المحاضرة المباشرة الثانية

الاحصاء للإدارة

د. رائـــد الخصاونــة

المحاضرة المباشرة الثانية
الاسبوع السابع

مراجعة عامة للفصل الثالث :

التوزيعات الاحتمالية المتصلة

1 التوزيع الطبيعي $X : N(\mu, \sigma^2)$

كل متغير عشوائي X نحوله الى التوزيع الطبيعي يقابله قيمة معيارية

Z نحوله الى التوزيع الطبيعي المعياري $Z : N(0, 1)$

حيث تتم عملية التحويل من خلال الصيغة

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

ويمكن ايجاد المساحات التي تقع على يسار قيمة معيارية معينة من خلال جداول احصائية خاصة بذلك .

مثال : تخضع اوزان علب عصير في مصنع ما لتوزيع طبيعي وسطه 250 غم وانحرافه المعياري 15 غم . اذا اشتريت علبة عصير من هذا النوع :

أ) ما احتمال أن يقع وزنها بين 225 غم و 260 غم ؟

ب) ما احتمال أن يكون وزنها أكثر من 270 غم ؟

الحل :-

أ) المطلوب

$$P(225 < X < 260)$$

يجب ايجاد القيم المعيارية المقابلة عندما $X = 225$ ، $X = 260$

$$X = 225 \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{225 - 250}{15}$$

$$= -\frac{25}{15} = -1.67$$

$$X = 260 \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{260 - 250}{15} = \frac{10}{15}$$

$$= 0.67$$

$$P(225 < X < 260) = P(-1.667 < Z < 0.667)$$

$$= P(Z < 0.67) - P(Z < -1.67)$$

$$= 0.7486 - 0.0475$$

$$= 0.7011$$

ب) المطلوب

$$P(X > 270)$$

القيمة المعيارية المقابلة لـ $X = 270$ هي :-

$$Z = \frac{270 - 250}{15} = \frac{20}{15} = 1.33$$

$$P(X > 270) = P(Z > 1.33) = 1 - P(Z < 1.33)$$

$$= 1 - 0.9082 = 0.091$$

٣- توزيع t : $t[\alpha ; v]$

ويتم حساب المساحات الواقعة على يسار قيم t المختلفة بجداول احصائية خاصة بذلك، حيث تسجل درجات الحرية في العمود الأيسر ويتم المساحات المختلفة في الخط الأفقي، ويتم t المقابلة لدرجات حرية معينة والتي تقع المساحة المعينة على يسارها فتسجل داخل الجدول.
وفي حال السؤال عن مساحات صغيرة، فيتم استخدام صيغة التحويل التالية :-

$$t[\alpha ; v] = -t[1-\alpha ; v]$$

مثال :- أوجد

$$t[0.025 ; 8] = ??$$

الحل :- $t[0.025 ; 8] = -t[1-0.25 ; 8]$

$$= -t[0.75 ; 8]$$

$$= -0.706 .$$

مثال :- أوجد

$$t[\alpha ; 15] = 1.753$$

الحل :- المطلوب ايجاد قيمة المساحة التي تقع على يسار $t = 1.753$
بدرجة حرية $= 15$.

من الجدول $\alpha = 0.95$

٣- توزيع كاي تربيع :- ويرمز له بالرمز $\chi^2[\alpha ; v]$

ويتم إيجاد المساحة α التي تقع على يسار قيمة χ^2 بدرجة حرية v من خلال جداول إحصائية خاصة بذلك. حيث تمثل قيم v العمود الأيسر وقيم المساحة في الخط الأفقي وقيم χ^2 داخل الجدول

مثال :- أوجد قيمة المجهول فيما يلي

$$\chi^2[0.99 ; v] = 23.209$$

الحل :- من خلال جدول كاي تربيع نجد أن قيمة درجة الحرية تساوي 10

٤- توزيع F :- ويرمز له بالرمز $F[\alpha ; v_1 ; v_2]$

ويتم إيجاد المساحات التي تقع إلى يسار قيم F المختلفة بدرجات حرية v_1 , v_2 من خلال جداول إحصائية خاصة بذلك ، حيث تمثل v_1 المحور الأفقي و v_2 المحور العمودي وقيم F داخل الجدول.

