الإحصاء الاجتماعي

المحاضرة ٨

اختبار «ت» t. test

يعد اختبار (ت) من أكثر اختبارات الدلالة شيوعاً في الأبحاث النفسية والتربوية. ويستخدم لقياس دلالة فروق المتوسطات غير المرتبطة والمرتبطة، للعينات المتساوية وغير المتساوية.

شروط استخدام اختبار (ت) لدلالة فوق المتوسطات:

١ حجم كل عينة:

الأصل في اختبار (ت) أنه من مقاييس دلالة العينات الصغيرة ولكن هذا لا يحول دون استخدام (ت) للعينات الكبيرة.

- العينة الصغيرة هي التي يقل حجمها عن ٣٠
- العينة الكبيرة هي التي يزيد حجمها عن ٣٠
- في حالة العينات الصغيرة جداً يتم استخدام البدائل اللابارامترية للدلالة التي تصلح للتوزيعات الحرة غير المقيدة باعتدالية التوزيع.

٢
- **الفرق بين حجم العينتين:**
- من الأفضل أن يكون حجم العينتين متقارباً فلا يكون حجم أحد العيئتين ٤٠٠ وحجم الآخر ٥٠ لأن للحجم أثره على مستوى دلالة (ت).

٣
- **مدى تجانس العينتين:**
- يقاس مدى التجانس بالفرق بين تباين العينتين ولا يقاس هذا الفرق بطرح التباين الأصغر من التباين الأكبر، وإنما يقاس بقسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر.

$$\text{ف} = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}}$$

$$\text{ف} = \frac{\text{ع}_{١}^{٢}}{\text{ع}_{٢}^{٢}}$$

يتحقق التجانس بين العينتين عندما تصبح ف مساوية للواحد الصحيح، أي عندما يصبح التباين الكبير مساوياً للتباين الصغير.

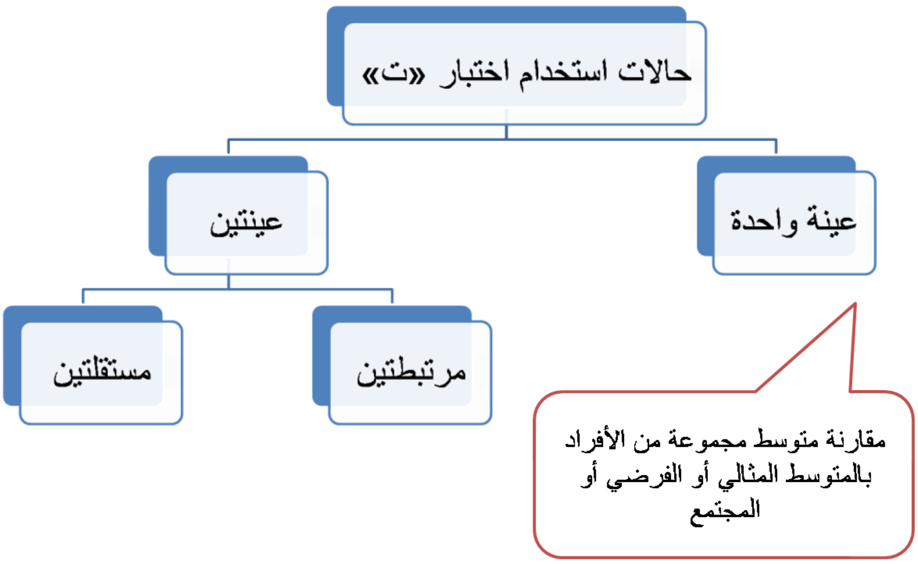
٤ مدى اعتدالية التوزيع التكراري للعينتين:

نعني بمدى الاعتدالية تحرر التوزيع التكراري من الالتواء، والالتواء اما أن يكون سالباً أو موجباً.

التوزيع الاعتدالي لا التواء له، ويمتد من – ٣ إلى + ٣ مقياس الالتواء التالي:

$$\text{الالتواء} = \frac{\text{٣ (المتوسط – الوسيط)}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

كلما اقترب الالتواء من الصفر كان التوزيع اعتدالياً، لأن المتوسط في التوزيع الاعتدالي يساوي الوسيط.



