

أولاً- المحددات

- المحدد من الرتبة الثانية يكون على الصورة التالية

$$\begin{vmatrix} ٢١أ & ١١أ \\ ٢٢أ & ١٢أ \end{vmatrix}$$

- ويمكن الحصول على قيمة المحدد = $(٢١أ \times ١١أ) - (٢٢أ \times ١٢أ)$

- مثال: أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} ٣ & ٥ \\ ٨ & ٧ \end{vmatrix}$$

- الحل:

$$\text{قيمة المحدد} = (٨ \times ٥) - (٧ \times ٣)$$

$$= ٤٠ - ٢١ = ١٩$$

- مثال: أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} ١- & ٣- \\ ٦ & ٤ \end{vmatrix}$$

- الحل:

$$\text{قيمة المحدد} = (٦ \times ٣-) - (١- \times ٤)$$

$$= ١٨- + ٤ = ١٤-$$

- مثال: أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} ٤ & ١٢- \\ ٢- & ٣- \end{vmatrix}$$

- الحل:

$$\text{قيمة المحدد} = (٢- \times ١٢-) - (٤ \times ٣-)$$

$$= ٢٤ + ١٢ = ٣٦$$

استخدام المحددات في حل المعادلات

- باستخدام المحددات حل المعادلات التالية :
- $5س + 2ص = 19$
- $4س - ص = 10$
- الحل : حتى يمكن إيجاد قيمتي كلاً من $س$ و $ص$ يتم حساب Δ و $\Delta س$ و $\Delta ص$ كما يلي :
- Δ ويحتوى على معاملات $س$ و $ص$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = (2 \times 4) - (1 \times 5) = 8 - 5 = 3$$

$\Delta س$ ويتم أستبدال معاملات $س$ بقيم النواتج كما يلي:

$$\Delta س = \begin{vmatrix} 2 & 19 \\ 1 & 10 \end{vmatrix} = (2 \times 10) - (1 \times 19) = 20 - 19 = 1$$

$\Delta ص$ ويتم أستبدال معاملات $ص$ بقيم النواتج كما يلي:

$$\Delta ص = \begin{vmatrix} 19 & 5 \\ 10 & 4 \end{vmatrix} = (19 \times 4) - (10 \times 5) = 76 - 50 = 26$$

وبالتالى يمكن الحصول على قيمة $س$ و $ص$ كما يلي :

$$س = \Delta س / \Delta = 1 / 3$$

$$ص = \Delta ص / \Delta = 26 / 3$$

مثال: حل باستخدام المحددات المعادلات التالية :

$$7س + 3ص = 2$$

$$4س - 2ص = 10$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = (7 \times -2) - (3 \times 4) = -14 - 12 = -26$$

$$\begin{aligned} \Delta \text{س} &= \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = (3 \times 10) - (2 \times 2) = 26 \\ \Delta \text{ص} &= \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 10 & 4 \end{vmatrix} = (2 \times 4) - (10 \times 7) = -78 \end{aligned}$$

وبالتالى يمكن الحصول على قيمة س و ص كما يلى :

$$\begin{aligned} \text{س} &= \Delta \text{س} / \Delta = 26 / 26 = 1 \\ \text{ص} &= \Delta \text{ص} / \Delta = -78 / 26 = -3 \end{aligned}$$

المحددات من الرتبة الثالثة

مثال أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 7 & 0 \end{vmatrix}$$

حتى يمكن إيجاد قيمة هذا المحدد يتم استخدام عناصر الصف الأول كما يلى:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= (3 \times 0 - 2 \times 1) - (3 \times 7 - 2 \times 1) + 3(2 \times 7 - 2 \times 1)$$

$$= 0 - 2 - 21 + 2 + 42 - 6 = 11$$

المحددات من الرتبة الثالثة

مثال أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} 7 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 6 \\ 9 & 8 & 3 \end{vmatrix}$$

