

التحليل الإحصائي

الواجب الأول

عند رمي حجر نرد مرتين (حجر النرد هو مكعب صغير كتب أو رسم على أوجهه الستة الأرقام من 1 إلى 6) فتكون جميع النتائج الممكنة الحصول عليها إما ظهور رقم 1 في الرمية الأولى ورقم 1 في الرمية الثانية أو رقم 1 في الرمية الأولى ورقم 2 في الرمية الثانية وهكذا، فيكون بالتالي فراغ العينة في هذه التجربة: **المحاضرة الثانية الجزء الأول**

هنا جدول يبين كل الاحتمالات الممكنة الوقوع إذا رميت نرد مرتين

x,y	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

درجة الواجب: 3
عدد محاولات حل الواجب: 3

الحصول على مجموع يساوي 7: لازم كل حدث من الأحداث يكون مجموع = 7
 (1,6), (2,5), (3,3), (4,3), (5,2), (6,1) خطأ لأن فيه 3+3 مايساوي 7
 (1,5), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) خطأ لأن فيه 5+1 مايساوي 7
 (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) صحيح لأن كل الأحداث جمعها يساوي 7
 (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,3), (6,1) خطأ لأن فيه 5+3 مايساوي 7

الفرق بين العددين الناتجين يساوي القيمة المطلقة = 1:

(1) : $|x - y| = 1$ صحيح لأنه حقق المطلوب الفرق بين العددين يساوي القيمة المطلقة لواحد
 (1) : $|x + y| = 1$ خطأ لأنه جمع العددين والمطلوب الفرق بين العددين
 (1) : $|x - y| = 1$ خطأ لأنه يساوي 1 وليس القيمة المطلقة لواحد
 (1) : $(y) = (x)$ خطأ لأنه ضرب العددين والمطلوب الفرق بين العددين

الحصول على مجموع يساوي 9 على الأقل:

(3,6), (4,5), (5,4), (6,3) خطأ لأنه باقى أحداث في الجدول تحقق الشرط غير موجودة هنا
 (4,6), (5,5), (6,6) خطأ لأنه باقى أحداث في الجدول تحقق الشرط غير موجودة هنا
 (4,6), (5,5), (6,6), (6,3), (3,6), (6,4), (6,5), (6,6) خطأ لأنه باقى أحداث في الجدول تحقق الشرط غير موجودة هنا
 (4,5), (4,6), (5,4), (5,5), (5,6), (6,3), (3,6), (6,4), (6,5), (6,6) صحيح هذه كل الأحداث التي تحقق الشرط المطلوب

يفرض ان: درجة الثقة=90% ، ودرجة الخطأ المتوقع = 3 ، والانحراف المعياري= 50 فإن حجم العينة n يكون:

KSAJamal
www.ckfu.org

19 تقريباً
 20 تقريباً
 21 تقريباً
 22 تقريباً

ومنها نجد ان حجم العينة يأخذ الشكل التالي: $n = \frac{Z^2 \sigma^2}{e}$
 • Z = هو معامل الثقة (أو الدرجة المعيارية) المقابل لدرجة الثقة المطلوبة، ونحصل عليها من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.
 • σ^2 = هو تباين المجتمع (أو هو مربع الانحراف المعياري).
 • e = هو أقصى خطأ نسبي مسموح به في تقدير الوسط، وهو عادة ما يحدده الباحث، وتترقب قيمته على أهمية الموضوع أو الظاهرة السياسية المراد دراستها، ومدى الثقة المطلوبة في التقدير، ويسمى اختصاراً "الخطأ في تقدير الوسط".