- **استخدام اختبار ت للتعرف على دلالة الفرق بين متوسط عينة ما ومحك ثابت:**

ت =	م - س
	خ م

حيث أن ت تمثل النسبة التائية، م متوسط العينة، س متوسط المجتمع أو المحك، خ م الخطأ المعياري للمتوسط.

درجات الحرية = ن – ١

مثال : طبق باحث اختبار في اللغة الانجليزية على مجموعة من المفحوصين عددهم(٢٠) مفحوصاً، فحصل على البيانات التالية:

٦٢	٤٨	٣٠	٣٨	٣٩	٤٠	٤٦	٢٢	٤٠	٣٨
٥٠	١٩	٤١	٤٢	٧٢	١٧	٦٦	٢٤	٣٥	٤٥

المطلوب اختبار الفرض البحثي: يختلف متوسط درجات المجموعة في اللغة الانجليزية عن الدرجة ٣٩.

٦٢	٤٨	٣٠	٣٨	٣٩	٤٠	٤٦	٢٢	٤٠	٣٨
٥٠	١٩	٤١	٤٢	٧٢	١٧	٦٦	٢٤	٣٥	٤٥

ت = $\frac{\text{م - س}}{\text{خ م}}$

م = $\frac{٨١٤}{٢٠}$ = ٤٠,٧

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
62	62 – 40.7= 21.3	453.69
48	48 – 40.7= 7.3	53.29
30	30 – 40.7= -10.7	114.49
38	38 – 40.7= -2.7	7.29
39	39 – 40.7= -1.7	2.89
40	40 – 40.7= -0.7	0.49
46	46 – 40.7= 5.3	28.09
22	22 – 40.7= -18.7	349.69
40	40 – 40.7= -0.7	0.49
38	38 – 40.7= -2.7	7.29
50	50 – 40.7= 9.3	86.49
19	19 – 40.7= -21.7	470.89
41	41 – 40.7= 0.3	0.09
42	42 – 40.7= 1.3	1.69
72	72 – 40.7= 31.3	979.69
17	17 – 40.7 = -23.7	561.69
66	66 – 40.7= 25.3	640.09
24	24 – 40.7= -16.7	278.89
35	35 – 40.7= -5.7	32.49
45	45 – 40.7= 4.3	18.49
		4088.2

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

الخطأ المعياري للمتوسط = $\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الجذر التربيعي لحجم العينة}}$

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{4088.2}{20}$$
$$= 204.41$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{204.41}$$
$$\cong 14.30$$

الخطأ المعياري للمتوسط = $\frac{١٤,٣٠}{\sqrt{٢٠}}$ = ٣,٢٠

ت = $\frac{\text{م - س}}{\text{خ م}}$ = $\frac{٤٠,٧ - ٣٩}{٣,٢٠}$ = ٠,٥٣

- **يعتمد تطبيق اختبار ت لحساب دلالة الفروق بين متوسطات درجات العينات على حساب درجتين لاختبار ت :**

الأولى : تسمى القيمة المحسوبة لاختبار ت يتم حسابها من خلال معادلة خاصة.

الثانية : تسمى القيمة الجدولية لاختبار ت، ويتم حسابها من جدول يسمى جدول ت.

ويعتمد الكشف فى هذه الجداول على ما يسمى بـ "درجات الحرية" .

درجات الحرية = عدد الأفراد – عدد المجموعات

= ن – ١

يتم مقارنة قيمة ت المحسوبة بقيمة ت الجدولية فإذا كانت:

إذا كانت قيمة ت المحسوبة أكبر من قيمة ت الجدولية فذلك يعنى أن (ت) دالة إحصائيا وذلك يعنى أن الفروق بين المتوسطات فروق حقيقية وجوهرية ولها معنى وليست فروقا ظاهرية .

أما إذا كانت قيمة ت المحسوبة أقل من الجدولية فذلك يعنى أن (ت) غير دالة إحصائيا وذلك يعنى أن الفروق بين المتوسطات غير جوهرية بل فروق ظاهرية ليس لها أى تأثير .

