# مقدمة في علم الإحصاء

**<u>المتغيرات</u>**

**يقصد بالمتغير** "أي خاصية يمكن قياسها وتتباين قيمها من فرد إلى أخر أو من مجموعة إلى أخرى "، والبيانات الإحصائية التي يتعامل معها الباحث النفسي أو يقوم بجمعها ما هي إلا درجات أو مؤشرات لمقدار الشيء أو الصفة أو الخاصية موضوع القياس لدى الفرد.

**أمثلة:** متغير الجنس (ذكر، أنثى)، متغير الذكاء، متغير القلق

**<u>المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة</u>**

**المتغير المستقل** هو المتغير الذي يخضع للتحكم والسيطرة وبتغير قيمه أو درجاته تتغير تبعاً لذلك قيم **المتغير التابع**.

فإذا كان هناك متغيرين بينهما علاقة معينة فيمكن التنبؤ بقيمة أحدهما ويعرف في هذه الحالة بالمتغير **التابع** إذا علمت قيمة الأخر وهو المتغير **المستقل**.

**أمثلة:**

- تأثير الذكاء على التحصيل الدراسي
- أثر التدريس باستخدام الفصول الافتراضية على تحصيل الطلاب في مقرر الاحصاء الاجتماعي
- **متغيرات مستقلة ومتغيرات مترابطة**

عندما يكون لدينا مجموعة من القياسات التي ترتبط أو تؤثر في بعضها البعض يقال للمتغيرات في هذه الحالة **متغيرات مرتبطة** أما إذا كانت القياسات غير مترابطة ولا تؤثر في بعضها البعض فإن المتغيرات في هذه الحالة تكون **متغيرات مستقلة**.

**أمثلة:**

- إذا أردنا معرفة تأثير الذكاء على التحصيل فيمكن اعتبار الدرجات التي يحصل عليها الأفراد مستقلة ما دامت درجة الفرد لا ترتبط بدرجة غيره من الأفراد
- إذا أردنا معرفة الاختلاف بين تقدير الأم وتقدير الأب للعدوانية عن أطفالهم، فهنا يكون لكل طفل درجتين في العدوانية إحداهما تقدير الأب والأخرى تقدير الأم وهنا يقال أن الدرجات مترابطة

**طبيعة البيانات**

**<u>البيانات الكيفية (النوعية):</u>**

هي المشاهدات أو الصفات التي لا يمكن قياسها مباشرة بوسائل القياس المألوفة كالعد والقياس(تكون في صورة غير عددية).

**أمثلة:** لون العين (أسود، أخضر، عسلي، أزرق)، الجنس (ذكر، أنثى)، تقديرات الطلاب (ممتاز، جيد جداً، جيد، مقبول)، الجنسية (مصري، سعودي، ألماني).

**البيانات الكمية (العددية):**

هي المشاهدات أو الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بوسائل القياس المألوفة(تكون في صورة عددية).

**أمثلة:** عدد طلاب التعليم الالكتروني، الطول، الوزن، عدد أفراد الأسرة.

**أنواع البيانات الكمية**

**البيانات المنفصلة:**

هي المشاهدات أو الصفات التي تأخذ قيماً متمايزة عن بعضها، مما يعني عدم اتصال البيانات، ولا تتضمن كسوراً.

**أمثلة:** عدد الطلاب الموزعين في كل تخصص أو شعبة أو فصل من فصول مدرسة.

**البيانات المتصلة:**

هي المشاهدات أو الصفات التي تأخذ مدى معين أو مجال معين من القيم ويمكن توزيعها على خط متصل بدون فواصل بينها لأنها تتضمن كسوراً.

**أمثلة:** الطول، والوزن.

**أساليب إجراء البحث**

**أسلوب الحصر الشامل:**

يتم فيه جمع البيانات عن الظاهرة موضوع الدراسة من جميع مفردات المجتمع الإحصائي المراد بحثه سواء أكان نطاقه أو مجاله واسعاً أو محدوداً.

**أسلوب العينات:**

يتم فيه جمع البيانات عن جزء فقط من مفردات المجتمع الإحصائي، ويتم سحب العينة بطريقة ما يساعد في تعميم نتائجها على مجتمع البحث.

**أسلوب الحصر الشامل:**

مزايا أسلوب الحصر الشامل:

- خال من أخطاء الصدفة (الأخطاء العشوائية أو أخطاء المعاينة)
- يعطي صورة مفصله عن مفردات الظاهرة موضوع الدراسة.

عيوب أسلوب الحصر الشامل:

- الزيادة الكبيرة في التكاليف المادية والبشرية والزمنية.
- طول الوقت اللازم لجمع البيانات يفقد نتائج البحث حداثتها وبالتالي قيمتها .
- وجود مجتمعات بطبيعتها غير محدودة وبالتالي يتعذر تحديد إطار مفرداتها.

**<u>أسلوب العينات:</u>**

مزايا أسلوب العينات:

- يوفر التكاليف المادية والبشرية والزمنية لإجراء الدراسة.
- زيادة الرقابة والضبط والتحكم في معظم الأسباب المؤدية إلى الأخطاء.
- يصلح للمجتمعات غير المحدودة.

عيوب أسلوب العينات:

- يتعرض أسلوب المعاينة إلى نوع آخر من الأخطاء ينفرد به هذا الأسلوب ويطلق عليه خطأ المعاينة أو خطأ الصدفة وخطأ التحيز.

**<u>المجتمع والعينة</u>**

**المجتمع:**

يعرف المجتمع بأنه مجموعة من العناصر، أو المفردات التي تخص ظاهرة معينة محل الدراسة. وهو مصطلح علمي يراد به كل من يمكن أن تعمم عليه نتائج البحث.

**العينة:**

تعرف العينة بأنها جزء من مفردات المجتمع الإحصائي يتم اختياره بطريقة علمية، ثم دراسة خصائص هذا الجزء لغرض التعرف على خصائص المجتمع الذي اختير منه ذلك الجزء.

ولكي تكون العينة مقبولة من الناحية الإحصائية ينبغي أن تكون عينة ممثلة للمجتمع، أي أنها تحتوي على جميع الخصائص بنفس تواجدها في المجتمع الإحصائي الذي اختيرت منه.

**البارامترات (المعلمات) والإحصاءات**

للمجتمع خصائص متعددة مثل المتوسط والوسيط والانحراف المعياري وكذلك لكل عينة تسحب من هذا المجتمع خصائصها أيضاً وما يتعلق بخصائص المجتمع يسمى مَعلَّم أو بارامتر Parameter بينما كل ما يتعلق بخصائص العينات يسمى إحصاءه Statistic ويمكن الاستفادة من إحصاءات العينة تقدير معلمات المجتمع.

**الإحصاء الوصفي والإحصاء الاستدلالي**

**الإحصاء الوصفي** يقتصر على الوصف الكمي للظواهر وتصنيفها وتحليلها وعلاقتها بغيرها من الظواهر.

**الإحصاء الاستدلالي** يتعدى ذلك مستفيداً من نتائج الإحصاء الوصفي في الاستدلال على خصائص المجتمع العام للظاهرة فهو يهدف إلى تقدير خصائص المجتمع استنادا إلى نتائج دراسة عينة منتقاة من هذا المجتمع.

**الإحصاء البارامتري والإحصاء اللابارامتري**

**الأساليب البارامترية (المعلمية):** هي الأساليب التي تتطلب استيفاء افتراضات معينة حول المجتمع الذي تسحب منه عينة البحث ومن هذه الافتراضات أن يكون التوزيع طبيعياً وأن يكون هناك تجانس في التباين. والأساليب البارامترية تصلح للبيانات في المستوى الفتري والمستوى النسبي.

**الأساليب اللابارامترية (اللامعلمية):** هي الأساليب التي تستخدم في الحالات التي لا يكون فيها نوع التوزيع الاحتمالي للأصل الذي سحبت منه العينة معروفاً أو في حالة عدم استيفاء شرط التوزيع الاعتدالي للمجتمع. والأساليب الإحصائية اللابارامترية تصلح في حالة البيانات الرتبية والاسمية.

**طرق عرض البيانات**

- **العرض الجدولى للبيانات**
- **العرض البيانى للبيانات**

وسوف نتناول فى هذه المحاضرة العرض الجدولى للبيانات بينما نتعرض للعرض البيانى للبيانات

**أولا: العرض الجدولي**

**ويقصد بالعرض الجدولى للبيانات** أن يتم تلخيص البيانات محل الدراسة وتصنيفها فى صورة جداول تعبر عن القيم التي أخذها المتغير من خلال البيانات التي جمعها و كرار كل قيمة من تلك القيم.

**أهمية الجداول الاحصائية:**

- تعبر عن الحقائق الكمية المعروضة بعدد كبير من الارقام في جداول بطريقة منظمة
- تلخيص المعلومات الرقمية الكثيرة العدد، المتغيرة القيم، مما يسهل التعرف عليها.
- الاستيعاب وبسهولة عدد كبير من الموضوعات
- اظهار البيانات بأكبر وضوح ممكن وأصغر حيز مستطاع

**تكوين الجداول**

**تتكون اجزاء الجدول مما يلي:**

- رقم الجدول: يجب ان يرقم كل جدول حتى تسهل الاشارة اليه.
- العنوان: يجب أن يعطي كل جدول عنوانا كاملا لتسهيل مهمة استخراج المعلومات منه، ويجب أن يكون هذا العنوان واضحا قصيرا بقدر الامكان، ويستخدم في بعض الاحيان عنوان توضيحي لبعض الجداول وذلك من أجل إعطاء معلومات إضافية عن بيانات الجدول.
- الهيكل الرئيسي: ويتكون الجدول من أعمدة وصفوف، ويعتبر ترتيب المعلومات في الاعمدة والصفوف أهم خطوة في تكوين الجدول.
- العمود: كل جدول يتكون من عمود أو اكثر ويوجد لكل عمود عنوان يوضح محتوياته.
- الحواشي: قد يحتوي الجدول على مفردات بيانات لا ينطبق عليها عنوان الجدول أو عنوان العمود، ففي هذه الحالة تستعمل الحواشي لتوضيح ذلك وذلك اما بترقيم الملاحظات او باستعمال علامة (*) .. الخ.
- المصدر: قد تؤخذ بيانات الجدول من مصادر جاهزة لذلك يجب إظهار المصدر في أسفل الجدول حتى يمكن الرجوع اليه عند الحاجة.