في أحد المصانع، كان متوسط إنتاجية العامل في اليوم 20 وحدة بالتحراف معياري 4 وحدات، وعلى فرض أن الإنتاجية هي متغير عشوائي يتبع توزيع طبيعي، اختبر احد العمال عشوائيا، ما هو احتمال أن يكون إنتاجه اليومي ما بين 16 ، 22 وحدة؟

احتمال ($x > 16$) = 59, 0 < 22
 احتمال ($x > 16$) = 57, 0 < 22
 احتمال ($x > 16$) = 55, 0 < 22
 احتمال ($x > 16$) = 53, 0 < 22

إذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في أحد المصانع هي 1% ، سحبت عينة عشوائية من 100 وحدة، وعلى فرض أن الإنتاج المعيب هو متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون، ما هو احتمال (P) أن نجد بالعينة وحدة واحدة معيبة؟

حيث: $e = 2.71828$ $P(x = 1) = 0.37$
 $x = 1$ $P(x = 1) = 0.35$
 $u = 1\% * 100 = 1$ $P(x = 1) = 0.33$
 $e^{-1} * 1^{x-1} / 1$ $P(x = 1) = 0.30$
 0.3678

• x = العدد المعين من النجاحات.
 • $P(x)$ = احتمال عدد x من النجاحات.
 • e = أساس نظام اللوغاريتمات الطبيعي وتوجد في بعض الآلات الحاسبة، وقيمتها هي: $e = 2.718$ تقريباً، ويمكن حساب قيمتها باستخدام الآلة الحاسبة.
 • $x!$ = مضروب العدد "x" ويساوي: $x! = x(x-1)(x-2)...3 \times 2 \times 1$

$P(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$
 , $x = 0,1,2,...$

في احد المصانع، كان متوسط إنتاجية العامل في اليوم 20 وحدة بالتحراف معياري 4 وحدات، وعلى فرض أن الإنتاجية هي متغير عشوائي يتبع توزيع طبيعي، اختير احد العمال عشوائيا، ما هو احتمال أن يكون إنتاجه اليومي ما بين 16 و 22 وحدة؟

- احتمال ($x > 16$) = 59, 0 < 22)
 احتمال ($x > 16$) = 57, 0 < 22)
 احتمال ($x > 16$) = 55, 0 < 22)
 احتمال ($x > 16$) = 53, 0 < 22)

موضح بالسؤال ان المتغير يتبع التوزيع الطبيعي، وبما ان المعطيات المتوفرة هي الوسط الحسابي 20 والانحراف 4 والمتغيرين 16 و 22
 سلتخدم استخدام التحويل الرياضية للتوزيع $z = \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)$ المطلوب هو احتمال الانتاج اكبر من او يساوي 16 و اقل من او يساوي 22

إذا لبحث عن الاحتمال بين سالب 1 و موجب 0.5
 $P(16 < X < 22) = \frac{Z(22) - 22 - 20}{4} - 0.5 = \frac{Z(16) - 16 - 20}{4} - -1$

Z	0.00	Z	0.00
0.0	0.5000	0.0	0.5000
0.1	0.5398	0.1	0.5398
0.2	0.5793	0.2	0.5793
0.3	0.6179	0.3	0.6179
0.4	0.6554	0.4	0.6554
0.5	0.6915	0.5	0.6915
0.6	0.7257	0.6	0.7257
0.7	0.7580	0.7	0.7580
0.8	0.7881	0.8	0.7881
0.9	0.8159	0.9	0.8159
1.0	0.8413	1.0	0.8413

$0.8431 - 0.5000 = 0.3413$
 $0.6915 - 0.5000 = 0.1915$
 $0.3413 + 0.1915 = 0.5328$
 $\sim 53\%$

اجري اختبارا في مادة الإحصاء على عينتين من الطلبة، وحصلنا على النتائج التالية: في العينة الأولى والتي تضم 50 طالب، كان متوسط الدرجة = 18 بالتحراف معياري = 2 درجة. أما في العينة الثانية والتي تضم أيضا 50 طالب، كان متوسط الدرجة = 15 بالتحراف معياري = 4 درجات. أريد اختبار الفرض القائل بعدم وجود اختلاف حقيقي بين العينتين عند مستوى المعنوية 5%. وفق هذه البيانات يكون الفرض العدمي والفرض البديل على الصورة:

الفرض العدمي: $\mu_1 = \mu_2$ ، الفرض البديل: $\mu_1 \neq \mu_2$

الفرض العدمي: $\mu_1 = \mu_2$ ، الفرض البديل: $\mu_1 > \mu_2$

الفرض العدمي: $\mu_1 = \mu_2$ ، الفرض البديل: $\mu_1 < \mu_2$

الفرض العدمي: $\mu_1 = \mu_2$ ، الفرض البديل: $\mu_1 = \mu_2$

أنواع الاختبار (الفروض) في حالة عينتين
 بفرض أننا سوف نرمز للمتغير المجهول بالرمز μ ونريد اختبار الفرض القائل ان قيمته متساوية في المجتمعين سيكون فرض
 العدم على الصورة التالية: $H_0: \mu_1 = \mu_2$

وسيكون الفرض البديل في حالة الاختبار ذو طرف واحد $H_a: \mu_1 < \mu_2$ or $H_a: \mu_1 > \mu_2$

وسيكون الفرض البديل في حالة الاختبار ذو طرفين $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$

الأمنلة موضحة في ملخص الأخت وروود صفحة 76

ما هو حجم العينة (n) الواجب سحبها من طلاب التعليم عن بعد لتقدير متوسط عمر الدارس بشرط ألا يتجاوز الخطأ في التقدير عن 3 سنوات وبدرجة ثقة 95%، على فرض أن الانحراف المعياري للأعمار = 8 سنوات.

وهي الدرجة المعيارية المقابلة لدرجة الثقة 95 بالمئة $Z = 1.96$
 الانحراف المعياري = 8
 نسبة الخطأ = 3

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2}{(e)^2} = \frac{1.96^2 \times 8^2}{3^2} = 27.31804444$$

- n = 24 طالب تقريبا
 n = 25 طالب تقريبا
 n = 26 طالب تقريبا
 n = 27 طالب تقريبا

بما أن فترة تقدير الوسط الحسابي للمجتمع هي: $\bar{\mu} = \bar{X} \pm Z \frac{S}{\sqrt{n}}$

حجم العينة = 100
 وسط العينة = 32
 الانحراف المعياري للعينة = 5
 درجة الثقة = 95 بالمئة = 1.96 درجة معيارية

$$32 + 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{100}} = 32.98$$

$$32 - 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{100}} = 31.02$$

في احدي الشركات، سحبت عينة من 100 موظف، وكان متوسط العمر = 32 سنة بالتحراف معياري 5 سنة. قدر متوسط عمر الموظف في هذه الشركة بدرجة ثقة 95%.

- متوسط عمر الموظف في الشركة μ يقع بين: 98,35 ، 02,29 سنة
 متوسط عمر الموظف في الشركة μ يقع بين: 98,33 ، 02,30 سنة
 متوسط عمر الموظف في الشركة μ يقع بين: 98,32 ، 02,31 سنة
 متوسط عمر الموظف في الشركة μ يقع بين: 98,29 ، 02,33 سنة

عند مستوى معنوية 5% α واختبار طرفين، تكون القيمة الجدولية Z:

Z = 76,2

Z = 96,1

Z = 58,2

Z = 56,1

ومن الملاحظات المهمة هنا هو أن "مستوى المعنوية" والذي يسمى أحيانا "مستوى الدلالة" هو المكمل لدرجة الثقة، بمعنى أن مجموعهما يساوي 100% أو واحد صحيح. فإذا كانت درجة الثقة 95% فإن مستوى المعنوية يساوي 5%. والعكس صحيح فإذا كان مستوى المعنوية 5% فإن هذا يعني أن درجة الثقة = 95%.

معامل الثقة Z	درجة الثقة
1	68.26%
1.65	90%
1.96	95%
2	95.44%
2.58	99%
3	99.72%