الحالات التي يستخدم فيها اختبار (ت) لدى عينة واحدة:

يمكن استخدام اختبار (ت) لدى عينة واحدة في حالات كثيرة منها الحالات التالية:

- دراسة الفرق بين متوسط مجموعة من الأفراد في متغير ما والمتوسط المثالي لهذا المتغير.
- دراسة الفرق بين متوسط التحصيل الدراسي لطلاب فصل دراسي معين في مقرر دراسي أو مقررات دراسية معينة والمتوسط العام للتحصيل الدراسي لطلاب المدرسة أو الإدارة التعليمية أو المحافظة في نفس المقرر أو المقررات الدراسية.
- دراسة الفرق بين متوسط ذكاء مجموعة من الطلاب بمدرسة معينة ومتوسط الذكاء العام لدى طلاب المنطقة أو المحافظة التي تقع بها المدرسة.
- المقارنة بين متوسط أداء مجموعة من الأفراد في شيء ما، ومستوى معين لأداء هذا الشيء.

البيانات المطلوب توافرها لاستخدام اختبار (ت) لدى عينة واحدة:

يحتاج استخدام اختبار (ت) لدى عينة واحدة إلى توافر البيانات التالية:

- البيانات الخام (أو الدرجات الخام) لدى عينة الأفراد موضع الدراسة، أو (متوسط العينة + الخطأ المعياري لمتوسط العينة)، أو (متوسط العينة + الانحراف المعياري لدرجات العينة + عدد أفراد العينة).
- المتوسط المثالي أو الفرضي لدى المجتمع الذي سنقارن به متوسط العينة.

صياغة الفروض عند استخدام اختبار (ت) لدى عينة واحدة:

عند استخدام اختبار (ت) لدى عينة واحدة يمكن صياغة الفروض التالية:

H_0 : لا يوجد فرق دال إحصائيًا بين متوسط عينة البحث والمتوسط العام (أو المثالى أو الفرضى) لدى مجتمع البحث فى المتغير (فرض صفرى).

H1 : يوجد فرق دال إحصائيًا بين متوسط عينة البحث والمتوسط العام (أو المثالي أو الفرضي) لدى مجتمع البحث في المتغير (فرض بديل غير موجه).

يوجد فرق دال إحصائيًا بين متوسط عينة البحث والمتوسط العام (أو المثالي أو الفرضي) لدى مجتمع البحث في المتغير (س)، لصالح متوسط عينة البحث أو لصالح مجتمع البحث.
(فرض بديل موجه).

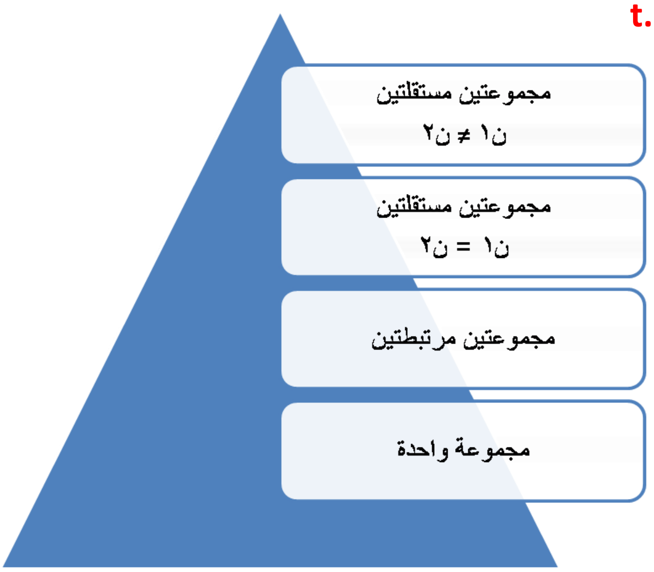
انتهت المحاضرة

الإحصاء الاجتماعي

المحاضرة ٩

اختبار «ت» t. test

مجموعتين



حالات استخدام اختبار ت:

عينتان مرتبطتان

عبارة عن مجموعتين من الدرجات لكنهما ناتجتان عن مجموعة واحدة من الأفراد لكل فرد درجتين على الأقل مثل:

- إجراء قياس قبلي وقياس بعدي لمتغير ما لدى عينة واحدة من الأفراد.
- أو تطبيق اختبارين على مجموعة واحدة أو تطبيق اختبار واحد مرتين على العينة.