حتى يمكن إيجاد قيمة هذا المحدد يتم استخدام عناصر الصف الأول كما يلى:

$$\begin{vmatrix} 4 & 6 & 1 & 6 & 1 & 4 \\ 8 & 3 & 9 & 3 & 9 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 4 \times \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} - 6 \times \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 9 & 8 \end{vmatrix} + 2 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 9 & 8 \end{vmatrix}$$

$$= (4 \times 3 - 54) - 6(8 - 54) + 2(8 - 9)$$

$$= 12 - 54 - 48 + 30 + 2(-1) = 76$$

ثانياً- المصفوفات

- يتم التركيز على العمليات الجبرية للمصفوفات كما يلي :
- إذا كان
- $\begin{bmatrix} ٧ & ٥ \\ ٦ & ٤- \end{bmatrix} = ك$
- $\begin{bmatrix} ١٢ & ٣ \\ ١٢ & ٧ \end{bmatrix} = ط$
- أوجد ١- /ك/ و /ط/
- ٢- ك + ط
- ٣- ك ط
- ٤- ك ط
- ٥- ك-١

- الحل: يمكن الحصول على /ك/ و /ط/ بتبديل الصفوفة أعمدة والأعمدة صفوف كما يلي:

$$\begin{bmatrix} ٧ & ٣ \\ ١٢ & ١- \end{bmatrix} = /ط/ \quad \begin{bmatrix} ٤- & ٥ \\ ٦ & ٧ \end{bmatrix} = /ك/$$

- ٢- ك + ط يتم جمع كل رقم مع الموجود في نفس مكانه من المصفوفة الأخرى كما يلي

$$\begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ ١٨ & ٣ \end{bmatrix} = ك + ط$$

- الحل:
- ٣- ك + ط يتم ضرب كل عنصر في ك x ٢ ثم جمع الناتج مع الموجود في نفس مكانه من المصفوفة ط كما يلي

$$\begin{bmatrix} ١٢ & ٤ \\ ٣٦ & ٦ \end{bmatrix} = ك + ط$$

ضرب المصفوفات

- ٤- ك ط يتم ضرب عناصر الصفوف في المصفوفة ك x عناصر أعمدة المصفوفة ط ثم جمع الناتج كما يلي

$$\begin{bmatrix} ١٢ \times ٧ + ١ \times ٥ & ٧ \times ٧ + ٣ \times ٥ \\ ١٢ \times ٦ + ١ \times ٤- & ٧ \times ٦ + ٣ \times ٤- \end{bmatrix} = ك ط$$

$$\begin{bmatrix} ٧٩ & ٦٤ \\ ٧٦ & ٣٠ \end{bmatrix} = ك ط$$

مقلوب المصفوفة

- ٥- يرمز إلى مقلبو بالمصفوفة ك ب ك-١ حيث أن
- مقلوب المصفوفة = $\frac{1}{\text{المحدد}}$ x مصفوفة المرافقات المبدلة
- محدد المصفوفة ك = $\begin{vmatrix} ٧ & ٥ \\ ٦ & ٤- \end{vmatrix}$
- $(٤-x٧) - (٦ \times ٥) =$
- $٥٨ = ٢٨ + ٣٠ =$

- ويمكن الحصول على مصفوفة المرافقات المبدلة :
- تبديل أماكن عناصر القطر الرئيسي
- تبديل أشارات عناصر القطر الأخر
- مصفوفة المرافقات المبدلة = $\begin{bmatrix} ٧- & ٦ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}$
- مقلوب المصفوفة ك-١ = $\frac{1}{٥٨} \begin{bmatrix} ٧- & ٦ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}$

- وفي النهاية أتمنى للجميع كل التوفيق والنجاح أن شاء الله
- وأخر دعواهم أن الحمد لله رب العالمين
- د. أسامة حنفي محمود

وصل اللهم على نبينا محمد وعلى
آله وصحبه وسلم