- أنواع الجداول الاحصائية:
- تقسم الجداول تبعا لدرجة تعقيدها الى:
- <u>جداول بسيطة:</u> وفيها يتكون كل من موضوع الجدول ومادته من بضع أسطر وخانات تتعلق بالتقسيمات الزمانية (أي الأمور التي يتناولها الجدول أمور تتسلسل حسب السنوات) أو المكانية (أي توزيع الظاهرة حسب المكان) أو مؤشرات وصفية بسيطة وبأرقام بسيطة أيضا.
- <u>جداول التوزيع التكراري:</u> وفيها تكون المعطيات مجمعة في فئات بمؤشر أو متغير واحد، ولكل فئة تكراراتها الخاصة عند ذلك المؤشر

- جدول التوزيع التكراري المتجمع: وفيه تجمع التكرارات على التوالي من أحد طرفي الجدول الى طرفة الآخر فنحصل على التكرار الكلي (مجموعة التكرارات)، (فاذا بدأ من أعلى الى أسفل الجدول) سمي جدول تكراري متجمع صاعد، (واذا بدأ من أسفل الى أعلى الجدول) سمي جدول تكرار متجمع نازل أو هابط.

- الجداول المزدوجة أو المركبة: وهي الجداول التي تتكون من متغيرين أو أكثر، وهذه المتغيرات قد توزع على أعمدة وحقول الجدول بصورة نظامية، تعبر عن الافكار العلمية التي يريد الباحث توضيحها عدديا.

وهناك عدة ملاحظات يجب الإنتباه إليها عند عمل جدول التوزيع التكرارى لبيانات المتغير الكمى المتصل:

١- إن تحديد عدد الفئات يتوقف على أمور عدة منها:

- عدد المفردات محل الدراسة
- انتظام وتوزيع تلك البيانات
- طبيعة بيانات المشكلة محل الدراسة

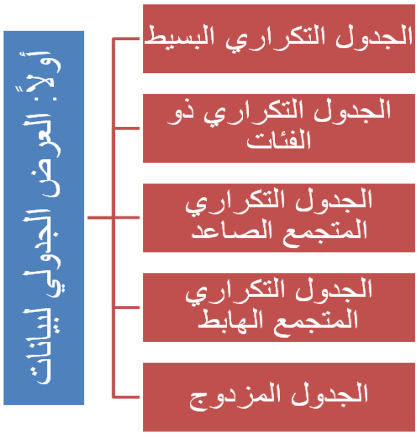
- ٢- طول الفئة لا بد أيضاً من تحديده بعناية حيث يمثل الوجه الآخر للعملة مع عدد الفئات، فمن الأفضل أن يكون تحديده بطريقة تجعل مركز الفئة قريباً من تركز البيانات بتلك الفئة بقدر الإمكان حيث يعبر مركز الفئة عن قيمة كل مفردة من المفردات التي تنتمي لتلك الفئة.

- ٣- أن تكون حدود الفئات واضحة بحيث لا يكون هناك أي تداخل فيما بينها
ومن هنا يمكن إعداد جداول التوزيعات التكرارية للمتغيرات المتصلة بثلاث صور هى:
  - الجداول التكرارية المنتظمة
  - الجداول التكرارية غير المنتظمة
  - الجداول التكرارية المفتوحة

م٢

## تبويب وعرض البيانات الإحصائية

### أولاً: العرض الجدولي للبيانات




### تبويب البيانات في جدول تكراري بسيط

مثال :

البيانات التالية هى درجات حصل عليها عشرون طالباً فى مادة الإحصاء الاجتماعي بالفرقة الأولى قسم الاجتماع فى امتحان نهاية العام :

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 11 | 15 | 14 | 12 | 10 | 15 | 13 | 12 | 10 |
| 14 | 10 | 13 | 12 | 15 | 13 | 12 | 10 | 12 | 15 |

والمطلوب تبويب هذه البيانات فى جدول توزيع تكرارى بسيط ؟

| الدرجة | العلامات | التكرار |
|---|---|---|
| ١٠ | //// | ٤ |
| ١١ | / | ١ |
| ١٢ | ///// / | ٦ |
| ١٣ | /// | ٣ |
| ١٤ | // | ٢ |
| ١٥ | //// | ٤ |
| المجموع | | ٢٠ |

| التقدير | التكرار |
|---|---|
| مقبول | 5 |
| جيد | 9 |
| جيد جداً | 3 |
| ممتاز | 3 |
| المجموع | 20 |

## تبويب البيانات في جدول تكراري ذو فئات:

- المقصود بالفئات

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 67 | 64 | 68 | 73 | 73 | 54 | 61 | 74 | 60 | 78 |
| 80 | 74 | 65 | 63 | 60 | 69 | 72 | 66 | 77 | 65 |
| 74 | 50 | 76 | 69 | 68 | 66 | 78 | 63 | 70 | 55 |
| 67 | 67 | 64 | 76 | 61 | 72 | 72 | 57 | 65 | 77 |
| 59 | 71 | 79 | 78 | 58 | 63 | 74 | 66 | 73 | 67 |
| 61 | 71 | 69 | 68 | 73 | 81 | 64 | 61 | 84 | 55 |

- طريقة كتابة الفئات

١

| ف | ك |
|---|---|
| 20−10 | 5 |
| 30−20 | 20 |
| 40−30 | 50 |
| 50−40 | 25 |

٢

| ف | ك |
|---|---|
| 19−10 | 5 |
| 29−20 | 20 |
| 39−30 | 50 |
| 49−40 | 25 |

٣

| ف | ك |
|---|---|
| −10 | 5 |
| −20 | 20 |
| −30 | 50 |
| −40 | 25 |

٤

| ف | ك |
|---|---|
| 20− | 5 |
| 30− | 20 |
| 40− | 50 |
| 50− | 25 |

**مـثـا ل :**

**قام باحث بجمع بيانات تمثل درجات اختبار مادة الحاسـب الآلـى لخمسين طالباً من طلاب المرحلة الثانية من الثانوية العامـة فـى الجدول التالى :**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 70 | 55 | 51 | 42 | 57 |
| 45 | 60 | 47 | 63 | 53 |
| 33 | 65 | 39 | 82 | 55 |
| 64 | 58 | 61 | 65 | 42 |
| 50 | 52 | 53 | 45 | 55 |
| 25 | 36 | 59 | 63 | 39 |
| 65 | 45 | 49 | 54 | 64 |
| 75 | 42 | 41 | 52 | 78 |
| 30 | 35 | 25 | 48 | 26 |
| 20 | 40 | 55 | 46 | 88 |

**والمطلوب هو إعداد جدول توزيـع تكـرارى ذو فئـات للجـدول السابق؟**

حساب المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

= ٨٨ – ٢٠ = ٦٨

عدد الفئات = ١ + ٣,٣ لو (ن)

= ١ + ٣,٣ × ١,٦٩٩ = ٦,٦١ ............ ٧

طول الفئة = المدى / عدد الفئات

= ٦٨ / ٧ = ٩,٧١ ........................ ١٠

بداية الفئة الأولى هو الحد الأدنى للدرجات (٢٠)

| الفئات | العلامات | التكرار |
|---|---|---|
| 20- | //// | 4 |
| 30- | ~~////~~ / | 6 |
| 40- | ~~////~~ ~~////~~ // | 12 |
| 50- | ~~////~~ ~~////~~ //// | 14 |
| 60- | ~~////~~ //// | 9 |
| 70- | /// | 3 |
| 80-90 | // | 2 |
| المجموع | | 50 |

## تبويب البيانات في الجدول التكراري المتجمع الصاعد:

يقصد بالتكرار المتجمع الصاعد هو تجميع تكرار كل فئة على جميع التكرارات السابقة لها بحيث يكون مجموع التكرار التصاعدي للفئة الأخيرة مساوي لمجموع التكرارات

| الفئات | العلامات | التكرار |
|---|---|---|
| 20- | //// | 4 |
| 30- | ///// / | 6 |
| 40- | ///// ///// // | 12 |
| 50- | ///// ///// //// | 14 |
| 60- | ///// //// | 9 |
| 70- | /// | 3 |
| 80-90 | // | 2 |
| المجموع | | 50 |

| حدود الفئات | التكرار المتجمع الصاعد |
|---|---|
| أقل من ٢٠ | صفر |
| أقل من ٣٠ | ٤ |
| أقل من ٤٠ | ١٠ |
| أقل من ٥٠ | ٢٢ |
| أقل من ٦٠ | ٣٦ |
| أقل من ٧٠ | ٤٥ |
| أقل من ٨٠ | ٤٨ |
| أقل من ٩٠ | ٥٠ |

## تبويب البيانات في الجدول التكراري المتجمع الهابط:

يقصد بالتكرار المتجمع الهابط هو تجميع تكرار كل فئة على جميع التكرارات التالية لها بحيث يكون مجموع التكرار التنازلي للفئة الأولى مساوي لمجموع التكرارات

| الفئات | العلامات | التكرار |
|---|---|---|
| 20- | //// | 4 |
| 30- | ~~////~~ / | 6 |
| 40- | ~~////~~ ~~////~~ // | 12 |
| 50- | ~~////~~ ~~////~~ //// | 14 |
| 60- | ~~////~~ //// | 9 |
| 70- | /// | 3 |
| 80-90 | // | 2 |
| المجموع | | 50 |

