أسئلة الاختبار الفصلي

السؤال الأول :- عدد عناصر الفضاء العينة في تجربة إلقاء قطعة نقد ثلاث مرات :-

هو عبارة عن $2 \times 2 \times 2 = 8$ عناصر .

السؤال الثاني : إذا كان X متغير عشوائي يتبع توزيع ذات الحدين بحيث كان $n=10$ ، $P=0.6$ ، فإن احتمال الفشل يساوي :-

الحل :- لاحظ أن $P=0.6$ هو احتمال النجاح

وبذلك فإن احتمال الفشل $q=1-P=1-0.6=0.4$

السؤال الثالث : من خصائص الاحتمال

احتمال أي حادث أكبر من أو يساوي صفر وأقل من أو تساوي واحد .

السؤال الرابع : إذا كان $n=5$ ، $P=0.2$ في توزيع ذات الحدين فإن تباين X الذي يتبع هذا التوزيع هو :-

$$\sigma_x^2 = npq = 5(0.2)(0.8) = 0.8$$

السؤال الخامس : إن عدد طرق اختيار 5 من الطلاب من بين جميع طلاب الذهاب في رحلة مدرسية هو :-

لاحظ أن عملية اختيار الطلاب لا يؤثر فيها عملية الترتيب .

وبذلك

$$5C_5 = \frac{5!}{(5-5)! * 5!}$$

$$= 1$$

السؤال السادس : في التوزيع الاحتمالي المنفصل ، ان مجموع الاحتمالات لجميع المتغيرات العشوائية لذلك التوزيع يساوي :- (1)

وهذا يعتبر من شروط التوزيع الاحتمالي المنفصل (مجموع الاحتمالات = 1) .

السؤال السابع : اذا كان نجاح طالب في مقرر الاحصاء = 0.8 ، ونجاحه في مقرر المحاسبة = 0.7 ، واحتمال نجاحه في كلا المقررين = 0.6 فإن احتمال رسوبه في مقرر الاحصاء هو :-

الحل :- نرمز لنجاح الطالب في مقرر الاحصاء بالرمز :-

$$P(A) = 0.8 \quad \therefore$$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.8 = 0.2$$

السؤال الثامن :- إذا كانت قيمة $t[\lambda; 5] = 2.015$ في التوزيع t فإن λ =

الحل :- $t[\lambda; 5] = 2.015$

$\Downarrow$ 0.95 من جدول توزيع t .

وبسبب وجود إشارة السالب ، نأخذ المتمم للرقم فيكون الحل هو $1 - 0.95 = 0.05$

السؤال التاسع : اذا كان $P(B) = 0.4$ ، $P(A) = 0.5$ ، A ، B حادثتين مستقلتين فإن $P(A \cap B)$ يساوي :-

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$= 0.5 + 0.4 - (0.5 \times 0.4)$$

$$= 0.7$$

السؤال الأول : اذا كان $P(B)=0.4$ ، $P(A)=0.1$ ، A,B حادثين مستقلين فإن $P(A\cap B)=??$

$$P(A\cap B) = P(A)\times P(B)$$
$$= 0.1 \times 0.4 = 0.04$$

السؤال الحادي عشر :- اذا كان معدل الخاصات في بحار يواسون هو 10 ، فإن التوقع الرياضي للمتغير العشوائي X هو :-

$$E(X) = \lambda = 10 .$$

السؤال الثاني عشر : اذا كان S هو الفضاء العينة للتجربة عشوائية فإن احتمال S يساوي :-

دائماً : $P(S) = 1$

السؤال الثالث عشر : إن قيمة الوسط الحسابي في التوزيع الطبيعي يساوي

دائماً = صفر .

أما التباين = 1 = الانحراف المعياري .

السؤال الرابع عشر : اذا قيمة F في المدى $F[0.95, 5, 6]$ هي :-

من جدول توزيع F نجد ان القيمة هي 4.39

السؤال الخامس عشر : اذا كان Z ينتمي الى التوزيع الطبيعي المعياري فإن $P(Z>2)$ يساوي :-

$$P(Z>2) = 1 - P(Z<2)$$
$$= 1 - 0.9772 = 0.0228$$

السؤال السادس عشر :- القيمة لعبارة لحالة للمتغير $X=5$ والذي ينتمي للتوزيع لطبيعي $X:N(5,100)$ تساوي :

الحل :- نحول X إلى Z حسب الصيغة

$$Z = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{5-5}{10} = \frac{0}{10} = 0 .$$

السؤال السابع عشر : اذا كان التباين للمتغير العشوائي X يساوي 4 وكان لدينا التحويل الخطي $Y=-X+5$ فإن الانحراف لعياري للمتغير العشوائي Y يساوي :-

الحل : لاحظ أن الانحراف لعياري للمتغير $X = \sqrt{4} = 2$.