اختبار ت لمجموعتين مرتبطتين:

$$\text{ت} = \frac{\text{م ف}}{\sqrt{\dfrac{\text{مجـ ح ف}^2}{\text{ن}\,(\text{ن} - 1)}}}$$

حيث:

م ف = متوسط الفروق ويحسب من العلاقة:

$$\text{م ف} = \frac{\text{مجـ ف}}{\text{ن}} \qquad \text{ح ف} = \text{ف} - \text{م ف}$$

ف = س١ – س٢

س١ درجات الاختبار الأول

س ٢ درجات الاختبار الثاني

ن = عدد الأفراد في أي من الاختبارين

مثال ١

الاحصاء الاجتماعي	٢٦	١٨	٢٠	٢٤	٢٢	١٤	٢٣	١٦	٢٢	١١
مشروع التخرج	٢٣	١٦	١٩	٢١	١٨	١٢	٢٤	١١	٢٣	٩

س١	س٢	ف	ح ف	(ح ف)٢
٢٦	٢٣	٣	١	١
١٨	١٦	٢	٠	٠
٢٠	١٩	١	١-	١
٢٤	٢١	٣	١	١
٢٢	١٨	٤	٢	٤
١٤	١٢	٢	٠	٠
٢٣	٢٤	١-	٣-	٩
١٦	١١	٥	٣	٩
٢٢	٢٣	١-	٣-	٩
١١	٩	٢	٠	٠
		٢٠		٣٤

$$\text{ت} = \frac{\text{م ف}}{\sqrt{\dfrac{\text{مجـ ح ف}^2}{\text{ن (ن - 1)}}}}$$

$$\text{م ف} = \frac{\text{مجـ ف}}{\text{ن}}$$

$$\text{ح ف} = \text{ف} - \text{م ف}$$

$$\text{ت} = \frac{٢}{\sqrt{\dfrac{٣٤}{١٠\ (١٠ - ١)}}}$$

$$\text{ت} = ٣,٢٥$$

مثال ٢

الاحصاء الاجتماعي	١٠	٥	٦	٧	١٠	٦	٧	٨	٦	٥
مشروع التخرج	٧	٣	٧	٥	٨	٤	٥	٢	٣	٦

س١	س٢	ف	ح ف	(ح ف)٢
١٠	٧	٣	١	١
٥	٣	٢	٠	٠
٦	٧	١-	٣-	٩
٧	٥	٢	٠	٠
١٠	٨	٢	٠	٠
٦	٤	٢	٠	٠
٧	٥	٢	٠	٠
٨	٢	٦	٤	١٦
٦	٣	٣	١	١
٥	٦	١-	٣-	٩
		٢٠		٣٦

$$\text{ت} = \frac{\text{م ف}}{\sqrt{\dfrac{\text{مجـ ح ف}^2}{\text{ن (ن - 1)}}}}$$

$$\text{ت} = \frac{٢}{\sqrt{\dfrac{٣٦}{١٠\ (١٠ - ١)}}}$$

$$\text{ت} = ٣,١٦$$

عينتين غير مرتبطتين (مستقلتين): حيث ن١ = ن٢

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن - 1}}}$$

حيث :

$م_1$ = المتوسط الحسابى للمجموعة الأولى .

$م_2$ = المتوسط الحسابى للمجموعة الثانية .

$ع_1^2$ = تباين المجموعة الأولى .

$ع_2^2$ = تباين المجموعة الثانية .

ن = عدد أفراد العينة الأولى أو الثانية حيث أنهما متساويتان .

عينتين غير مرتبطتين (مستقلتين)

عبارة عن مجموعتين من الدرجات ناتجة عن مجموعتين مستقلتين من الأفراد مثل(المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة؛ أو الذكور والإناث؛ أو القسم العلمي والقيم الأدبي).