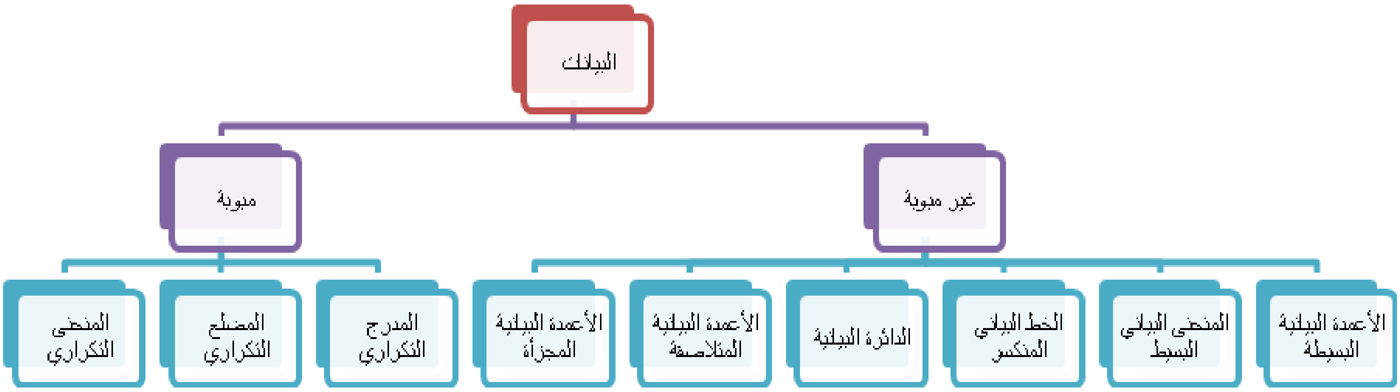
| حدود الفئات | التكرار المتجمع الهابط |
|---|---|
| ٢٠ فأكثر | ٥٠ |
| ٣٠ فأكثر | ٤٦ |
| ٤٠ فأكثر | ٤٠ |
| ٥٠ فأكثر | ٢٨ |
| ٦٠ فأكثر | ١٤ |
| ٧٠ فأكثر | ٥ |
| ٨٠ فأكثر | ٢ |
| ٩٠ فأكثر | صفر |

## تبويب البيانات في الجدول المزدوج:

التوزيع المشترك بين النوع وحضور المحاضرات

| | النوع | | المجموع |
|---|---|---|---|
| | إناث | ذكور | |
| عدم الحضور | ٥٤ | ١١٧ | ١٧١ |
| الحضور | ٣٤٨ | ٩٥٠ | ١٢٩٨ |
| المجموع | ٤٠٢ | ١٠٦٧ | ١٤٦٩ |

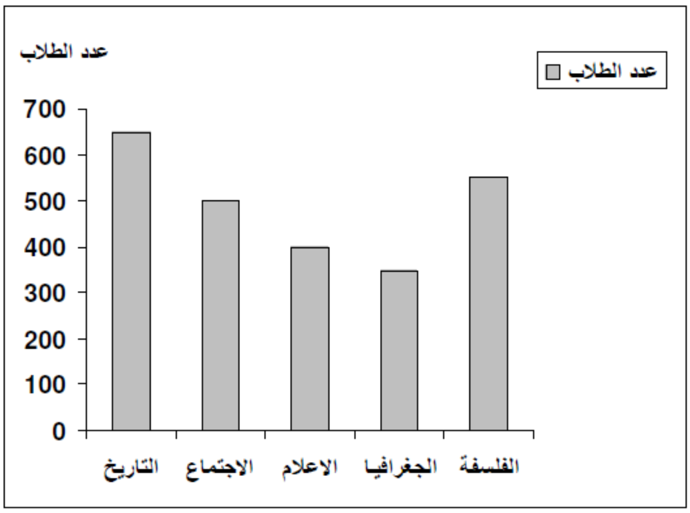
## ثانيا : العرض البياني للبيانات



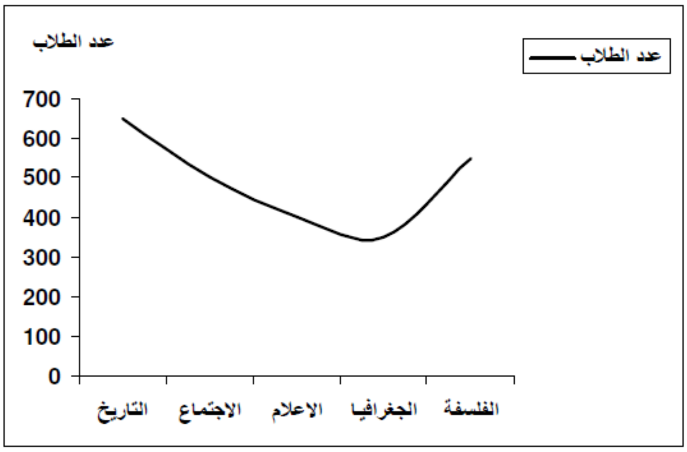

### الأعمدة البيانية البسيطة:

**الجدول التالى يوضح أعداد الطلاب ببعض أقسام كلية الآداب جامعة المنصورة والمطلوب عرض هذه البيانات باستخدام طريقة الأعمدة البيانية البسيطة ؟**

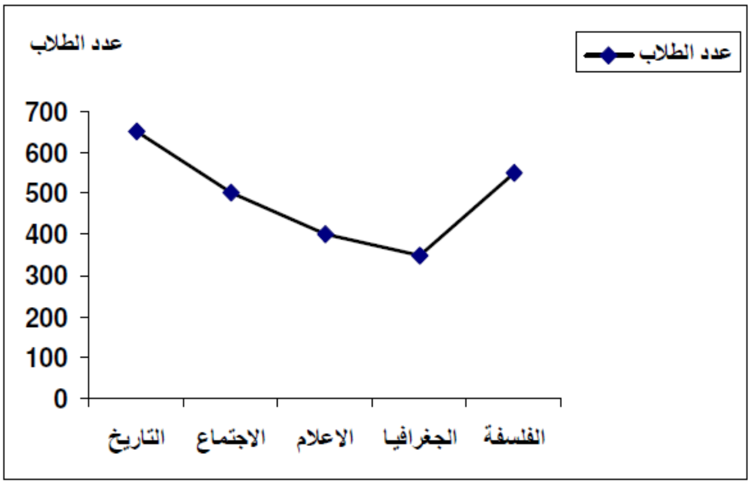
| القسم | التاريخ | الاجتماع | الإعلام | الجغرافيا | الفلسفة |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد الطلاب | 650 | 500 | 400 | 350 | 550 |



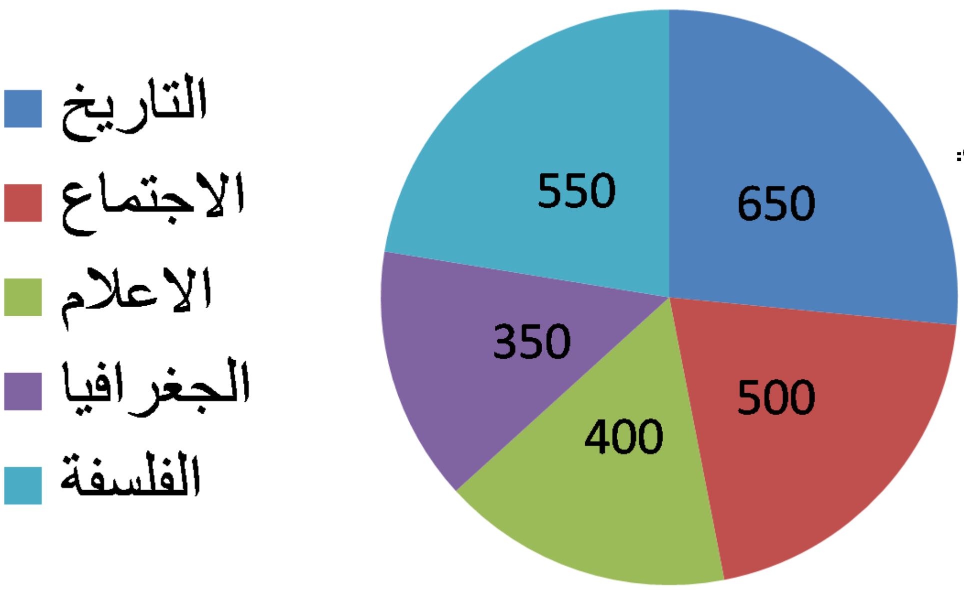
المنحنى البياني البسيط:




الخط البياني المنكسر :



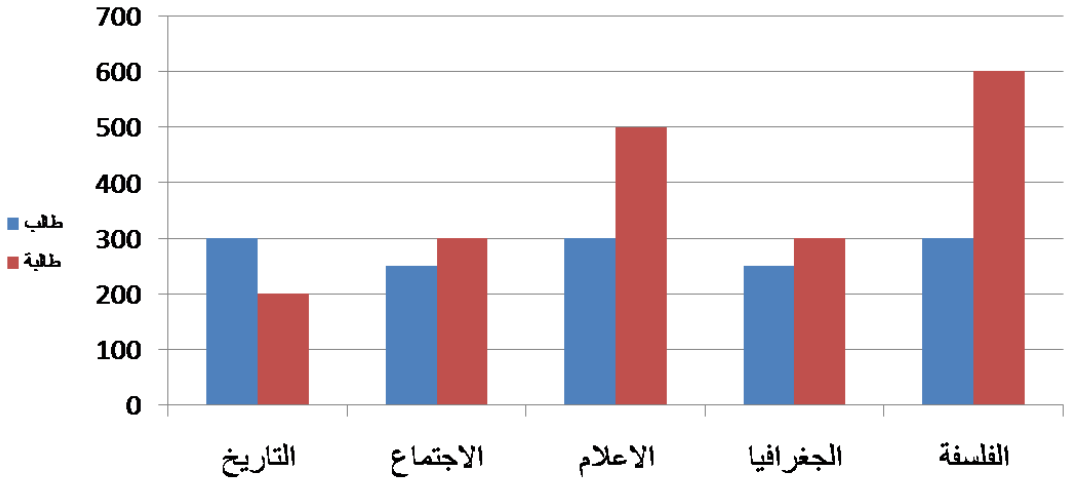

الدائرة البيانية:



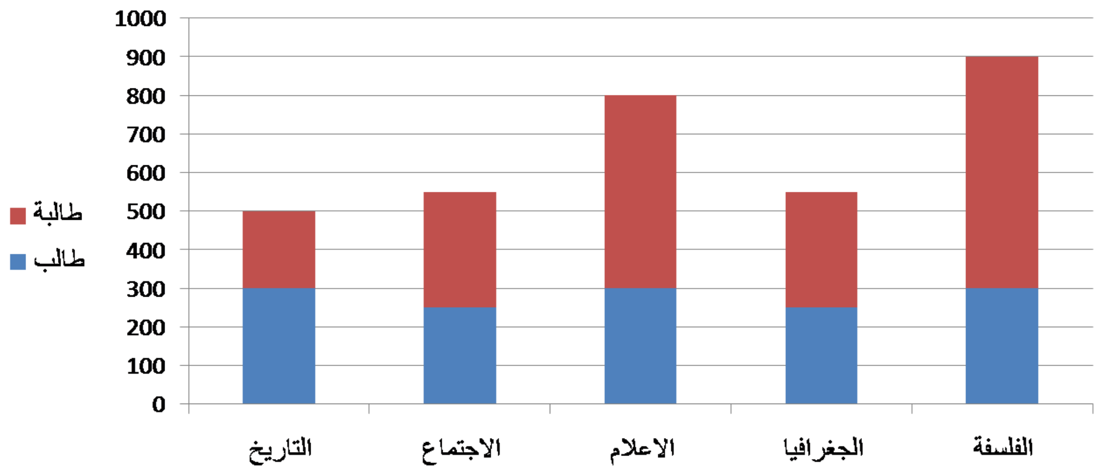
### الأعمدة البيانية المتلاصقة:

الجدول التالي يوضح أعداد الطلاب ببعض أقسام كلية الآداب بجامعة الملك فيصل والمطلوب عرض هذه البيانات باستخدام طريقة الأعمدة المتلاصقة.

| القسم | التاريخ | الاجتماع | الاعلام | الجغرافيا | الفلسفة |
|---|---|---|---|---|---|
| طالب | ٣٠٠ | ٢٥٠ | ٣٠٠ | ٢٥٠ | ٣٠٠ |
| طالبة | ٢٠٠ | ٣٠٠ | ٥٠٠ | ٣٠٠ | ٦٠٠ |

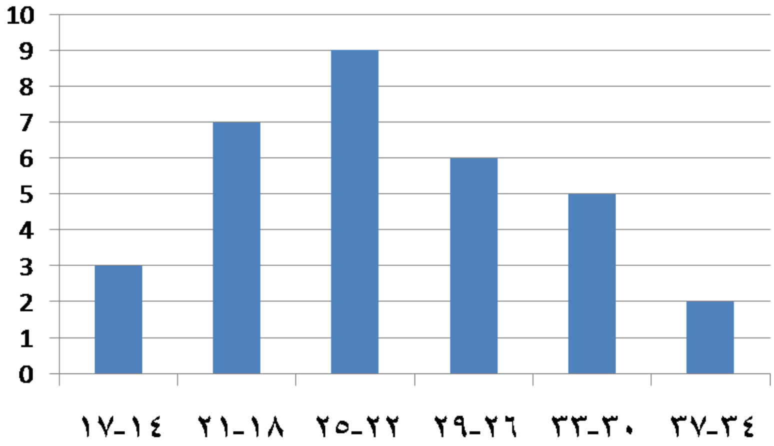



### الأعمدة البيانية المجزأة:

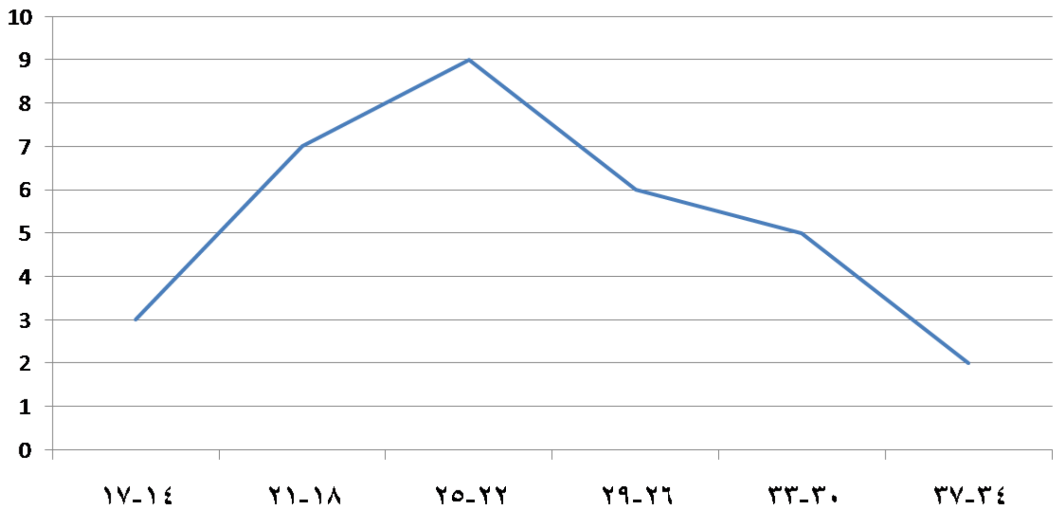


## المدرج التكراري:

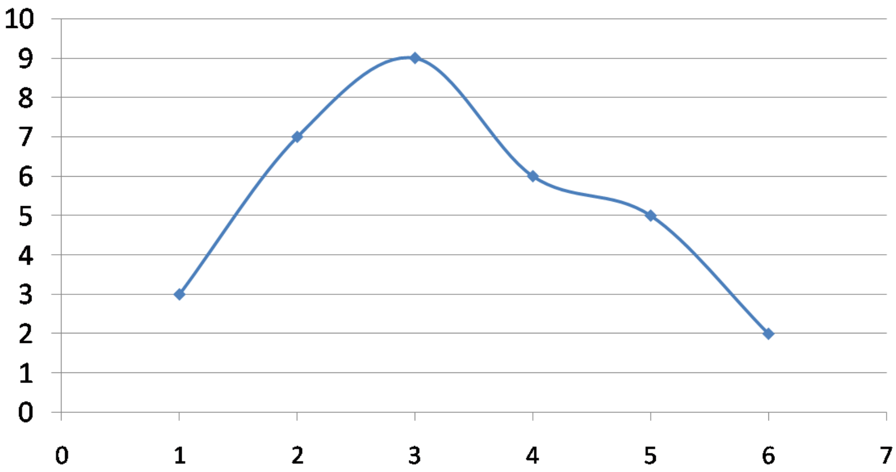
| الفئات | التكرارات |
| --- | --- |
| ١٤-١٧ | ٣ |
| ١٨-٢١ | ٧ |
| ٢٢-٢٥ | ٩ |
| ٢٦-٢٩ | ٦ |
| ٣٠-٣٣ | ٥ |
| ٣٤-٣٧ | ٢ |
| المجموع | ٣٢ |




## المضلع التكراري:




## المنحنى التكراري:



تمارين:

**1- حصل عدد من الطلاب فى مادة الإحصاء على الدرجات التالية :**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 3 | 2 | 4 | 3 | 5 | 4 | 4 | 5 |
| 4 | 3 | 5 | 2 | 3 | 6 | 1 | 4 | 7 | 3 |
| 1 | 4 | 2 | 4 | 3 | 5 | 6 | 2 | 3 | 7 |

**المطلوب : تكوين جدول تكرارى بسيط لهذه الدرجات.**

**2- تمثل البيانات التالية تقديرات عشرون طالبا فى مادة علم النفس والمطلوب وضعها فى جدول تكرارى بسيط لتلك التقديرات .**

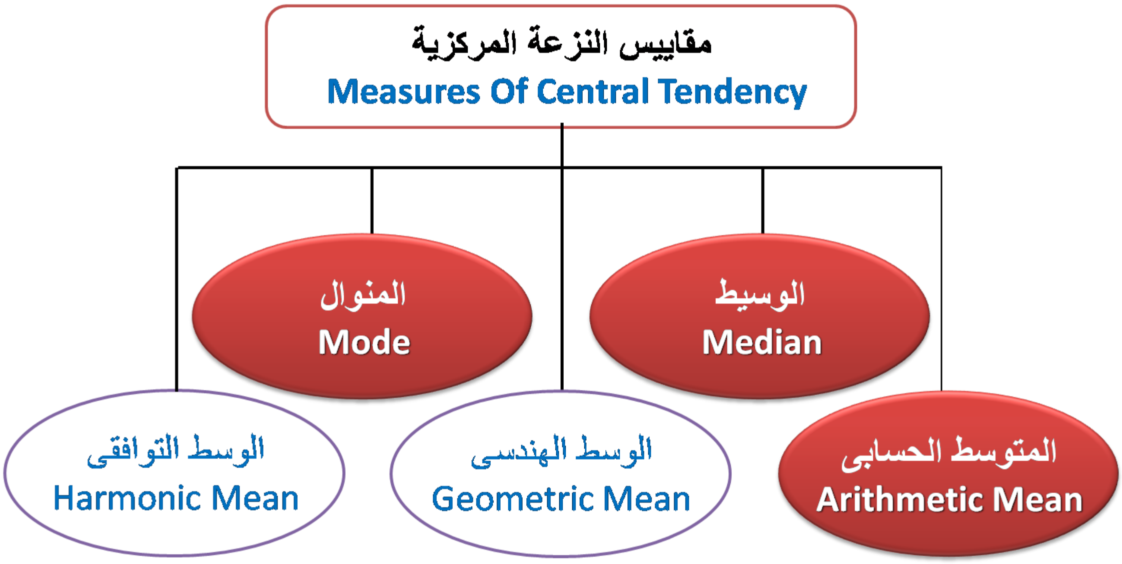
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| جيد | مقبول | جيد جدا | مقبول | ممتاز |
| مقبول | جيد | ضعيف | جيد | جيد جدا |
| جيد | ضعيف | مقبول | ممتاز | جيد |
| مقبول | جيد | مقبول | جيد | جيد جدا |

**مقاييس النـزعة المركزية**
**(المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال)**

كل ظاهرة في الحياة العامة لها ميل للتجمع حول نقطة معينة ؛ ومن ثم إذا استطعنا تحديد هذه النقطة فإننا سنصل إلى قيمة متوسطة تتجمع حولها القيم

الميل إلى التجمع حول هذه يسمى القيمة بالنزعة المركزية

وتسمى المقاييس المستخدمة مقاييس النزعة المركزية




يسمى الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، مقاييس النزعة المركزية لأن كلا منها يحاول أن يصف نقطة تجمع مشاهدات التوزيع

**أهمية مقاييس النزعة المركزية**

عند معرفتنا بتلك المتوسطات (مقاييس النزعة المركزية) يصبح أمامنا فرصة كبيرة لأن :

ننظر لمتوسط مجموعة من البيانات لنعرف الكثير عن خصائص تلك المجموعة

- نعقد مقارنة بين عدة مجموعات من البيانات في وقت واحد وذلك من خلال مقارنة متوسطات تلك المجموعات بعضها ببعض .