حسب خصائص الانحراف لعياري فإن أي تحويل خطي هو :-

$$\sigma_Y = |a| \sigma_X = |-1| \times 2 = 2 .$$

السؤال الثامن عشر : ان قيمة كاي تربيع التي تقع على يمينها المساحة 0.99 بدرجات حرية 2 تساوي :-

الحل :- من جدول توزيع كاي تربيع نجد أن قيمة كاي = 9.210

السؤال التاسع عشر : اذا كان $P(A)=0.7$ ، $P(B)=0.6$ ، $P(A\cup B)=0.8$ فإن احتمال حدوث A وعدم حدوث B هو :-

الحل :-

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$
$$= 0.7 - \left(P(A) + P(B) - P(A \cup B) \right)$$

$$= 0.7 - (0.7 + 0.6 - 0.8)$$
$$= 0.7 - 1.3 + 0.8$$
$$= 0.7 - 0.5$$
$$= 0.2 .$$

السؤال العشرون :- اذا كان X متغير عشوائي يتبع توزيع ذات الحدين حيث كان $n=3$ ، $P=0.8$ ، فان احتمال $X=0$ يساوي :-

الحل :- من خلال استخدام صيغة القانون لتوزيع ذات الحدين نجد أن :-

$$P(X=0) = nC_x * P^x * (1-P)^{n-x}$$
$$= 3C_0 * (0.8)^0 * (0.2)^3$$
$$= 1 * 1 * 0.008$$
$$= 0.008 .$$

السؤال الحادي والعشرون :- اذا كان معدل المواليد في احد المستشفيات هو 5 اطفال في اليوم الواحد فان احتمال ولادة 3 اطفال في احد الايام هو :-

الحل :- توزيع بواسون :- $P(X=3) = \frac{e^{-5} \times 5^3}{3!} = 0.14$

السؤال الثاني والعشرون :- ان تباديل حرفين من كلمة "نجاح" هو

$$4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4 \times 3 \times 2}{2} = 12 .$$

الواجب الثالث

السؤال الأول: عينة عشوائية حجمها 25 تخضع لتوزيع طبيعي وسطه 15 وانحرافه المعياري = 5، فإن احتمال أن يقل الوسط الحسابي للعينة عن 17 هو:-

الحل:- لاحظ أن بيانين (الانحراف المعياري) للمجتمع فقط، والمطلوب إيجاد:-

$P(\bar{X} < 17)$ ← من توزيع المعاينة

- يجب تحويل قيمة $\bar{X}$ إلى Z من خلال صيغة القانون

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{17 - 15}{5/\sqrt{25}} = \frac{2}{1} = 2$$

$$P(\bar{X} < 17) = P(Z < 2) = 0.9772$$

(من جدول التوزيع الطبيعي المعياري)

السؤال الثاني: عينة عشوائية حجمها 16 أخذت من مجتمع طبيعي انحرافه المعياري 12 بحيث أعطت المعدل 30، فإن فترة 90% ثقة للوسط الحسابي للمجتمع هي:-

الحل:- نلاحظ أن والانحراف المعياري للعينة يعود للعينة، وبذلك فإن التوزيع المستخدم هو توزيع t، ومن النظرية (٢)، فإن:-

$$\left(\bar{X} - t[1-\alpha/2, n-1] * \frac{S}{\sqrt{n}} \;,\; \bar{X} + t[1-\alpha/2, n-1] * \frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\left(30 - t[0.95, 15] \times \frac{12}{\sqrt{16}} \;,\; 30 + t[0.95, 15] \times \frac{12}{\sqrt{16}}\right)$$

$$\left(30 - 1.753 \times \frac{12}{4} \;,\; 30 + 1.753 \times 12/4\right)$$

$$(24.74 \;,\; 35.26)$$

السؤال الثالث: اذا علمت أن عينة حجمها 10 مأخوذة من مجتمع لا نهائي للعينة معدله 9 وتباينه = 2، فإن الوسط الحسابي المتوقع هو:-

لاحظ أن الوسط الحسابي للمجتمع = الوسط الحسابي للعينة.

$$E(\bar{X}) = \mu = 10.$$

السؤال الرابع: اخذت عينة عشوائية حجمها 4 من 7,5,5,3 من مجتمع طبيعي فإن معدل المجتمع تقديراً يساوي:-

الحل:- من خلال التقدير النقطي، نلاحظ أن معدل المجتمع = معدل العينة.

وبذلك نجد معدل العينة للقيم المعطاة:-

$$\bar{X} = \frac{7+5+5+3}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

وبذلك $\mu = 5$

السؤال الخامس: سحبت عينة عشوائية من مجتمع لا نهائي معدله 100 وتباينه 40، اذا كان حجم العينة = 10، فإن الانحراف المعياري للعينة يساوي:

الحل:-

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{40}{10} = 4$$

(الانحراف المعياري = الجذر التربيعي للتباين)

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{4} = 2.$$

(القراءة الأولى من توزيعات المعاينة).

