

اختبار الفروض الإحصائية

الفرض العددي (أو الصفرى): الفرض الأساسي المراد اختياره. ويرمز له : H_0

الفرض البديل : H_1 : فرض آخر الذي سُوقَى في حالة رفض فرض عددي ويرمز له : H_1

له أهمية كبيرة وبالأذن في قياس الطواهر الاجتماعية ويحدد نوع الاختبار ويأخذ أحد أشكال ثلاثة:

أن يأخذ شكل (أقل من)
تستخدم ((اختبار الطرف الأيسر))

أن متوسط الدخل الشهري لفئة معينة في المجتمع
أقل من ٢٠٠ ريال

$$H_0: \mu = 200 \\ H_1: \mu < 200$$

أن يأخذ شكل (أكبر من)
تستخدم ((اختبار الطرف الأيمن))

أن متوسط الدخل الشهري لفئة معينة في المجتمع
أكبر من ٢٠٠ ريال

$$H_0: \mu = 200 \\ H_1: \mu > 200$$

أن يأخذ شكل (لا يساوي)
تستخدم ((اختبار الطرفين))

هو أن متوسط الدخل الشهري لفئة معينة في المجتمع هو ٢٠٠ ريال

$$H_0: \mu = 200 \\ H_1: \mu \neq 200$$

استلة الاختبار:

إذا كان متوسط انتاجية العامل في احد المصانع هي ٨٠ وحدة في اليوم: جرب نظاماً للحوافر المادية على عينة من ١٠٠٠ عامل لمدة معينة تبين ان متوسط انتاجية العامل في العينة أصبح ٧٧ وحدة باتجاه معياري ٤ وحدات. اريد اختبار اثر الحوافر المادية على انتاجية العامل. في ضوء هذا الاختبار يكون شكل الفرض الصفرى (العددي) والفرض البديل هو:

الفرض الصفرى $\mu = 77$, الفرض البديل $\mu > 77$

الفرض الصفرى $\mu = 80$, الفرض البديل $\mu < 80$

الفرض الصفرى $\mu = 80$, الفرض البديل $\mu \neq 80$

إذا كان متوسط انتاجية العامل في احد المصانع هي ٨٠ وحدة في اليوم: جرب نظاماً للحوافر المادية على عينة من ١٠٠٠ عامل لمدة معينة تبين ان متوسط انتاجية العامل في العينة أصبح ٧٧ وحدة باتجاه معياري ٤ وحدات. اريد اختبار الفرض القائل بان الحوافر المادية تحسن من انتاجية العامل. في ضوء هذا الاختبار يكون شكل الفرض الصفرى (العددي) والفرض البديل هو:

الفرض الصفرى $\mu = 77$, الفرض البديل $\mu < 77$

الفرض الصفرى $\mu = 80$, الفرض البديل $\mu > 80$

الفرض الصفرى $\mu = 80$, الفرض البديل $\mu \neq 80$

الاختبارات الاحصائية لعينتين مستقلتين

قانون التباين

$$S^2 = \frac{[(n_1 - 1)(S_1^2)] + [(n_2 - 1)(S_2^2)]}{(n_1 + n_2) - 2}$$

المختبر الاحصائي :

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad \text{قيمة (t) المحسوبة}$$

استلة الاختبار:

اراد باحث أن يعرف اثر استخدام نظم مساعدة القرارات التي تتخذه الادارة بمساعدة تلك النظم، فوزع ٥٥ مديرًا لمنشآت صناعية عشوائياً في مجموعتين، ثم عين أحد هما بطريقة عشوائية لتكون مجموعة تجريبية والآخر ضابطة، وفي نهاية التجربة وزع على المجموعتين استقصاء يقياس درجة فاعلية القرارات وكفاءتها عندما يتم اتخاذها باستخدام نظم مساعدة القرارات بدلاً من الطريقة التقليدية فكانت النتائج كما يلى:

المجموعة التجريبية	
n_1	n_2
٢٥	٢٥
٧.٦٠	٧.٦٠
٢.٢٧	S_1^2
١٠.٧٨	S_2^2

من خلال الجدول السابق ، هل تدل البيانات على ان اداء المجموعة التجريبية كان افضل من اداء المجموعة الضابطة عند مستوى $\alpha = 0.05$ ؟

الحل:

مستوى الدلالـة: $\alpha = 0.05$

منطقة الرفض: $\alpha = 0.05$ قيمة مستوى الدلالـة $\alpha = 0.05$ والاختبار بذيل واحد ، ودرجات الحرية $= 25 - 25 = 48$ ، بذلك تكون قيمة (t)

الجدولـية $= 1.68$

إذا التباين يساوي:

$$S^2 = \frac{[(25 - 1)(2.27)^2] + [(25 - 1)(1.78)^2]}{(25 + 25) - 2} = 4.16$$

الإنحراف المعياري يساوي :

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{4.16} = 2.04$$

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{7.60 - 6.0}{2.04 \sqrt{\frac{1}{25} + \frac{1}{25}}} = 2.77 \quad \text{قيمة (t) المحسوبة}$$

قيمة (t) المحسوبة $= 2.77$ أكبر من قيمة (t) المجدولة (1.68)

عند مستوى دلالـة $\alpha = 0.05$

نرفض الفرضية الصفرية ونقبل البديلـة

المجموعة التي خضعت للتجربة يصبح أداؤـهم أفضل في عملية اتخاذ

القرار من الذين لم يخضعون للتجربة وذلك عند مستوى دلالـة $\alpha = 0.05$

اختبار t لعينتين مستقلتين

نرفض H_0 ونقبل H_1 إذا كانت قيمة الاحتمال (Sig. or P-value) أقل من أو تساوي مستوى المغناطية (α). أما إذا كانت قيمة الاحتمال أكبر من α فلا يمكن رفض H_0 .

و البرنامج يعطي SPSS Sig. 2-tailed في التالي نرفض فرضية العدم H_0 عندما تكون $\alpha < .05$.

H_0 : لا توجد فروق جوهرية
 H_1 : توجد فروق جوهرية

استلة الاختبار:

إذا أجريت دراسة بين عدد من المتغيرات وكانت مخرجات هذه الدراسة بعد تحليل بياناتها من خلال برنامج SPSS كالتالي:

	evene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means							
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	Lower	Upper
الفرض	Equal variances assumed	4.880	.040	.709	18	.488	4.700	5.633	9.23471	8.63471
	Equal variances not assumed			.709	15.05	.489	4.700	5.633	9.43323	8.83323

من خلال البيانات السابقة، فإن القرار النهائي باختبار الفروق بين متواسطي عينتين مستقلتين هو:

المدخل يوضح اختبارين: الاختبار الأول خاص باختبار التجانس والاختبار الثاني خاص باختبار t : العمود الأول يسارا به اسم المتغير T والعمود الثاني والثالث يسارا لإجراء اختبار التجانس: H_0 : هناك تجانس Equal Variances . H_1 : هناك عدم تجانس Equal Variances not assumed.

العمود الثاني والثالث يسارا لإجراء اختبار التجانس وحيث أن قيمة $\alpha = 0.040$ فهي أكبر من 0.05 ((سوف نقبل فرض العدم وهو تجانس المجتمعين))

نرفض الفرضية الصفرية
قبول الفرضية البديلة
قبول الفرضية الصفرية
عدم القدرة على اتخاذ أي قرار

س/٥

التقدير الإحصائي

تحديد حجم العينة
لتقدير الوسط الحسابي للمجتمع

حجم العينة

$$n = \frac{Z^2 \cdot \sigma^2}{(e)^2}$$

استلة الاختبار:

يرغب أحد مدرباء أحدى المصانع في تقدير متوسط عدد الدقائق التي يأخذها العمال لاتجاه عملية صناعية معينة بحيث لا يتعدى الخطأ في حجم العينة الذي يحتاجه المدرب لتقدير عدد الدقائق بشكل دقيق مقريبا لأقرب عدد صحيح هو: ١٥ دقيقة. فإن

الشروط أدريت بمعدلات التوزيع الطبيعي في العمل الشهري ملحوظة أن ٩٩.٩٥٪ من العمال يتبعون التوزيع الطبيعي على الأقل.