**الوسط الحسابى**

يعد من أكثر المقاييس المستخدمة فى الاحصاء حيث انه بسيط وسهل الفهم و يصلح للمقارنة بين المجموعات.

إذا كانت قيم المتغير (x) هــى $x_1 , x_2 , \dots , x_n$ حيث (n) يمثل حجم المجموعة ؛ فإن الوسط الحسابى يمكن التعبير عنه على النحو التالى :-

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}$$

الوسط الحسابي = $\dfrac{\text{مجموع قيم البيانات}}{\text{عددها}}$ أي $\bar{x} = \dfrac{\sum x}{n}$

س ١ : درجات خمسة طلاب في مقرر ما [الدرجة العظمى 20] هي : 10 , 12 , 7 , 2 , 9 .

أوجد الوسط الحسابي لدرجاتهم .

ج ١ : $\bar{x} = \dfrac{\sum x}{n} = \dfrac{9+2+7+12+10}{5} = \dfrac{40}{5} = 8$

**من هذا المثال البسيط يمكن ملاحظة الخصائص العامة التالية للوسط الحسابي :**

- يمكن تحديد قيمة الوسط الحسابي بالضبط، كما أن طريقة تحديده سهلة .
- يأخذ في الاعتبار جميع البيانات .

لا يتأثر بترتيب البيانات

لا يُشترط أن يكون الوسط الحسابي عدداً صحيحاً ولا يُشترط أن يكون إحدى قيم البيانات ولكنه قيمة تقع بين أقل قيمة في البيانات وأكبر قيمة فيها

**يتأثر بالقيم المتطرفة في البيانات [كما يتضح من السؤالين التاليين]**

س ٢ : احسب الوسط الحسابي للقيم:

**40, 50, 45, 55, 35**

ج ٢ :

$$\frac{40+50+45+55+35}{5}=\frac{225}{5}=45$$

س ٣ : احسب الوسط الحسابي للقيم:

**10 , 15 , 12 , 13 , 900**

ج ٣ :

$$\frac{40+50+45+55+995}{5}=\frac{285}{5}=57$$

**حاصل ضرب قيمة الوسط الحسابي في عدد البيانات = مجموع قيم البيانات**

وهذا واضح من تعريف الوسط الحسابي :

$$\bar{x}=\frac{\sum x}{n} \xrightarrow[\text{أن}]{\text{تعني}} n\times\bar{x}=\sum x$$

فمثلاً

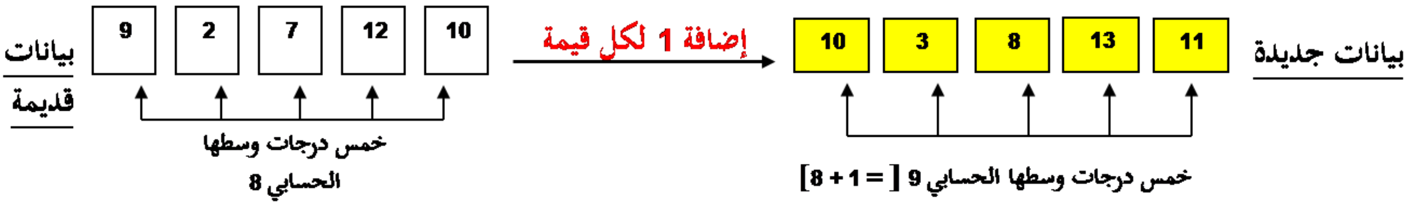
| 9 | 2 | 7 | 12 | 10 |
|---|---|---|---|---|

خمس درجات وسطها الحسابي 8

$$\underbrace{5\times8}_{=40}=\underbrace{9+2+7+12+10}_{=40}$$

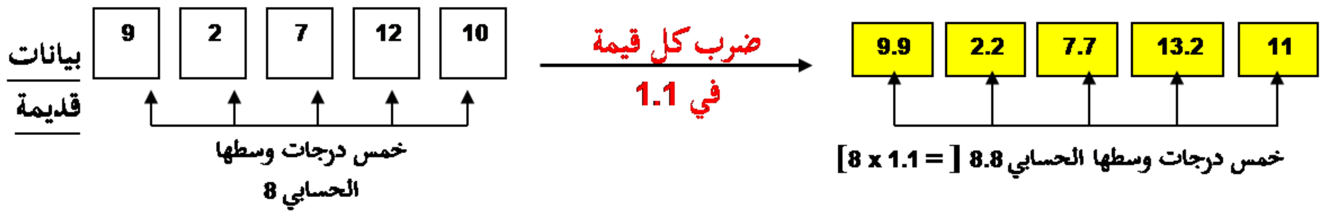
- إذا أضفنا عدد ثابت $c$ لكل قيمة من قيم البيانات، فإن :

| |
|---|
| الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي القديم + العدد الثابت $c$ |




إذا ضربنا كل قيمة من قيم البيانات في عدد ثابت $c$ ، فإن

| |
|---|
| الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي القديم x العدد الثابت $c$ |




| |
|---|
| اعتبر نفسك مدرساً للطلاب الخمسة المذكورين في س ١ [كانت درجاتهم (من 20) كالتالي : 9 , 2 , 7 , 12 , 10] وأردت أن تحسن من الوسط الحسابي لدرجاتهم ، أيهما أفضل : أن نزيد درجة كل طالب 5 درجات أم نزيد درجة كل طالب 50% من قيمتها ؟ علل إجابتك . |

## حساب الوسط الحسابي لبيانات غير مبوبة

س : أوجد الوسط الحسابي للأرقام :

**5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 3 , 3 , 6 , 6 , 4 , 4 , 4 , 4 , 4 , 2 , 2 , 8 , 8 , 8**

ج / بتطبيق مباشر للتعريف :

$$\bar{x} = \frac{(5+5+5+5+5+5)+(3+3)+(6+6)+(4+4+4+4+4)+(2+2)+(8+8+8)}{20} = \frac{96}{20} = 4.8$$

لاحظ أن الرقم 5 متكرر 6 مرات ، الرقم 3 مرتان ، والرقم 6 مرتان ، والرقم 4 متكرر 5 مرات ، والرقم 2 مرتان ، والرقم 8 ثلاث مرات ، وبالتالي يمكن عمل العملية الحسابية السابقة كالآتي :

$$\bar{x} = \frac{(6 \times 5)+(2 \times 3)+(2 \times 6)+(5 \times 4)+(2 \times 2)+(3 \times 8)}{6+2+2+5+2+3}$$

$$= \frac{30+6+12+20+4+24}{20} = \frac{96}{20} = \underline{\underline{4.8}}$$

وهذا يمكن إنجازه بيسر من خلال الجدول التكراري للبيانات كالتالي :

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{96}{20} = 4.8$$

| المتغير $x$ | التكرار $f$ | $fx$ |
|---|---|---|
| 5 | 6 | 30 |
| 3 | 2 | 6 |
| 6 | 2 | 12 |
| 4 | 5 | 20 |
| 2 | 2 | 4 |
| 8 | 3 | 24 |
| | 20 | 96 |
| | $\sum f = 20$ | $\sum fx = 96$ |

أي أنه في حالة البيانات الكمية المتقطعة ذات التكرارات يمكن حساب الوسط الحسابي من العلاقة :

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

حيث $\sum f$ هو مجموع التكرارات

$\sum fx$ هو مجموع حاصل ضرب كل قيمة في تكرارها

س: من مائة رقم يتكرر الرقم 4 عشرون مرة، والرقم 5 أربعون مرة، والرقم 6 ثلاثون مرة، والباقي كانوا الرقم 7 احسب الوسط الحسابي للمائة رقم .

ج: بتكوين الجدول التكراري للأرقام المذكورة ، ثم بضرب كل قيمة في تكرارها والتجميع [عمود $fx$] يكون الوسط الحسابي للأرقام المذكورة هو :

| الجدول التكراري | | |
|---|---|---|
| المتغير $x$ | التكرار $f$ | $fx$ |
| 4 | 20 | 80 |
| 5 | 40 | 200 |
| 6 | 30 | 180 |
| 7 | 10 | 70 |
| | 100 | 530 |

$\sum f = 100 \quad \sum fx = 530$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{530}{100} = \underline{\underline{5.3}}$$

حساب الوسط الحسابي لبيانات مبوبة

عندما نتعامل مع بيانات متصلة تُعطى فيها قيم المتغير على صورة فترات، فيمكن اعتبار أن جميع القيم داخل الفترة مطابقة لمركز الفئة ، وبالتالي يمكن استخدام الصيغة السابقة لحساب الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f}$$

حيث $\sum f$ هو مجموع التكرارات ، $\sum f x_0$ هو مجموع حاصل ضرب مركز كل فئة في تكرار الفئة

ففي المثال التالي والذي يوضح اطوال سيقان الزهار بالسنتيمتر، يكون الوسط الحسابي لأطوال سيقان الأزهار هو:

x

الجدول التكراري

| الفئة | المتغير $x$ (الطول) | التكرار $f$ | مركز الفئة $x_0$ | $fx_0$ |
|---|---|---|---|---|
| الأولى | $0 \le x < 20$ | 4 | 10 | 40 |
| الثانية | $20 \le x < 30$ | 16 | 25 | 400 |
| الثالثة | $30 \le x < 35$ | 12 | 32.5 | 390 |
| الرابعة | $35 \le x < 40$ | 10 | 37.5 | 375 |
| الخامسة | $40 \le x < 50$ | 6 | 45 | 270 |
| السادسة | $50 \le x < 60$ | 2 | 55 | 110 |
| | | $\sum f = 50$ | | $\sum f x_0 = 1585$ |

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{1585}{50} = \underline{\underline{31.7}}$$

**مزايا وعيوب الوسط الحسابي**

**من كل ما سبق يمكن استعراض مزايا وعيوب الوسط الحسابي كالتالي :**

- يمكن تحديد قيمة الوسط الحسابي بالضبط، كما أن طريقة تحديده سهلة [ميزة].
يأخذ في الاعتبار جميع البيانات [ميزة] .