حلول أسئلة الواجب الرابع

السؤال الأول: اذا كانت لدينا عينة عشوائية حجمها 9 من مجتمع طبيعي تباينه 5، وعينة عشوائية أخرى مستقلة عن الأولى حجمها 11 وتباينها 4، فإن قيمة 90% ثقة للنسبة $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ هي:

الحل: لاحظ أنه في هذا السؤال عن النسبة بين تباين مجتمعين فإن هذا يعني التوزيع يتبع توزيع F، ويتم صوغه لقانون:

$$\left(\frac{S_2^2}{S_1^2} F\left[\alpha/2, n_1-1, n_2-1\right] , \frac{S_2^2}{S_1^2} F\left[1-\alpha/2, n_1-1, n_2-1\right] \right)$$

نجد أن:

$$\left(4/5 \times F\left[0.05; 8; 10\right] , 4/5 \times F\left[0.95; 8; 10\right] \right)$$

$$\left(4/5 \times \frac{1}{3.35} , 4/5 \times 3.07 \right)$$

$$\left(0.24 , 2.456 \right)$$

السؤال الثاني: إذا اخذت عينة عشوائية حجمها 40 طالب من احد المدارس الابتدائية ووجد أن 10 طلاب يلبسون نظارات طبية، فإن نسبة النجاح هي:

الحل: لاحظ أن نسبة النجاح P تساوي:

$$P = \frac{X}{n} = \frac{\text{عدد النجاحات}}{\text{حجم العينة}} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0.25$$

السؤال الثالث :- اذا كان عدد الطلاب الذين يلبسون نظارات طبية من بين 40 طالباً هو 10 طلاب، فإن فترة 90% ثقة لنسبة نجاح الطلاب الذين يلبسون النظارات هي :-

الحل :- لاحظ أن التقدير هنا هو التقدير بنسبة النجاح، وعليه أولاً ايجاد نسبة النجاح للعينة حيث

$$\bar{P} = \frac{X}{n} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0.25 .$$

وبتطبيق قانون النظرية الخاصة بوحدة التقدير :-

$$\left(\bar{P} - Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}} \;,\; \bar{P} + Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}\right)$$

$$\left(0.25 - Z_{0.95}\sqrt{\frac{0.25(0.75)}{40}} \;,\; 0.25 + Z_{0.95}\sqrt{\frac{0.25(0.75)}{40}}\right)$$

$$(0.14 \quad , \quad 0.36) .$$

السؤال الرابع : اذا اخذت عينة عشوائية حجمها 9 من توزيع طبيعي بحيث اعطت وسط حسابي = 8 وانحراف معياري = 2، فإن فترة 90% ثقة للوسط الحسابي للمجتمع هي :-

الحل :- لاحظ أن تباين المجتمع أو الانحراف المعياري له غير معلوم وبذلك فإننا سنستخدم توزيع t لايجاد فترة الثقة .

وبتطبيق صيغة القانون من النظرية (٧) نحصل على :-

$$\left(\bar{X} - t[1-\alpha/2, n-1]\frac{S}{\sqrt{n}} \;;\; \bar{X} + t[1-\alpha/2, n-1]\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\left(8 - t[0.95, 8] * \frac{2}{\sqrt{9}} \;;\; 8 + t[0.95, 8] * \frac{2}{\sqrt{9}}\right]$$

$(8 - 1.86 \times \frac{2}{3} \; ; \; 8 + 1.86 \times \frac{2}{3})$

$(6.76 \; ; \; 9.24)$

السؤال الخامس: عينة عشوائية حجمها 15 أخذت من مجتمع طبيعي حيث أعطت تباين = 10، فإن فترة 98% ثقة لتباين المجتمع هي:

الحل: بتطبيق صيغة القانون من النظرية (7) والخاصة بفترات ثقة لتباين مجتمع واحد:

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2[1-\alpha/2 ; n-1]} \; ; \; \frac{(n-1)S^2}{\chi^2[\alpha/2 ; n-1]} \right)$$

$$\left(\frac{14 \times 10}{\chi^2[0.99 ; 14]} \; ; \; \frac{14 \times 10}{\chi^2[0.01 ; 14]} \right)$$

$$\left(\frac{140}{29.141} \; ; \; \frac{140}{4.66} \right)$$

$(4.80 \; ; \; 30.04)$

تمارين على الفصل السادس

سؤال: تخضع درجات الطلاب في مقرر الاحصاء لتوزيع طبيعي انحرافه المعياري 10 درجات ومعدله μ. اختبر الفرضية

$H_0: \mu = 70$

مقابل الفرضية

$H_1: \mu < 70$

عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ اذا علمت أن الوسط الحسابي لعينة من الطلاب حجمها 16 اعطت وسطاً مقداره 65 درجة.

الحل: ① نحدد دالة الاختبار:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{65 - 70}{10/4} = \frac{-5}{2.5} = -2$$

② نجري عملية المقارنة من خلال الحالة الثالثة

$$Z < Z_\alpha = -Z_{1-\alpha}$$

$$-2 < -Z_{0.95}$$

$$-2 < -1.645$$

المتباينة صحيحة

نرفض H_0 ونقبل H_1.