معامل التفاضل Z	درجة النقاء
1	68.26%
1.65	90%
1.96	95 %
2	95.44%
2.58	99%
3	99.72%

الحل: درجة النقاء ٩٥٪ أي أن $Z = 1.65$
أقصى خطأ مسموح به هو ٣ دقائق، أي أن $e = 3$
والانحراف القياسي للمجتمع: $\sigma = 15$

وبالتعميض بهذه القيم في المعادلة التي تحدد حجم العينة وهي:
فإن حجم العينة مقريبا لأقرب عدد صحيح هو:

$$n = \frac{Z^2 \cdot \sigma^2}{(e)^2} = \frac{(1.65)^2 (15)^2}{(3)^2} = \frac{2.7225}{9} = \frac{61.2}{9} = 6.8$$

س/٦

التوزيعات الإحتمالية

توزيع بواسون

دالة الاحتمال

$$P(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

استلة الاختبار:

إذا كانت من المعلومات أن عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من سلعة معينة خلال الشهر تتبع توزيع بواسون بمتوسط ٣ وحدات شهريا، إذا يترقب المتغير العشوائي X بأنه عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال شهر من هذه السلعة.

0.6474 0.5447 0.4685 0.3474

الحل: احتمال أن أسرة ما تستهلك 3 وحدات على الأكثر خلال الشهر هو:

$$P(X \leq 3) = p(3) + p(2) + p(1) + p(0)$$

$$= \left[\frac{3^3}{3!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^1}{1!} + \frac{3^0}{0!} \right] \frac{0.0498}{1}$$

$$= [0.0498] \left(\frac{27}{6} + \frac{9}{2} + \frac{3}{1} + \frac{1}{1} \right) = 0.0498(13) = 0.6474$$

الحل: عدد العين من الحالات x
عدد حالات x من الحالات $P(x)$
عامل ظرف الارتباط الطبيعي وتوجد في بعض الألات الحاسبة
ويمثلها: $e^{-\mu}$ تقرير، ويمكن حساب قيمتها باستخدام الآلة الحاسبة
 $x!$ مصروب العدد x ويساوي $x(x-1)(x-2)\dots(3)(2)(1)$

س/٨

الاختبارات الاحصائية اللامعنة

Kruskal-Wallis Test

يتعلّم لاختبار
الفروق بين ثلاث

Ranks		N	Mean Rank
	VAR00003		
VAR00001	1.00 2.00 3.00 Total	10 10 10 30	16.90 12.20 17.40

Test Statistics a,b

	VAR00001
Chi-Square	2.140
df	2
Asymp. Sig.	.343

برنامج SPSS

a. Kruskal Wallis Test
b. Grouping Variable: VAR00003

من خلال البيانات السابقة، نجد ان القراء الاحصائي هو

قبول الفرض البديل قبول الفرض الصفرى عدم القدرة على اتخاذ أي قرار

يلاحظ من نتائج هذا الاختبار أن قيمة P.Value تساوى 0.343 وهي أكبر من مستوى المعنوية % 5

نقبل الفرض العدلى

اعد شرح هذا السؤال لكي تفرق بين الجداول التي تعطى في السؤال وللإجابة عنه بذاته على صورة الجدول

س/١٨



التعريف التقليدي للاحتمالات

$$P(A) = \frac{N_A}{N_{\Omega}}$$

قانون احتمال الحادثة

اسئلة الاختبار

يتكون مجلس ادارة احدى الشركات من 5 محاسبين ، 7 مهندسين ، 3 اقتصاديين .
اختير احدهم بطريقة عشوائية ، ما هو احتمال ان يكون من تم اختيارهم محاسب او اقتصادي ؟:

0.200 0.333 0.466 0.533 ✓

$$P(A) = \frac{N_A}{N_{\Omega}}$$

الحل:

$$P(A) = \frac{\text{عدد المحاسبين والاقتصاديين}}{\text{عدد مجلس الادارة الكلى}} = \frac{8}{15} = 0.533$$

س/٢٧

توزيع ذي الحدين

$$P(X) = \frac{n!}{X!(n-X)!} P^x (1-P)^{n-x}$$

حساب الاحتمال

اسئلة الاختبار:

باستخدام توزيع ذي الحدين يمكننا إيجاد احتمال الحصول على 4 صور في 6 رميات
لعملة متوازنة كالتالي :

0.254 0.194 0.214 0.234 ✓

$$P(4) = \frac{6!}{4!(6-4)!} (1/2)^4 (1/2)^2 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} (1/16)(1/4) = 15(1/64) = \frac{15}{64} \approx 0.23$$