- لا يتأثر بترتيب البيانات [ميزة] .
يتأثر بالقيم المتطرفة في البيانات [عيب]

لا يمكن حسابه بالرسم ، أي بيانياً [عيب]

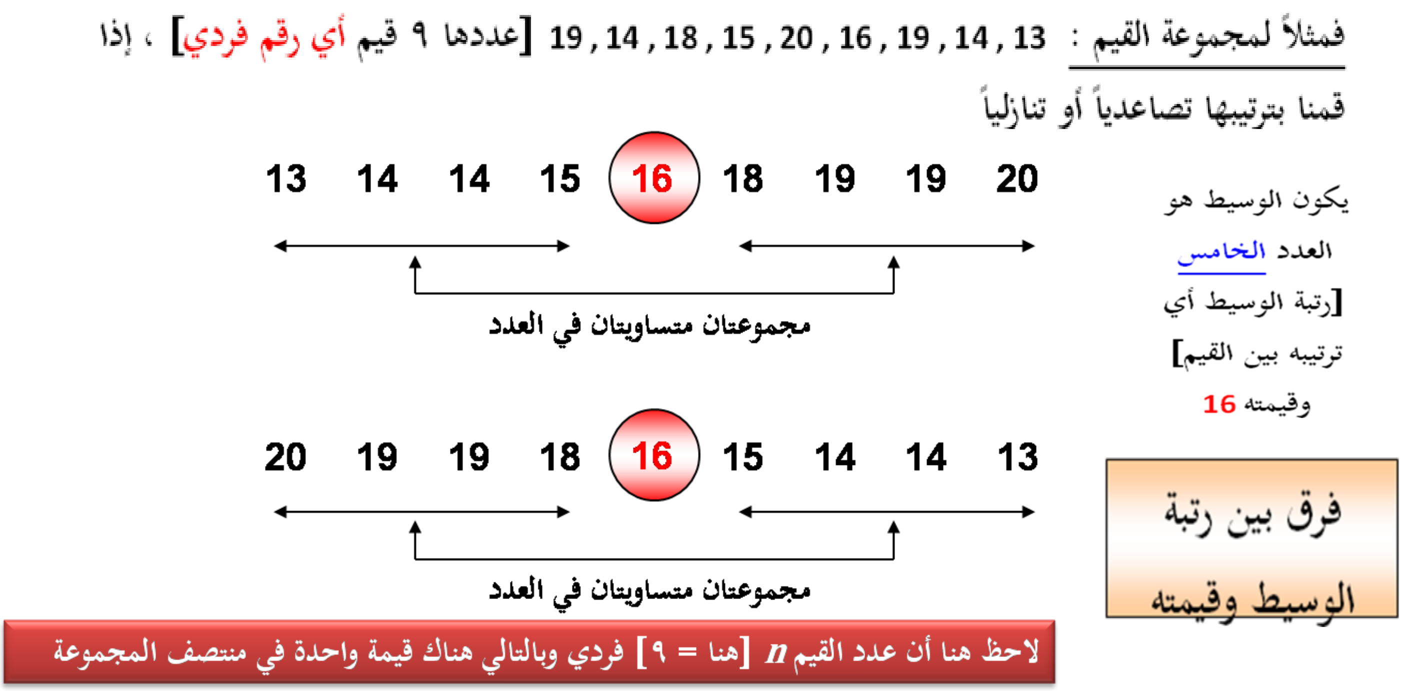
# الوسيط

**استخدام الوسيط فى حالة التعامل مع**

- البيانات التى تكثر بها القيم الشاذة.
- الجداول التكرارية المفتوحة من أحد طرفيها أو من كليهما.
  التوزيعات التكرارية غير المتساوية فى طول الفئات

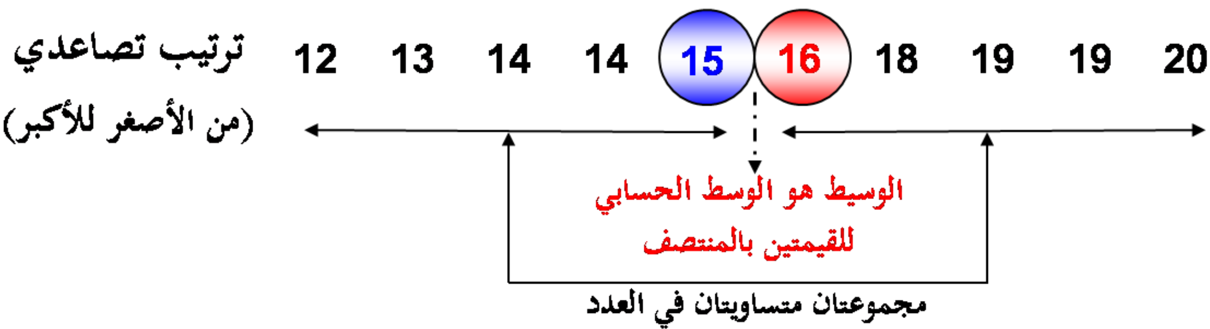
**<u>تعريف الوسيط :</u>**

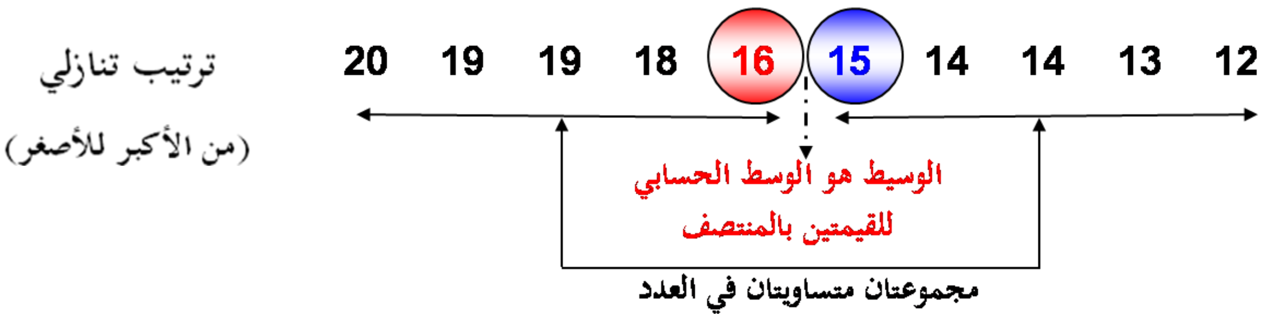
(ببساطة) يُعرف الوسيط [وسنرمز له بالرمز $M$] لمجموعة من القيم <u>(المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً حسب قيمها)</u> على أنه القيمة التي تقسم مجموعة القيم إلى مجموعتين متساويتين في العدد ، أو بتعبير آخر هي القيمة التي في المنتصف



أما لمجموعة القيم : 12 , 13 , 14 , 19 , 16 , 20 , 15 , 18 , 14 , 19 [عددها ١٠ قيم (أي رقم زوجي)

حيث أضفنا القيمة 12 للمجموعة السابقة] ، إذا قمنا بترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً




في هذه الحالة توجد قيمتان بالمنتصف وهما القيمة الخامسة والقيمة السادسة [وهما العددان 16 , 15] ،

عندئذ يكون الوسيط هو الوسط الحسابي لهاتين القيمتين ، أي :

$$\frac{15+16}{2} = 15.5$$

إذن من السابق يمكن استنتاج طريقة حساب الوسيط لمجموعة من القيم كالآتي :

- قم أولاً بترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً .
- حدد ما إذا كانت هناك قيمة واحدة بالمنتصف أم قيمتين، وهذا يتوقف على قيمة

| فإذا كانت $n$ فردية | وإذا كانت $n$ زوجية |
|---|---|
| كانت هناك قيمة واحدة في المنتصف رتبتها $\frac{n+1}{2}$ وتكون هذه القيمة هي الوسيط | كانت هناك قيمتان في المنتصف رتبتهما $\frac{n}{2}$ ، $\frac{n}{2}+1$ ويكون الوسط الحسابي لهاتين القيمتين هو الوسيط |

**فمثلاً**

تذكر :

الوسط الحسابي لهذه القيم هو :

$$\frac{9+2+7+12+10}{5}=8$$

$n = 5$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 9 | 2 | 7 | 12 | 10 |

ترتيب تصاعدي

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 7 | 9 | 10 | 12 |

هناك قيمة **واحدة** في المنتصف رتبتها :

$$\frac{n+1}{2}=\frac{5+1}{2}=3$$

أي القيمة **الثالثة** . وتكون تلك القيمة هي الوسيط . أي أن :

**الوسيط = 9**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 2 | 7 | 12 | 10 | 500 |

ترتيب تصاعدي

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 7 | 9 | 10 | 12 | 500 |

هناك قيمتان في المنتصف رتبتهما :

$$\frac{n}{2}=\frac{6}{2}=3 \quad , \quad 3+1=4$$

أي القيمتان الثالثة والرابعة ، وتكون قيمة **الوسيط** هي الوسط الحسابي لهاتين القيمتين ، أي :

$$\frac{9+10}{2}=9.5$$

الوسط الحسابي لهذه القيم هو

$$\frac{9+2+7+12+10+500}{6}=90$$

وواضح تأثره كثيراً بالقيمة المتطرفة 500

**هل لاحظت أن الوسيط لم يتأثر بالقيمة المتطرفة 500**

**لاحظ من الأمثلة السابقة أن كلاً من المتوسطين الوسط الحسابي و الوسيط من السهل حسابهما ومن الممكن أن يمثل كل منهما مقياساً للنزعة المركزية للبيانات ، لكن الأفضل (نسبياً هنا) أن نستخدم الوسط الحسابي كمقياس للنزعة المركزية للبيانات حيث أنه يأخذ في الاعتبار جميع قيم البيانات، بينما يهتم الوسيط بقيم البيانات في المنتصف (وذلك بعد ترتيبها) .**