مثال :- أوجد

$$F[\alpha ; 5 , 6] = 5.99$$

الحل :- $\alpha = 0.975$

وفي حال السؤال عن قيم المساحات الصغيرة فإننا نستعمل التحويل التالي :-

$$F[\alpha ; v_1 ; v_2] = \frac{1}{F[1-\alpha , v_2 , v_1]}$$

الواجب الأول

- اذا كان المتغير العشوائي X يرمز لظهور الاوجه متشابهه في تجربة القاء قطعة نقد معدنية ثلاث مرات ، فان احتمال X يساوي :

الحل :

$$S = \{(H,H,H),(H,H,T),(H,T,H),(H,T,T),(T,T,T),(T,T,H),(T,H,T),(T,H,H)\}.$$

$$P(X:\text{الاوجه متشابهة}) = 2/8 = 1/4.$$

- اذا كان $P(B)=0.2$ ، $P(A/B)=P(A)=0.5$ ، فان $P(B/A)$ يساوي

الحل: نلاحظ بما أن $P(A/B)=P(A)=0.5$ ، فإن الحادثين A ، B حادثين مستقلين وبالتالي فإن قيمة $P(B/A)=0.2$

- ان عدد طرق اختيار طالبين من بين خمسة للذهاب في رحلة مدرسية هي :

$$5C_2 = \frac{5!}{(5-2)! \times 2!} = \frac{5\times4\times3!}{3!\times2!} = 10$$

- اذا كان التباين للمتغير العشوائي X يساوي 3 وكان لدينا التحويل الخطي $Y=-X+5$ ، فان تباين المتغير العشوائي Y هو

الحل :

$$\sigma_Y^2 = (-1)^2 \times 3 = 3$$

وكذلك يمكن حساب التوقع الرياضي للمتغير Y اذا علمنا ان $E(X) = 2$

$$E(Y) = -1 \times 2 + 5$$
$$= -2 + 5 = 3 .$$

اما الانحراف المعياري للمتغير Y اذا كان الانحراف المعياري للمتغير X يساوي 3 فهو :-

$$\sigma_Y = |-1| \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

- اذا كان احتمال نجاح طالب في مقرر الاحصاء هو 0.8 واحتمال نجاحه في مقرر الحاسبه هو 0.7 واحتمال نجاحه في كلا المقررين هو 0.6 ، فان احتمال نجاحه في الاحصاء ورسوبه في الحاسبه هو

الحل :- نرمز لنجاح الطالب في الاحصاء :-

$P(A) = 0.8$

ولنجاح الطالب في الحاسبه $P(B) = 0.7$

ونجاحه في كلا المقررين $P(A \cap B) = 0.6$

المطلوب :-

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$
$$= 0.8 - 0.6 = 0.2$$

الفصل الرابع: توزيعات المعاينة

توزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{X}$:-

نظرية (1): اذا كان X يخضع لتوزيع وسطه (معدله) μ وتباينه σ^2 وكان $\bar{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن :-

1) توقع $\bar{X}$ هو :- $\mu_{\bar{x}} = \mu$

2) تباين $\bar{X}$ هو :- $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$

شريطة أن نسحب مع الارجاع.

مثال :- سحبت عينة عشوائية من مجتمع لانهائي معدله 70 وتباينه 40. اذا كان حجم العينة 10، فاوجد :-

1) الوسط الحسابي للعينة.
2) تباين العينة.
3) الانحراف المعياري للعينة.

الحل:-

1) $\mu_{\bar{x}} = \mu = 70$

2) $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{40}{10} = 4$

3) $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{4} = 2$.

توزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{X}$ عند المعاينة من مجتمع طبيعي :-

نظرية (٢) :- اذا كانت $X_1, X_2, \ldots, X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه (معدله) μ وتباينه σ^2 فان توزيع $\bar{X}$ سيكون التوزيع الطبيعي ذا الوسط μ والتباين $\frac{\sigma^2}{n}$

حيث أن المتغير العشوائي

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

يخضع للتوزيع طبيعي معياري .

مثال :- تخضع علامات الطلاب في احد المقررات للتوزيع طبيعي وسطه 65 وانحراف معياري 18 . أخذت عينة عشوائية حجمها 36 طالب ، احسب

1) احتمال ان يزيد وسط علامات العينة عن 74 ؟

2) = = يقل = = العينة عن 60 ؟

الحل :- المطلوب

1) $P(\bar{X} > 74)$

2) $P(\bar{X} < 60)$

$$1)\ P(\bar{X} > 74) = P\left(Z > \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}\right) = P\left(Z > \frac{74 - 65}{18 / \sqrt{36}}\right)$$

$$= P(Z > 3)$$

$$= 1 - P(Z < 3)$$

$$= 1 - 0.9987 = 0.0013$$

2) $P(\bar{X} < 60) = P\left(Z < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}\right)$

$= P\left(Z < \frac{60 - 65}{18/\sqrt{36}}\right)$

$= P(Z < -1.67)$

$= 0.0475$

شكرا لحسن استماعكم

نهاية المحاضرة المباشرة الثانية