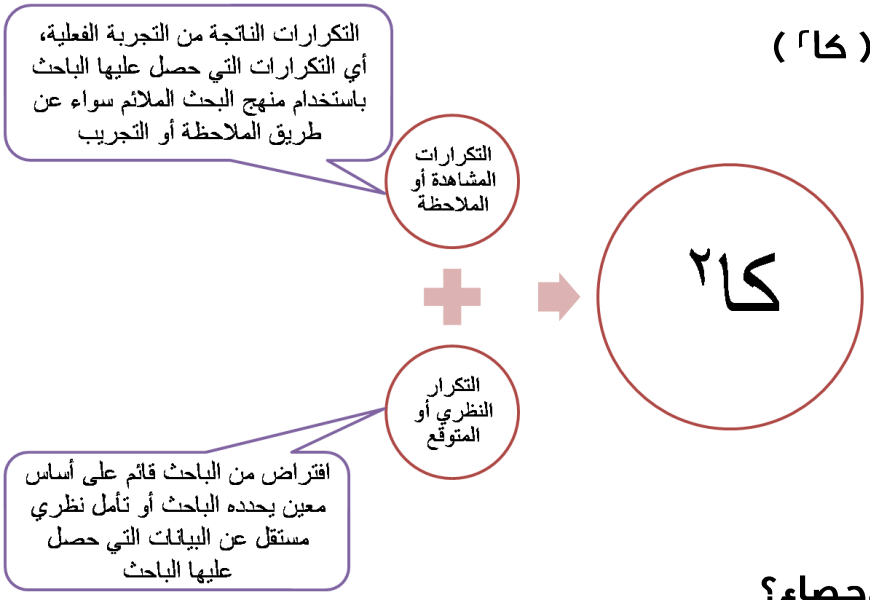
مربع كاي (كا٢)



هل تحب الإحصاء؟

من المتوقع أن يجيب ٥٠ منهم بـ (نعم) ويجيب ٥٠ الآخرين بـ (لا) وهذا ما يسمى بالتكرار المتوقع Expected Frequency حيث إن:

$$\text{التكرار المتوقع} = \frac{\text{عدد أفراد العينة}}{\text{عدد الاستجابات}}$$

لكن ما حدث أن أجاب ٢٠منهم بـ (نعم) ، وأجاب ٨٠ بـ (لا) وهذا ما يسمى بالتكرار المشاهد أو الملاحظ Observed Frequency

يتعامل اختبار مربع كاي مع تكرارات البيانات الاسمية

هل يتعامل اختبار مربع كاي مع تكرارات البيانات الفترية أو الرتبية؟

السؤال : هل توجد فروق بين من قالوا نعم وبين من قالوا لا؟

اختبار **كا٢** Chi-squared Test هو أحد اختبارات الدلالة الإحصائية اللابارامترية

يتعامل مع **تكرارات الدرجات** وليس الدرجات نفسها، ويستخدم في دراسة الفروق بين تكرارات استجابات أفراد عينة ما على سؤال أو عدة أسئلة.

ويتم حساب اختبار (كا٢) من المعادلة التالية :

$$x^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

حيث:

O : التكرار المشاهد Observed Frequency

E : التكرار المتوقع Expected Frequency

$$\text{كا}^2 = \text{مجـ} \frac{(\text{ت}_\text{و} - \text{ت}_\text{م})^2}{\text{ت}_\text{و}}$$

حيث :

ت$_\text{و}$: هو التكرار الواقعى الذي يحدث بالفعل والموجود بالجدول .

ت$_\text{م}$: هو التكرار المتوقع حدوثه ويختلف حسابه باختلاف نوع الجدول المطلوب حساب كا^2 منه .

حساب التكرار المتوقع (ت$_\text{م}$) :

$$\text{ت}_\text{م} = \frac{16 + 2 + 12}{3} = 10$$

الرأي	موافق	لا أدرى	معارض	مج
التكرار	12	2	16	30

درجة الحرية = عدد الأعمدة – 1 = 3 – 1 = 2

ت$_\text{و}$	ت$_\text{م}$	ت$_\text{و}$ – ت$_\text{م}$	(ت$_\text{و}$ – ت$_\text{م}$)^2	$\frac{(\text{ت}_\text{و} - \text{ت}_\text{م})^2}{\text{ت}_\text{م}}$
12	10	2	4	0.4
2	10	8-	64	6.4
16	10	6	36	3.6
–	–	–	مجموع	10.4

تحديد مدى دلالة كا^2 :

نقارن قيمة كا^2 المحسوبة بقيمة كا^2 الجدولية نجد أن

قيمة كا^2 المحسوبة = 10.4 > قيمة كا^2 الجدولية = 5.991

لذا فان كا^2 دالة إحصائية عند مستوى دلالة 0.05 .

