

المحاضرة المباشرة الثالثة

الاحصاء للإدارة
د. رائد الخصاونة

عمادة التعليم الإلكتروني والتعلم عن بعد
كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

المحاضرة المباشرة الثالثة
المضل الخامس : التقدير

فترات الثقة للبيانات Confidence Intervals for Variance

نظرياً (7) : إذا كانت X_1, X_2, \dots, X_n عينة عشوائية من

توزيع طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ فإن فترة ثقة $(1-\alpha) 100\%$ للبيانات σ^2 هي :

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2 [1-\alpha/2; n-1]}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2 [\alpha/2; n-1]} \right)$$

حيث S^2 هو تباين العينة .

n : حجم العينة .

ولإيجاد فترة الثقة للأحرف بلعاب ، نأخذ الجدول لتوزيع

لطرفي فترة الثقة للبيانات .

مثال : عينة عشوائية حجم 20 أخذت من مجتمع طبيعي

$N(\mu, \sigma^2)$ فاعطت البيانات $S^2 = 15$ ، اوجد فترة ثقة 90% للبيانات σ^2 ؟

الحل :-

$$1 - \alpha = 90\%$$

$$\alpha = 10\%$$

$$\alpha/2 = 5\% = 0.05$$

$$1 - \alpha/2 = 1 - 0.05 = 0.95$$

عمادة التعليم الإلكتروني والتعلم عن بعد
خلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

من جدول توزيع كائى برىج نرى أنه :

$$\chi^2 [0.05, 19] =$$

$$\chi^2 [0.95, 19] =$$

وحسب نظرية باية ، فإن فترة الثقة هي :

$$\left[\frac{19 \times 15}{30.144} \quad , \quad \frac{19 \times 15}{10.117} \right]$$

$$= [9.45 \quad , \quad 28.17]$$

أما فترة 90% ثقة للدرجات الحاصلة فهي

$$\left[\sqrt{9.45} \quad , \quad \sqrt{28.17} \right]$$

$$= [3.07 \quad , \quad 5.31]$$

عمادة التعليم الإلكتروني والتعلم عن بعد
مخبر الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

فترات الثقة للسيد بين فترات ...
نظرياً (8) إذا كانت X_1, X_2, \dots, X_n عينة عشوائية
من $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ وكانت Y_1, Y_2, \dots, Y_n عينة عشوائية
من $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ مستقلة عن المجتمع الأول، فإن فترة $100(1-\alpha)\%$
ثقة للسيد $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ هي :-

$$\left(\frac{S_2^2}{S_1^2} F[\alpha/2, n_1-1, n_2-1], \frac{S_2^2}{S_1^2} F[1-\alpha/2, n_1-1, n_2-1] \right)$$

مثال :- أخذت عينة عشوائية حجم $n_1 = 9$ من مجتمع $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ فاعطت
البيانات التالية $S_1^2 = 65.4$ ، وأخذت عينة عشوائية أخرى حجم
 $n_2 = 12$ من مجتمع $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ مستقلة عن الأول فاعطت البيانات
 $S_2^2 = 127.3$ ، أوجد فترة ثقة 90% للسيد $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ ؟

الحل :- $1 - \alpha = 90\%$

$\alpha = 10\%$

$\alpha/2 = 5\% = 0.05$

$1 - \alpha/2 = 1 - 0.05 = 0.95$

عمادة التعليم الإلكتروني والتعلم عن بعد
كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

من جدول توزيع F نجد أن:

$$F [0.05; 8, 10] = \frac{1}{F [0.95; 10, 8]} = \frac{1}{3.35} = 0.3$$

$$F [0.95; 8, 10] = 3.04$$

ومن صيغة لقانون للتوزيع السابقة نجد أن:

$$\left[\frac{127.3}{65.4} \times 0.3, \frac{127.3}{65.4} \times 3.04 \right] = [0.583, 5.98]$$

نتيجة الفصل الخامس

الحل :-

1) أخذت عينة عشوائية حجمها 400 من مطبخ المرحلة الابتدائية

فوجدت أن 80 منهم تناولت على شكل مادة الكالوريوس :-

أ) قدر نسبة الطالبين في المرحلة الابتدائية المتاصلين على شهادات الكالوريوس .