مثال آخر : الأجر (بالريال) في الساعة لخمسة عاملين في مكتب هو : 37 , 92 , 32 , 39 , 25 . احسب الوسط الحسابي للأجور ووسيط هذه الأجور . أيهما تفضل كمقياس لمتوسط أجر الساعة ؟ ولماذا ؟

**الوسط الحسابي للأجور هو :** $\bar{x}=\frac{\sum x}{n}=\frac{25+39+32+92+37}{5}=\frac{225}{5}=45$

**أما لتحديد الوسيط ، فلابد أولاً من ترتيب القيم (تصاعدياً مثلاً) :** **25 , 32 , 37 , 39 , 92**

**وحيث أن عدد القيم فردي ، إذن هناك قيمة واحدة في المنتصف [هي 37] وهي الوسيط**

لاحظ في هذا السؤال أن الوسط الحسابي (بالرغم من عدم احتياجه لترتيب القيم وفي نفس الوقت يأخذ في الاعتبار جميع قيم البيانات) إلا أنه تأثر جداً بالقيمة المتطرفة 92 ، في حين لم يتأثر بها الوسيط لأنه يعتمد على البيانات في المنتصف . لذا <u>يُفضل هنا استخدام الوسيط</u> كمقياس للنزعة المركزية حيث يعطي <u>دلالة أفضل</u> لمتوسط الأجور من الوسط الحسابي

**الوسيط لبيانات كمية متصلة:**

يمكن حساب الوسيط للبيانات الكمية المتصلة من خلال الرسم
وكذلك من خلال المعادلات الاحصائية بسهولة

الوسيط من خلال الرسم البياني يتم كالتالي

الجدول التالى يوضح العلاقة بين فئات الدخل بأحد المصانع وعدد العمال والمطلوب من واقع بيانات الجدول حساب الوسيط بالرســـم من جدول التكرار المتجمع الصاعد والهابط معاً .

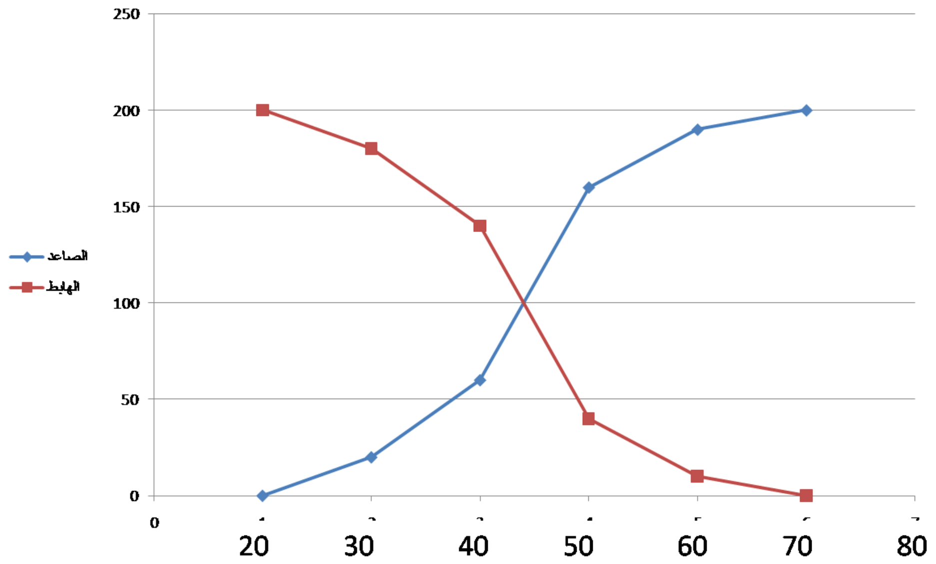
| فئات الدخل | 20- | 30- | 40- | 50- | 60-70 |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد العمال | 20 | 40 | 100 | 30 | 10 |

| الحدود العليا للفئات | ك. م. ص |
|---|---|
| أقل من ٢٠ | صفر |
| أقل من ٣٠ | ٢٠ |
| أقل من ٤٠ | ٦٠ |
| أقل من ٥٠ | ١٦٠ |
| أقل من ٦٠ | ١٩٠ |
| أقل من ٧٠ | ٢٠٠ |

| الحدود العليا للفئات | ك. م. هـ |
|---|---|
| ٢٠ فأكثر | ٢٠٠ |
| ٢٠ فأكثر | ١٨٠ |
| ٢٠ فأكثر | ١٤٠ |
| ٢٠ فأكثر | ٤٠ |
| ٢٠ فأكثر | ١٠ |
| ٢٠ فأكثر | صفر |

<u>طريقة تحديد الوسيط من :</u>

- من المنحنى المتجمع الصاعد فقط
- من المنحنى المتجمع الهابط فقط .
- من المنحنيين معاً




قيمة الوسيط = ٤٤

**الوسيط من خلال المعادلات الاحصائية:**

**مثال :** في دراسة جغرافية لعدد من مساحات مجموعة من الأراضي لمنطقة سكنية بالرياض تبين أن التوزيع التكراري لها كما هو مبين .

| المساحة (بالكيلومتر) | عدد قطع الأراضي |
|---|---|
| 1 - | 14 |
| 3 - | 29 |
| 5 - | 18 |
| 7 - 10 | 9 |

المتغير $x$ هنا هو مساحة الأرض (بالكيلومتر) ، في حين يمثل عدد قطع الأراضي التكرار $f$ .

أولاً : الوسط الحسابي : نستكمل الجدول التكراري كما هو مبين :

الجدول التكراري

| الفئة | المتغير (المساحة) | التكرار $f$ | المركز $x_0$ | $f\,x_0$ |
|---|---|---|---|---|
| الأولى | $1 \le x < 3$ | 14 | 2 | 28 |
| الثانية | $3 \le x < 5$ | 29 | 4 | 116 |
| الثالثة | $5 \le x < 7$ | 18 | 6 | 108 |
| الرابعة | $7 \le x < 10$ | 9 | 8.5 | 76.5 |
| | | $\sum f = 70$ | | $\sum f\,x_0 = 328.5$ |

$$\therefore \quad \bar{x} = \frac{\sum f\,x_0}{\sum f} = \frac{328.5}{70} = 4.692857143 \cong \underline{\underline{4.7}}$$

أي أن **الفئة الوسيطية** هي تلك الفئة التي يقع داخلها الوسيط

وهنا يتبادر إلى الذهن سؤالان هامان :

**السؤال الأول :** هل من الممكن تحديد الفئة الوسيطية من الجدول التكراري مباشرةً أم لازم نعمل الجدول التكراري المتجمع الصاعد ونرسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ؟ .

**السؤال الثاني :** هل من الممكن [بعد تحديد الفئة الوسيطية] تحديد الوسيط من الجدول التكراري مباشرة دون الحاجة للجدول التكراري المتجمع الصاعد أو المضلع التكراري المتجمع الصاعد ؟ .

والإجابة على السؤالين : نعم يمكن تحديد الفئة الوسيطية من الجدول التكراري مباشرةً ، ثم بعد ذلك يمكن أيضاً من هذا الجدول التكراري تحديد قيمة الوسيط دون أن نحتاج لعمل جدول تكراري متجمع صاعد ورسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ، وذلك كالتالي:

بالنسبة للسؤال الأول [تحديد الفئة الوسيطية]

(١) احسب أولاً نصف مجموع التكرارات .
(٢) ابدأ بالرقم صفر في ذهنك وزود تكرارات الفئات على التوالي وكل مرة قارن بنصف مجموع التكرارات السابق . أول ما يزيد الناتج عن نصف المجموع السابق أو يساويه تكون آخر فئة زودنا تكرارها تكون هي الفئة الوسيطية .

**ويتم ذلك كالتالي**

| الجدول التكراري | | |
|---|---|---|
| الفئة | المتغير (المساحة) | التكرار $f$ |
| الأولى | $1 \le x < 3$ | 14 |
| الثانية | $3 \le x < 5$ | 29 |
| الثالثة | $5 \le x < 7$ | 18 |
| الرابعة | $7 \le x < 10$ | 9 |
| | | $\sum f = 70$ |

- احسب $\frac{1}{2}\sum f$ ⟵ $\frac{1}{2}\sum f = \frac{70}{2} = 35$
- نبدأ بالصفر [في ذهننا]
- نزود على الصفر السابق تكرار الفئة الأولى [14] ينتج 14

14 أقل من 35 ، يبقى الفئة الأولى ليست الفئة الوسيطية

- نزود على الـ 14 الأخيرة تكرار الفئة الثانية [29] ينتج 43

43 أكبر من 35 ، يبقى الفئة الثانية هي الفئة الوسيطية

**<u>وبالنسبة للسؤال الثاني [تحديد الوسيط (بعد ما حددنا الفئة الوسيطية)]</u>**

(١) حدد الحد الأدنى للفئة الوسيطية وأيضاً طولها

(٢) احسب ما يُسمى بـ "<u>التكرار المتجمع السابق</u>" = مجموع تكرار الفئات السابقة للفئة الوسيطية

(٣) احسب الوسيط من العلاقة :

$$\text{الوسيط } M = \text{الحد الأدنى للفئة الوسيطية} + \left[\frac{(\text{نصف مجموع التكرارات} - \text{التكرار المتجمع السابق})}{\text{تكرار الفئة الوسيطية}} \times \text{طول الفئة الوسيطية}\right]$$

**<u>الفئة الوسيطية هي الفئة الثانية :</u>**

حدها الأدنى 3 وطولها 2 [ = 3 − 5] وتكرارها 29

- **<u>التكرار المتجمع السابق :</u>**

يساوي مجموع تكرارات الفئات السابقة للفئة الوسيطية [أي تكرار الفئة الأولى فقط] = 14

| الجدول التكراري | | |
|---|---|---|
| التكرار $f$ | المتغير (المساحة) | الفئة |
| 14 | $1 \le x < 3$ | الأولى |
| 29 | $3 \le x < 5$ | الثانية |
| 18 | $5 \le x < 7$ | الثالثة |
| 9 | $7 \le x < 10$ | الرابعة |
| $\sum f = 70$ | | |