ذكور	٧	٤	٥	٣	٨	٦	٢
إناث	٣	٥	١٥	٢	١٠	١٣	١

المجموعة الأولى [n= 7]

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
7	2	4
4	-1	1
5	0	0
3	-2	4
8	3	9
6	1	1
2	-3	9
35		28

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 5$$

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{28}{7} = 4$$

المجموعة الثانية [n= 7]

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
3	-4	16
5	-2	4
15	8	64
2	-5	25
10	3	9
13	6	36
1	-6	36
49		

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 7$$

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{190}{7} = 27.14$$

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن - 1}}}$$

$$ت = \frac{5 - 7}{\sqrt{\frac{4 + 27.14}{7 - 1}}}$$

ت المحسوبة = −0.88

عينتين غير مرتبطتين (مستقلتين): حيث ن١ ≠ ن٢

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}}}$$

حيث :

م1 = المتوسط الحسابى للمجموعة الأولى .

م2 = المتوسط الحسابى للمجموعة الثانية .

ع1 ² = تباين المجموعة الأولى .

ع2 ² = تباين المجموعة الثانية .

ن1 = عدد أفراد المجموعة الأولى .

ن2 = عدد أفراد المجموعة الثانية .

العينة الأولى	٣٥	١٧	٢٢	٣٢	١٩	٤٨	١٣	١٩	٢٠
العينة الثانية	١١	٣	٩	١٠	١٤	٢	٧		

المجموعة الأولى [$n = 9$]

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
35	10	100
17	-8	64
22	-3	9
32	7	49
19	-6	36
48	23	529
13	-12	144
19	-6	36
20	-5	25
225		992

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 25$$

المجموعة الثانية [$n = 7$]

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
11	3	9
3	-5	25
9	1	1
10	2	4
14	6	36
2	-6	36
7	-1	1
56		112

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 8$$

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{112}{7} = 16$$

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}}}$$

$$ت = \frac{٢٥ - ٨}{\sqrt{\frac{١١٠,٢}{٩} + \frac{١٦}{٧}}}$$

$$ت = ٤,٤٦$$

- **يعتمد تطبيق اختبار ت لحساب دلالة الفروق بين متوسطات درجات العينات على حساب درجتين لاختبار ت :**

الأولى : تسمى القيمة المحسوبة لاختبار ت يتم حسابها من خلال معادلة خاصة.

الثانية : تسمى القيمة الجدولية لاختبار ت، ويتم حسابها من جدول يسمى جدول ت.

ويعتمد الكشف فى هذه الجداول على ما يسمى بـ "درجات الحرية" .

درجات الحرية = عدد الأفراد – عدد المجموعات

= ن – ١

يتم مقارنة قيمة ت المحسوبة بقيمة ت الجدولية فإذا كانت:

إذا كانت قيمة ت المحسوبة أكبر من قيمة ت الجدولية فذلك يعنى أن (ت) دالة إحصائيا وذلك يعنى أن الفروق بين المتوسطات فروق حقيقية وجوهرية ولها معنى وليست فروقا ظاهرية .

أما إذا كانت قيمة ت المحسوبة أقل من الجدولية فذلك يعنى أن (ت) غير دالة إحصائيا وذلك يعنى أن الفروق بين المتوسطات غير جوهرية بل فروق ظاهرية ليس لها أىتأثير .

صياغة الفروض عند استخدام اختبار (ت) لمجموعتين:

مجموعتين مرتبطتين:

H_0 : لا توجد فروق دالة إحصائيًا بين متوسطي درجات طلاب قسم الاجتماع في مادتي الإحصاء الاجتماعي ومناهج البحث (فرض صفرى).

H1 : توجد فروق دالة إحصائيًا بين متوسطي درجات طلاب قسم الاجتماع في مادتي الإحصاء الاجتماعي ومناهج البحث (فرض بديل غير موجه).

مجموعتين مستقلتين:

H_0 : لا توجد فروق دالة إحصائيًا بين متوسطي درجات الذكور والإناث في مقرر الإحصاء الاجتماعي (فرض صفرى).

H1 : توجد فروق دالة إحصائيًا بين متوسطي درجات الذكور والإناث في مقرر الإحصاء الاجتماعي (فرض بديل غير موجه).

انتهت المحاضرة