ب) اوجد فترة 99% ثقة للنسبة الحقيقية للطالبين في هذه المرحلة المتاصلين على شهادات الكالوريوس ؟

الحل :-
أ) قدر نسبة الطالبين في هذه المرحلة الابتدائية :-

$$\text{النسبة} = \frac{80}{400} = 0.2$$

(لاحظ أن $\bar{p} = \frac{x}{n}$. التقدير التقريبي للنسبة النجاح \bar{p} و p .

ب) من خلال استخدام النظرية رسم (B) نجد أن

$$0.2 + 7 \times 0.995 \sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{400}} \text{ و } 0.2 - 7 \times 0.995 \sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{400}}$$

$$1 - \alpha = 99\%$$

$$\alpha = 1\%$$

$$= 0.01$$

$$\alpha/2 = 0.005$$

$$1 - \alpha/2 = 0.995$$

$$\sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{400}}$$

$$(0.2 - 2.58 \times 0.02, 0.2 + 2.58 \times 0.02)$$

$$(0.148 \text{ و } 0.252)$$

عمادة التطوير الإلكتروني والتعلم عن بعد
خلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

لك فتح أحد لصباح صباح كراتيه تخضع لاعمارها تقريباً لتوزيع طبيعي
أخراف المصارت 35 ساعة.
أخذت عينة عشوائية حجم 25 مصباحاً فكانت الوسط الحسابي
لاعمار هذه الصباح 890 ساعة. (مع تفرقة 98% ثقة) حددت
اعمار الصباح ؟

الحل :- لاحظ أنك :-

$$\bar{x} = 890 \quad n = 25 \quad \sigma = 35$$

من نظرية بقية (1) ، نلاحظ أنك

$$\left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad , \quad \bar{x} + z_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\left(890 - z_{0.99} \times \frac{35}{\sqrt{25}} \quad , \quad 890 + z_{0.99} \times \frac{35}{\sqrt{25}} \right)$$

$$\left(890 - 2.33 \times 7 \quad , \quad 890 + 2.33 \times 7 \right)$$

$$\left(890 - 16.31 \quad , \quad 890 + 16.31 \right)$$

$$\left(873.69 \quad , \quad 906.31 \right)$$

لاحظ أنك لاحظ
المعيار للمعنى
معلوم

١٦) اعتماداً على السؤال السابق، إذا كان ثابت التجميع عند
غير ذلك، لاخرات لعيار 17 للعينه
بعد فترة 98% ثقة لعزل العار لصبح ؟

(لاحظ انه جمع الحاصلات في حيز الجدول السابق استناد
ان الاخرات لعيار قد اصبح معظم للعينه وليس للتجمع العينه
في هذه الحاله نانا بذلك انه نتخم جدارك لتوزيع اصبح
العيار، فاننا في هذه الحاله نتخم جدارك لتوزيع t، وبالتالي
يصبح الجدول لصورة
من نظريه رسم (ب) ...

$$\left(\bar{X} - t [1 - \alpha/2, n-1] \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t [1 - \alpha/2, n-1] \frac{S}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\left(890 - t [0.99, 16] \times \frac{35}{\sqrt{16}}, 890 + t [0.99, 16] \times \frac{35}{\sqrt{16}} \right)$$

$$\left(890 - 2.602 \times \frac{35}{4}, 890 + 2.602 \times \frac{35}{4} \right)$$

$$\left(890 - 22.77, 890 + 22.77 \right)$$

ملاحظات -

- عند إيجاد نتائج لتقدير للوسط الحسابي للجمع n تلاحظ أن :-
- 1- إذا كان t موجباً من مجموع طبيعي ثباته معلوم فإننا نستخدم جدول التوزيع الطبيعي العادي .
 - 2- إذا كان t سلبياً من مجموع ما ثباته معلوم فإننا نستخدم أيضاً جداول التوزيع الطبيعي العادي بشرط $n \geq 30$.
 - 3- إذا كان t سلبياً من مجموع طبيعي ثباته غير معلوم فإننا نستخدم جداول توزيع t .
 - 4- في حال السؤال عن التقدير للنسبة سواء لجمع واحد أو لجمعين فإننا نستخدم جداول توزيع الطبيعي .
 - 5- في حال السؤال عن التقدير للبيانات :-
 - (أ) إذا كان السؤال عن جمع واحد ، فإننا نستخدم توزيع كاي مربع
 - (ب) إذا كان السؤال عن النسبة ثباته لجمعين فإننا نستخدم توزيع F .

شاكراً حسن حضوركم واستماعكم