الفئة الوسيطية ←

- **<u>بالتعويض في القانون السابق :</u>**

$$M = 3 + \left[\frac{35 - 14}{29} \times 2\right] = 3 + \left[\frac{21}{29} \times 2\right] = 3 + 1.44827 = 4.44827 \cong 4.4$$

تُسمى الطريقة الحسابية السابقة (لحساب الوسيط) بـ "<u>طريقة الاستكمال</u>"

# المنوال

تعريف المنوال [الشائع

يُعرف المنوال لمجموعة من القيم على أنه القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها أو القيمة الأكثر شيوعاً [لذا يُسمى في بعض الأحيان بال "الشائع"] . وأحياناً يُرمز للمنوال بالرمز

فمثلاً :

مجموعة القيم : لها منوال 9

18 12 11 10 10 9 9 9 7 5 2 2

ومجموعة القيم : ليس لها منوال [أو عديمة المنوال]

16 15 12 10 8 5 3 9

ومجموعة القيم : لها منوالان 4 , 7

9 7 7 7 5 5 4 4 4 3 2

أي أن مجموعة القيم قد تكون وحيدة المنوال [لها منوال واحد] ، وقد تكون عديدة المنوال [منوالان أو أكثر] وقد تكون عديمة المنوال [لا يوجد لها منوال]

7 7 6 6 5 5 4 4

فقد تتسرع وتقول أنها رباعية المنوال ومناولها : 4 , 5 , 6 , 7
لكن [حيث أن جميع القيم لها نفس التكرار] هذه المجموعة الأخيرة عديمة المنوال

والمنوال [مقارنةً بالوسط الحسابي والوسيط] به العديد من العيوب منها :

أنه لا يأخذ في الاعتبار جميع البيانات ولكنه يهتم فقط بالقيم الأكثر تكراراً

- أنه قد لا يتواجد أو قد يكون هناك أكثر من منوال للبيانات .

إلا أنه أيضاً يتميز ببعض المزايا منها :

أنه أسرع في تحديده من الوسط والوسيط

- من الممكن تحديده للتوزيعات التكرارية للبيانات المنفصلة سواء كانت تلك البيانات كمية متقطعة أو نوعية [والبيانات الأخيرة (النوعية) لا يمكن حساب الوسط الحسابي لها أو الوسيط]

بيانات منفصلة

| درجات طلاب في مقرر الإحصاء | |
|---|---|
| عدد الطلاب | درجة الطالب |
| 28 | 12 |
| 24 | 14 |
| 39 | 16 |
| 9 | 18 |

بيانات كمية متقطعة

لها منوال وحيد وهو "الدرجة 16"

| درجات طلاب في مقرر الإنجليزي | |
|---|---|
| عدد الطلاب | درجة الطالب |
| 23 | 12 |
| 30 | 14 |
| 30 | 16 |
| 17 | 18 |

بيانات كمية متقطعة

لها منوالان وهما "14 , 16"

| درجات طلاب في مقرر الفقه | |
|---|---|
| عدد الطلاب | درجة الطالب |
| 25 | 12 |
| 25 | 14 |
| 25 | 16 |
| 25 | 18 |

بيانات كمية متقطعة

ليس لها منوال

| سيارات في أحد المواقف | |
|---|---|
| عدد | لون السيارة |
| 10 | أحمر R |
| 23 | أزرق B |
| 12 | أبيض W |
| 5 | أصفر Y |

بيانات نوعية

لها منوال وهو "اللون الأزرق"

## وماذا عن التوزيعات التكرارية للبيانات الكمية المتصلة

$$\text{المنوال} = \text{أ} + \frac{\text{ف}_1}{\text{ف}_1 + \text{ف}_2} \times \text{ل}$$

أ = الحد ألدنة للفئة المنوالية والمقصود بدايتها .

$\text{ف}_1 = \text{ك} - \text{ك}1$

$\text{ف}_2 = \text{ك} - \text{ك}2$

ك = تكرار الفئة المنوالية

ك1 = تكرار الفئة التى تسبق الفئة المنوالية

ك2 = تكرار الفئة التى تلى الفئة المنوالية

ل = طول الفئة

أوجد المنوال بطريقة بيرسون من الجدول التالي :

| فئات الدخل | 10- | 20- | 30- | 40- | 50- | 60- | 70-80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد العمال | 5 | 12 | 22 | 38 | 22 | 12 | 5 |

| | ف | ك | |
|---|---|---|---|
| | 10- | 5 | |
| | 20- | 12 | |
| | 30- | 22 | ك1 |
| أ | 40- | 38 | ك |
| | 50- | 22 | ك2 |
| | 60- | 12 | |
| | 70-80 | 5 | |

نحسب $\text{ف}_1 = \text{ك} - \text{ك}1 = 38 - 22 = 16$

نحسب $\text{ف}_2 = \text{ك} - \text{ك}2 = 38 - 22 = 16$

نحسب ل = 10

ثم نعوض في القانون :

$$\text{المنوال} = 40 + \frac{16}{16 + 16} \times 10$$

$$\text{المنوال} = 40 + 5 = 45$$

## مقارنة بين المتوسطات الثلاثة : الوسط ، الوسيط ، المنوال

### الوسط الحسابي

مزاياه :

- سهولة حسابه
- يأخذ في الاعتبار جميع البيانات
- لا يحتاج إلى ترتيب معين للبيانات

عيوبه :

- يتأثر بشدة بالقيم المتطرفة
- لا يمكن إيجاده بالرسم [بيانياً]
- لا يمكن حسابه في حالات التوزيعات التكرارية المفتوحة

### الوسيط

مزاياه :

- سهولة حسابه حسابياً أو بيانياً
- لا يتأثر بالقيم المتطرفة
- يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة

عيوبه :

- يحتاج إلى ترتيب للبيانات أولاً
- لا يأخذ في الاعتبار جميع البيانات

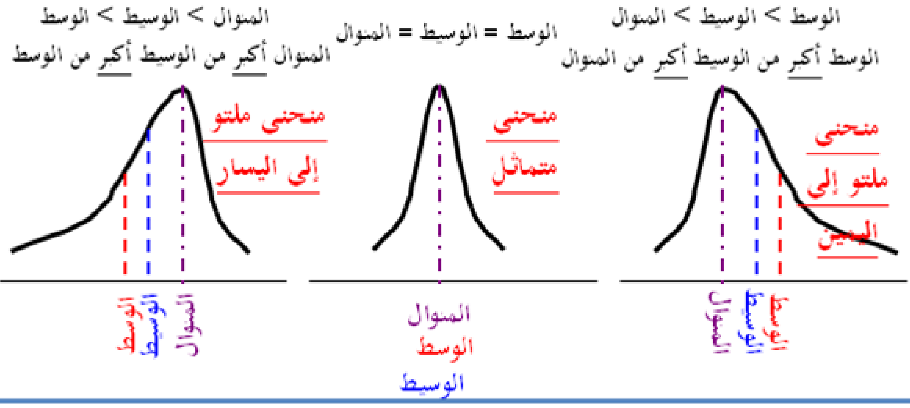
### المنوال

مزاياه :

- سهولة حسابه
- لا يتأثر كثيراً بالقيم المتطرفة
- لا يحتاج لترتيب البيانات

عيوبه :

- قد لا يتواجد وقد يكون له أكثر من قيمة




في جميع المنحنيات المبينة ، لاحظ الآتي

المنوال هو القيمة المناظرة لأعلى نقطة في المنحنى

الوسيط يقع دائماً بين الوسط و المنوال

**الوسط – المنوال = ٣ × (الوسط – الوسيط)**

الوسط = ( ٣ × الوسيط) – المنوال / ٢

وهذه الصورة مفيدة عندما يكون الوسيط و المنوال معلومان ونريد معرفة الوسط الحسابي

المنوال = (٣ × الوسيط) – (٢ × الوسط)

وهذه الصورة مفيدة عندما يكون الوسط الحسابي و الوسيط معلومان ونريد معرفة المنوال

الوسيط = ( ٢ × الوسط) + المنوال / ٣

وهذه الصورة مفيدة عندما يكون الوسط الحسابي و المنوال معلومان ونريد معرفة الوسيط

- فمثلاً إذا كان المنوال لمجموعة من القيم = 95 ، والوسيط لها = 85 ، فإن :

الوسط = ( ٣ × الوسيط) – المنوال / ٢ = ( ٣ × ٨٥) – ٩٥ / ٢ = ٢٢٥ – ٩٥ / ٢ = ١٦٠ / ٢ = ٨٠

- وإذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = 80 ، والوسيط لها = 85 ، فإن :

المنوال = (٣ × الوسيط) – (٢ × الوسط) = (٣ × ٨٥) – (٢ × ٨٠) = ٢٥٥ – ١٦٠ = ٩٥

- وإذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = 80 ، والمنوال لها = 95 ، فإن :

الوسيط = ( ٢ × الوسط) + المنوال / ٣ = ( ٢ × ٨٠) + ٩٥ / ٣ = ١٦٠ + ٩٥ / ٣ = ٢٥٥ / ٣ = ٨٥

سؤال: المنحنى التكراري للبيانات المذكورة في أيٍ من الأمثلة السابقة :

◯ ملتو لليمين ◯ ملتو لليسار ◯ متماثل

تمرين: من واقع بيانات الجدول التالي:

| الفئات | التكرار |
|---|---|
| ٥ - | ٢ |
| ١٠ - | ٤ |
| ١٥ - | ٦ |
| ٢٠ - | ٨ |
| ٢٥ - | ١٠ |
| ٣٠ - | ١٦ |
| ٣٥ - | ٤٠ |
| ٤٠ - | ٢٤ |
| ٤٥ - | ١٤ |
| ٥٠ - | ١١ |
| ٥٥ - ٦٠ | ٥ |

- احسب الوسط الحسابي بطريقة مراكز الفئات
- احسب الوسيط بطريقتين مختلفتين
- احسب المنوال