جامعة الدمام
UNIVERSITY OF DAMMAM
كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع – إدارة أعمال – مستوى ثاني

Management Mathematics

الفصل الأول : الدالة الأسيّة ، تطبيقات اقتصادية ، الدالة اللوغاريتمية
رقم المحاضرة المسجلة : ٦

أستاذ المقرر : ثابت عائض القحطاني .

٨ ـ الدالة الأسية

تعريف :

ليكن $a \in R$ ، a عددا حقيقيا ، $a > 0$ ، $a \neq 1$

وتكتب على الصورة :

$$f(x) = a^x \quad \text{حيث} \quad x \in R$$

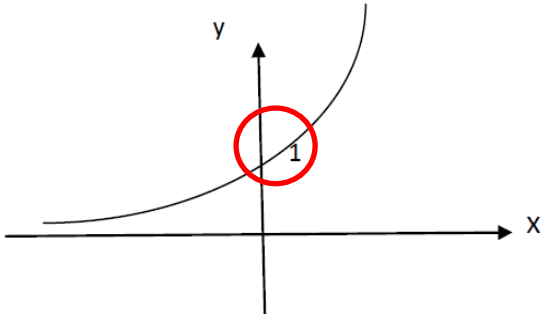
$$a^0 = 1$$

مثال : ارسم منحنى الدالة $f(x) = 2^x$

الحل : أولا نكون جدولا كما يلي :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

ثم نحدد الأزواج المرتبة على المستوى الاحداثي كما يلي



* عندما يكون الأس سالب :

١) نقلب الكسر .

٢) نغيّر إشارة الأس .

مثل : $f(-3) = 2^{-3}$

$= \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

من خصائص الدلة الأسية أن :

- المنحنى دائما يقطع محور y عند النقطة $(0,1)$
- كذلك هي دالة تزايدية إذا كانت $a>1$ - **الدالة لا يوجد بها انكسارات**
- وهي تناقصية إذا كانت $0<a<1$ - **المنحنى يقع فوق محوّر x**

ومن خصائص الدالة الأسية كذلك مما يلي :

إذا كانت $a\neq 1$ ، $b\neq 1$ أعداد حقيقية موجبة وكذلك $x,y\in R$ فإن :

$$1)\ a^x a^y = a^{x+y} \qquad 4)\ (ab)^x = a^x b^x$$

$$2)\ \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad 5)\ \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

$$3)\ (a^x)^y = a^{xy} \qquad 6)\ a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$$

- حل المعادلات الأسية :

يعتمد حل المعادلات الأسية على كتابة المعادلات على الصورة $a^x = a^b$ وعندما تكون $x = b$ بشرط أن : $a \neq 0$ ، $a \neq 1$

مثال : حل المعادلة التالية :

$3^x = 81$

الحل : نحلل 81

$3^x = 3^4$

وبما أن الدالة الأسية دالة واحد لواحد

فإن : $x = 4$

3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}=\frac{4^{2x+3}}{9}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}=\left(\frac{2^2}{3^2}\right)^{2x+3}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}=\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+6}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-(4x+6)}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-4x-6}$$

$$\therefore x+1=-4x-6$$
$$x+4x=-1-6$$
$$5x=-7$$
$$x=\frac{-7}{5}$$

رأس المال

تطبيقات اقتصادية

- **الفائدة المركبة والمستمرة :**

افرض أن مستثمرا يحصل على ربح بمعدل $100x\%$ سنويا فإذا وضع هذا المستثمر مبلغ m ريالا عند بداية العام فإن رصيده سيصبح m(1+x) ريالا عند نهاية السنة أما إذا كان الربح يضاف كل ستة أشهر مرتين فإن رصيده سيصبح $m(1+\frac{x}{2})$ وإذا فرضنا أن الربح يضاف n مرة في السنة فإن رصيد المستثمر سيكون $m(1+\frac{x}{n})^n$ ريالا في السنة .

وبشكل عام إذا كان الربح $x\%$ سنويا وكان الربح يضاف كل سنة مرة فبعد n من السنوات تصبح جملة المبلغ المستثمر $T=m(1+\frac{x}{100})^n$.

وإذا سمحنا للعدد n أن يؤول إلى مالانهاية فإن رصيد هذا المستثمر سيؤدي إلى me^x وهي الدالة الأسية النابيرية .

أما إذا كان الربح سنويا وكان الربح يضاف كل سنة مرة واحدة فبعد n من السنوات تصبح جملة المبلغ المستثمر m هي :

$$T=m(1+\frac{x}{100})^n$$

مثال :

وضع شخص مبلغ 1000 ريال في مصرف بفائدة 5% فما جملة هذا المبلغ بعد 4 سنوات ؟

الحل :

$$T = m(1+\frac{x}{100})^{n}$$

$$T = 1000(1+\frac{5}{100})^{4}$$

$T = 1215,5$ من الريالات

٩ - الدالة اللوغاريتمية :

تعريف : إذا كان a عددا حقيقيا حيث a>0 و $a \neq 1$ فإن لوغاريتم x للأساس a يعرف كالتالي :

$$y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$$

مثال : $\log_3 27 = 3$ أي أن : $27 = 3^3$

ومن أهم قوانين اللوغاريتمات :

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y \quad (1$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y \quad (2$$

$$\log_a x^n = n \log_a x \quad (3$$

$\log_2(8\times16) =$

$\log_2 8 + \log_2 16$

$\log_2 2^3 + \log_2 2^4$

$3\log_2 2 + 4\log_2 2$

$3 \times 1 + 4 \times 1$

$=7$

$\log_x x = 1$

- من أهم الدوال اللوغاريتمية هي الدالة المسماة بالدالة اللوغاريتمية النايبيرية التي أساسها العدد النايبيري e والذي يساوي تقريبا $e \simeq 2,718$ وتسمى هذه الدالة بالدالة اللوغاريتمية الطبيعية ويرمز لها بالرمز :

$$\ln(x) = \log_e x$$

- أما الدالة اللوغاريتمية التي أساسها العدد 10 تسمى دالة لوغاريتمية عادية ويرمز لها بالرمز :

$$\log(x) = \log_{10}(x)$$

مثال : حل المعادلة اللوغاريتمية الآتية : $\log_5(x) = 3$

الحل : $\log_5(x) = 3 \Leftrightarrow x = 5^3$

$$x = 125$$

لحل المعادلة اللوغاريتمية يجب تحوّيلها لمعادلة أسيّه .

مثال : حل المعادلة التالية : $\log_5(x+2) - \log_5(2x-1) = 0$

الحل :

$$\log_5(x+2) - \log_5(2x-1)$$

$$\Rightarrow x + 2 = 2x - 1 \Rightarrow x = 3$$

*

$log_2 x^2 = 3$

$x^2 = 3^2 = 9$

$X = \pm 3$

$X = 3$

نستبعد القيم السالبة ف الدوال اللوغاريتمية ، لأنها ليست من مجال الدالة اللوغاريتمية

أنتهى الشرح، بالتوفيق جميعاً ،
دعواتكم لنا .

1435 | 2014

Management Mathematics

SARA ALGHANNAM , ABO JORY , RAWAN ALGHAMDI , SARA ALSUROOR