعينة عشوائية اخرى حجمها 9 من المدرسة (ب)، على فرض أن الوسط الحسابي للعينة الأولى $\overline{X}$، وللعينة الثانية $\overline{Y}$، أوجد:

أ- $P(\overline{Y}-\overline{X}) > 8$ ؟احتمال الفرق بين وسطين عينين

ب- $P(\overline{X}-\overline{Y}) < 3$ ؟

الحل: أ-

$= 1 - P(z < 0.65)$

$= 1 - 0.7422$

$= 0.2578$

ب- $P\left[\frac{Z=(\overline{Y}-\overline{X})-(M_2-M_2)}{\sqrt{\frac{س_1^2}{n_1}+\frac{س_2^2}{n_2}}} < \frac{3-(7-74)0}{\sqrt{\frac{(12)^2}{16}+\frac{(16)^2}{9}}}\right.$

$P\left(Z < \frac{3-(-4)}{\sqrt{9+28.4}}\right) = P(Z < \frac{7}{\sqrt{37.4}})$

$= P(Z < 1.14)$

$= 0.8729$

تمرين ومسائل:

سؤال (1): إذا كان لدينا المتغير العشوائي X والذي يتبع التوزيع الطبيعي ذا المعدل 25 والتباين 36، أجب عن الاسئلة التالية:

1- أوجد القيمة المعيارية المقابلة للعدد X=10 ؟

2- أوجد القيمة المعيارية المقابلة للعدد $\overline{X} = 10$ في حال كان لدينا عينة حجمها 16 ؟

3- اوجد الوسط الحسابي للعينة إذا علمت أن n=25 ؟

4- اوجد التباين الحسابي للعينة إذا علمت أن n=25 ؟

5- أوجد الانحراف المعياري للعينة إذا علمت أن n=16 ؟

تمرين: إذا كان لدينا التوزيه الطبيعي $X;N\ (10,25)$ والتوزيع الآخر $Y;N\ (15,36)$، سحبت عينة من المجتمع الأول حجمها 16، **وسحبت** عينة من المجتمع الآخر حجمها 25، أوجد احتمال الفرق بين $(\overline{Y}-\overline{X})$ يقل عن العدد 3؟

المطلوب: $[P\ (\overline{Y}-\overline{X}) < 3]$