بالبحث فى جداول كا^2 عند درجة حرية = 2 ومستوى دلالة 0.05

نجد قيمة كا^2 الجدولية = 5.991 .

القرار:

نقارن كا^2 المحسوبة بالجدولية، فعندما تكون **قيمة كا^2 المحسوبة أكبر من قيمة كا^2 المجدولة** فإننا **نرفض** الفرضية الصفرية أو فرض العدم والتي تنص على أنه لا توجد أي علاقة بين المتغيرين ونقبل الفرض البديل والتي تثبت وجود علاقة بين المتغيرين تحت الدراسة.

أما إذا كانت **قيمة كا^2 المحسوبة أقل من قيمة كا^2 المجدولة** فإننا **نقبل** الفرضية الصفرية أو فرض العدم

الرأي	موافق	لا أدري	معارض	مج
التكرار	12	2	16	30

$$x^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

$$x^2 = \frac{(12-10)^2}{10} + \frac{(2-10)^2}{10} + \frac{(16-10)^2}{10}$$

$$x^2 = \frac{4}{10} + \frac{64}{10} + \frac{36}{10}$$

$$x^2 = 10.4$$

تمرين:

قام باحث بتطبيق استبيان على مجموعة من الأفراد لأخذ أراءهم في قضية الدروس الخصوصية وذلك بتوجيه سؤال واحد إليهم: هل توافق على الدروس الخصوصية (نعم – لا ولكن بشرط – لا)، فحصل على التكرارات التالية:

الاستجابة	نعم	لا ولكن بشروط	لا
التكرار	٢١	٥٤	١٤

المطلوب اختبار الفرض البحثي: لا يختلف التكرار التجريبي الذي حصلنا عليه من استجابات الأفراد على قضية الدروس الخصوصية عن التكرار النظري.

مثال:

أراد معلم معرفة علاقة نجاح تلاميذه في المقرر الذي يقوم بتدريسه بأماكنهم في الفصل، فحسب عدد الناجحين في الامتحان وعدد الراسبين وحدد منهم عدد الجالسين في المقاعد الأمامية وعدد الجالسين في المقاعد الخلفية فتوصل إلى الجدول التالي:

	مقاعد أمامية	مقاعد خلفية	المجموع
ناجح	٢٧	٩	٣٦
راسب	٤	٢٠	٢٤
المجموع	٣١	٢٩	٦٠

المطلوب اختبار الفرض البحثي:

توجد علاقة بين نجاح التلاميذ في الامتحان وبين أماكنهم في الفصل

	مقاعد أمامية	مقاعد خلفية	المجموع
ناجح	٢٧	٩	٣٦
راسب	٤	٢٠	٢٤
المجموع	٣١	٢٩	٦٠

	$ك_و$	$ك_م$	$(ك_و - ك_م)$	$(ك_و - ك_م)^2$	$\frac{(ك_و - ك_م)^2}{ك_م}$
ناجح – مقاعد أمامية	٢٧	١٨,٦	٨,٤	٧٠,٥٦	٣,٧٩
ناجح – مقاعد خلفية	٩	١٧,٤	٨,٤ -	٧٠,٥٦	٤,٠٦
راسب – مقاعد أمامية	٤	١٢,٤	٨,٤ -	٧٠,٥٦	٥,٦٩
راسب في مقاعد خلفية	٢٠	١١,٦	٨,٤	٧٠,٥٦	٦,٠٨
المجموع	٦٠	٦٠	صفر		كا^2 = ١٩,٦٢

$ك_م$ (لأي خلية) = حاصل ضرب مجموعي تكرارات الصف والعمود المنتميان إليهما الخلية / المجموع الكلي للتكرارات

الطريقة المختصرة لحساب مربع كاي من الجدول التكراري ٢ × ٢

	مقاعد أمامية	مقاعد خلفية	المجموع
ناجح	٢٧ أ	٩ ب	٣٦ ح
راسب	٤ ج	٢٠ د	٢٤ ز
المجموع	٣١ هـ	٢٩ و	٦٠ ن

$$كا^2 = فاى^2 \times ن$$

حيث :

فاى : هو معامل ارتباط فاى والذى يحسب من العلاقة :

$$فاى = \frac{أ \times د - ب \times جـ}{\sqrt{هـ \times و \times ز \times ح}}$$

$$فاي = \frac{(٢٧ \times ٢٠) - (٩ \times ٤)}{\sqrt{٣١ \times ٢٩ \times ٣٦ \times ٢٤}}$$

مربع فاي = ٠,٣٣ فاي = ٠,٥٧

$$كا^2 = ٠,٣٣ \times ٦٠$$
$$= ١٩,٦٢$$