س/٢٩

تحليل التباين الأحادي One Way ANOVA

مجموع المرءات بين المجموعات Between Sum of Squares Between ..SS :

$$Between ..SS = \sum \frac{(\sum X_g)^2}{n_g} - \frac{(\sum X)^2}{(n_g)(k)}$$

العلاقة التالية

استلة الاختبار: من خلال البيانات السابقة، قيمة (مجموع المرءات بين المجموعات) تساوي:

(Between Sum of Squares)

(٣) المثلج (X ₁)	(٣) المثلج (X ₂)	(٣) المثلج (X ₃)
٢٠	٥٠	٨٥
٤٠	٦٥	٩٠
٣٥	٧٥	١١٥
٣٠	٩٥	١٢٥
٣٥	٧٥	١٢٥
٣٥	٧٥	١٢٥

حيث n يعني عدد الأفراد أو الاستجابة في المجموعات g موضع الدراسة، و K يعني عدد المجموعات

$$Between ..SS = \sum \frac{(\sum X_g)^2}{n_g} - \frac{(\sum X)^2}{(n_g)(k)} = \frac{(50)^2}{5} + \frac{(35)^2}{5} + \frac{(20)^2}{5} = \frac{(105)^2}{15} = 90$$

س/٣١

توزيعات المعاينة

التوزيع الطبيعي للقيم

$$S^2 = \sqrt{(P(100 - P))}$$

قيمة التباين في النسب

استلة الاختبار: اراد باحث دراسة ملحوظة السيارات في مدينة ما، واختار (٩٥%) قات حجم العينة الذي تحتاجها لضمانات الدقة المرجوة في تنبؤه، وبمتوسط أن يمتلك تصف المركبات وسطاً أقل خاصة

المكتوب لم يذكرها في الصواب

✓ 24 28 30 32

$$S^2 = \sqrt{(50(100 - 50))} = 50 \\ n = \left[\frac{(Z)(S^2)}{\epsilon} \right]^2 \\ n = \left[\frac{(1.96)(50)}{.02} \right]^2 = 24.01$$

Z = هو معامل الثقة 1.96 (الثقة ٩٥%)
ε = هو نفس خطأ مسموح به
ـقيمة التباين S
ـالنسبة المئوية للخاصة موضع الدراسة P

س/٤٣

مستوى الثقة وحدودها

$$\hat{\mu} = \bar{X} \pm Z \sigma \bar{x}$$

حدود الثقة

استلة الاختبار: قام أحد الباحثين في مجال الزراعة بدراسة مائة مزرعة، وفوجد أن متواسط مساحة المزرعة الواحدة (٥٣) هكتاراً، وبإحراز معياري عن المتواسط بقيمة (٢٦) مكتاراً من هذه البيانات فإن حدود الثقة في تقدير متواسط مساحة المزرعة في منطقة الدراسة هي متباينة مقدارها ٥% تساوي:

$$\checkmark = 53 \pm 6.7 = 53 \pm 5.1 = 53 \pm 4.7 = 53 \pm 3.1$$

الحل:

$$\hat{\mu} = \bar{X} \pm Z \sigma \bar{x} \\ = 53 \pm (1.96) \frac{26}{\sqrt{100}} = 53 \pm 6.7$$

س/٤٤

اختبار الفروض الإحصائية

خطوات اجراء الاختبار الاحصائي

$$Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \text{الإحصائية في حالة اختبار الوسط للعينات الكبيرة:}$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \text{الإحصائية في حالة اختبار الوسط للعينات الصغيرة:}$$

استلة الاختبار

اذ كان متواسط انتاجية العامل في احد المصانع هي 30 وحدة في اليوم، جرب تطبيقاً للحاورز المادي على عينة من 100 عامل نمدة معينة تبين بعدها ان متواسط انتاجية العامل في العينة اصبح 38 بإنحراف معياري 4 وحدات. وفق هذه البيانات تكون القيمة المحسوبة لـ Z هي:

الحل: يافت اين ان المجتمع الإحصائي المحسوبة منه العينة هو مجتمع طبيعي وإنحرافه المعياري معروف،

(أو) في الحالة كبيرة درجة كافية قبل احصائية الاختبار والتي، تمثل لها بالرمز Z

$$Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \\ Z_{\bar{X}} = \frac{38 - 30}{\frac{4}{\sqrt{100}}} \\ Z_{\bar{X}} = \frac{8}{\frac{4}{10}} = 20$$

$$n = 100 \\ \sigma = 4 \\ \bar{X} = 38 \\ \mu = 30$$

س/٤٩