المحاضرة الخامسة عشر

الفصل الخامس: التقدير

ثانياً: التقدير بفترة (Interred Estimation):

من الصعب جداً الحصول على تقدير لمعلمة مجتمع ما دون الوقوع في الخطأ مهما كان هذا التقدير جيداً، ولذلك فإنه من المرغوب فيه **إعطاء** فترة معينة نتوقع أن تقع معلمة المجتمع بداخلها. إن مثل هذا النوع من التقديرات يسمى تقدير بفترة أو فترة ثقة ومع أنّ دقة التقدير تزداد بزيادة حجم العينة فأنه ليس هناك سبب يبرر إمكانية الحصول على تقدير يحدد معلمة المجتمع بدون خطأ. **وسنتعرف في** هذا البنت على **ايجاد فترات الثقة للمعدل (الوسط الحسابي)** μ، **وفترات الثقة للنسبة** P، وفترات الثقة للتباين س^2.

1- إيجاد فترات الوسط الحسابي μ:

نظرية (1): إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي (س^2 ,$N(\mu$ بحيث كانت س^2 **معلومة فإن فترة** $100(1-x)\ \%$ **للمعلمة** μ هي: $(\overline{X} - Z_{1-x/2}\frac{س}{\sqrt{n}}\ ,\ \overline{x} + Z_{1-x/2}\frac{s}{\sqrt{n}})$

حيث $\overline{X}$**:** الوسط الحسابي للعينة، $Z_{1-x/2}$**:** هي القيمة على محور Z والتي تقع على يسارها مساحة 1-x/2

فترات تفسير الثقة:

تعتبر فترة الثقة من الأدوات القوية التي تعطي معلومات عن المعلمة المجهولة مثل (μ) باستعمال أسلوب العينة. وسيكون لدينا عدة أنواع دقة فترات الثقة منها 90% ، 95% ، 98% وهذا ما نقصده بالرمز 100(1-x)% **وسنكتفي بشرح فترة** 95% حيث أن البقية لها نفس السلوك.

1- مثل دراسة العينة وتسجيل المشاهدات وإيجاد قيمة الوسط الحسابي فإن

$$(\overline{X} - Z_{0.975}\frac{س}{\sqrt{n}}\ ,\overline{X} + Z_{0.975}\frac{س}{\sqrt{n}})$$

هي فترة نهايتها متغيران عشوائيان تحاول احتواء المجهولة μ.

2- أن تفسير الاحتمال

$$(\overline{X} - Z_{0.975}\frac{س}{\sqrt{n}}\ ,\overline{X} + Z_{0.975}\frac{س}{\sqrt{n}}) = 95\%$$

أن التكرار النسبي لمحاولات المعاينة الكثيرة المتكررة يحدد أن 95% **من فترات الثقة ستحتوي المعلمة** μ **وأن** 5% منها لا تحويها.

(**بمعنى إذا أخذنا** 100 عينة عشوائية ذات الحجم n **وفي كل مرة نحسب** $\overline{}$ ونحسب فترة الثقة لها ، فإننا نتوقع بنسبة 95% (95 فترة) **للوسط الحسابي** μ.

مثال: عينة عشوائية حجمها n=25 ، أخذت من مجتمع طبيعي انحرافه المعياري س = 4 فأعطت المعدل $\overline{X} = 60$ **. أوجد فترة 98% ثقة للوسط المجتمع μ؟**

الحل: قبل البدء بتطبيق نص النظرية يجب أن نقوم بعملية التحويل

$1- X = 98\% \rightarrow 1- X/2 = ??$

$1 - X = 2\%$

$X/2 = 1\%$

$1 - X/2 = 99\%$

وبتعويض القيم المعطاة في السؤال نحصل على

$$(\overline{X} - Z_{1-X/2}\frac{س}{\sqrt{n}}\ ,\overline{X} + Z_{1-X/2}\frac{س}{\sqrt{n}})$$

$$(60 - Z_{0.99}\frac{4}{\sqrt{25}}\ ,60 + Z_{0.99}\frac{4}{\sqrt{25}})$$

(58.14 , 61.86)

ملاحظة: يمكن تطبيق النظرية السابقة من حال كان السحب من مجتمع غير طبيعي وذلك من خلال استخدام نظرية التقارب بشرط ان حجم العينة (n) سيكون كبيراً ($n \geq 30$) وبذلك سنتعرف على النظرية رقم (2).

نظرية (2): إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع وسطه μ وتباينه س^2 بحيث كانت س^2 **معلومة ، فإن فترة** 100(1-X)% **ثقة للمعلمة** μ هي تقريباً: $(\overline{X} - Z_{1-X/2}\frac{س}{\sqrt{n}}\ ,\overline{X} + Z_{1-X/2}\frac{س}{\sqrt{n}})$

بشرط أن $n \geq 30$

مثال: عينة عشوائية حجمها 100 من مجتمع تباينه 25 ، أعطيت الوسط الحسابي 52 ، اوجدفترة 98% ثقة الوسط الحسابي μ ؟

الحل: المعطيات n=100 ،س^2=25 ، $\overline{X}$=52

1-X = 98% →1-X/2 = 99%

وبتطبيق النظرية (2) نحصل تقريباً على:

$(52 - Z_{0.99} \times \frac{5}{10} , 52 + Z_{0.99} \times \frac{5}{10}$

$(52 - 2.33 \times \frac{1}{2} , 52 + 2.33 \times \frac{1}{2})$

$(50.84 , 53.16)$

تمرين: اعتماد على المثال الأخير، أوجد فترة 95% ثقة الوسط الحسابي μ؟

ثم أوجدفترة 90% ثقة الوسط الحسابي μ؟