المحاضرة (11)

1 - تابع مقاييس النزعة المركزية
2- مقاييس التشتت

تمرين واجب

مثال :-

الجدول التالي يبين درجات تحديد مستوى 30 طالب في مقرر الفقه الاسلامي :-

فئات الدرجات	4 – 20	20 – 36	36 – 52	52 – 68	68 – 84	84 - 100	المجموع
عدد الطلاب	3	2	6	10	7	2	30

المطلوب : حساب الوسيط لدرجات الطلاب .

1- الجدول التمرين :-

فئات الدرجات	f
4 – 20	3
20 -36	2
36 – 52	6
52 – 68	10
68 - 84	7
84 - 100	2
المجموع	30

1- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 4	0
أقل 20	3
أقل 36	5
أقل 52	11
أقل 68	21
أقل 84	28
أقل 100	30

1- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 4	0
أقل 20	3
أقل 36	5
أقل 52	11
أقل 68	21
أقل 84	28
أقل 100	30

ترتيب الوسط

2- ترتيب الوسيط :-

$$15 = \frac{30}{2} = \frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

3- الوسيط = $52 + \frac{15 - 11}{21 - 11} \times 18 = 59.2$ **درجة**

3- الربيع الأدنى و الربيع الأعلى :-

الربيع الأدنى و الربيع الأعلى من البيانات المبوبة :-

1- الربيع الادنى : هو القيمة العددية التي تقل عنها ربع البيانات (25%) ويزيد عنها (75%).

2- الربيع الاعلى : هو القيمة العددية التي تقل عنها ثلاث أربع البيانات (75%) ويزيد عنها (25%).

أولاً : خطوات إيجاد الربيع الادنى :-

١- تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد .

٢- ترتيب الربيع الادني $= \frac{\text{مجموع التكرارات}}{4} = \frac{\sum f}{4}$

٣- الربيع الأدنى = الحد الادنى لفئة الربيع الادنى $+ \frac{\text{ترتيب الربيع الادنى} - \text{الترتيب السابق}}{\text{الترتيب اللاحق} - \text{الترتيب السابق}} \times$ طول الفئة الربيع الادنى

ثانياً : خطوات إيجاد الربيع الأعلى :-

١- تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد .

٢- ترتيب الربيع الاعلى $= \frac{3\text{مجموع التكرارات}}{4} = \frac{\sum f \times 3}{4}$

٣- الربيع الأعلى = الحد الادنى لفئة الربيع الاعلى $+ \frac{\text{ترتيب الربيع الاعلى} - \text{الترتيب السابق}}{\text{الترتيب اللاحق} - \text{الترتيب السابق}} \times$ طول الفئة الربيع الاعلى

مثال :-

الجدول التالي يمثل الأجر الأسبوعي للعامل بالجنية في مائتين محل بمنطقة الرياض :-

فئات الأجر	5 -	15 -	25 -	35 -	45 - 55	المجموع
عدد المحلات	30	20	60	50	40	200

المطلوب : حساب الربيع الادنى و الربيع الاعلى لأجر العامل .

أولا الربيع الأدنى :

1- الجدول التمرين :-

فئات الدرجات	f
5 -	30
15 -	20
25 -	60
35 -	50
45 - 55	40
المجموع	200

1- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 5	0
أقل 15	30
أقل 25	50
أقل 35	110
أقل 45	160
أقل 55	200

1- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 5	0
أقل 15	30
أقل 25	50
أقل 35	110
أقل 45	160
أقل 55	200

ترتيب الربيع الادنى

٢- ترتيب الربيع الادنى :-

$$50 = \frac{200}{4} = \frac{\text{مجموع التكرارات}}{4}$$

البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع

٣- الربيع الادنى = ٢٥ريال

ثانياً الربيع الأعلى :

1- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 5	0
أقل 15	30
أقل 25	50
أقل 35	110
أقل 45	160
أقل 55	200

ترتيب الربيع الاعلى

٢- ترتيب الربيع الاعلى :-

$$150 = \frac{200\times3}{4} = \frac{3\text{مجموع التكرارات}}{4}$$

البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع

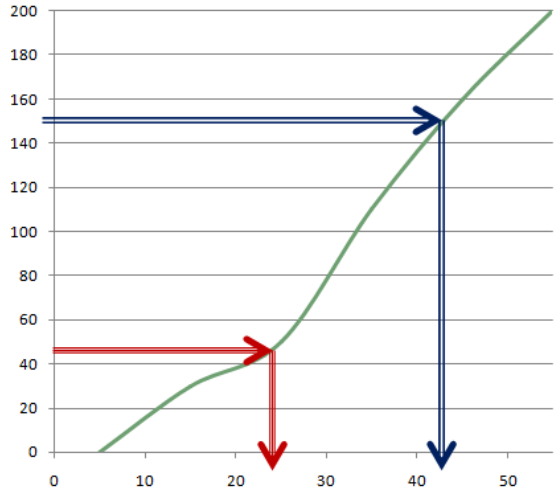
٣- الربيع الاعلى = $10 \times \frac{150-110}{160-110} + 35 = 43$ ريال

الربيع الادنى و الاعلى من الرسم :-

1- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 5	0
أقل 15	30
أقل 25	50
أقل 35	110
أقل 45	160
أقل 55	200

2- المنحنى التكراري المتجمع الصاعد



مثال :-

الجدول التالي يوضح توزيع درجات مجموعة من الطلاب في مقرر المحاسبة المالية :-

فئات الدرجات	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	المجموع
عدد الطلاب	20	50	90	60	30	250

المطلوب : حساب الربيع الادنى و الربيع الاعلى لدرجات الطلاب .

1- الجدول التمرين :-

فئات الدرجات	f
0 – 10	20
10 – 20	50
20 – 30	90
30 – 40	60
40 – 50	30
المجموع	250

1- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى للفئة
0	أقل 0
20	أقل 10
70	أقل 20
160	أقل 30
220	أقل 40
250	أقل 50

أولاً الربيع الأدنى :-

1- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى للفئة
0	أقل 0
20	أقل 10
70	أقل 20
160	أقل 30
220	أقل 40
250	أقل 50

ترتيب الربيع الادنى

٢- ترتيب الربيع الأدنى :-

$$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{4} = \frac{250}{4} = 62.5$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

٣- الربيع الادنى =

$$10 + \frac{62.5 - 20}{70 - 20} \times 10 = 18.5 \text{درجة}$$

1- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى للفئة
0	أقل 0
20	أقل 10
70	أقل 20
160	أقل 30
220	أقل 40
250	أقل 50

ترتيب الربيع الاعلى

٢- ترتيب الربيع الأعلى :-

$$\frac{3\text{مجموع التكرارات}}{4} = \frac{250\times3}{4} = 187.5$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

٣- الربيع الأعلى =

$$30 + \frac{187.5 - 160}{220 - 160} \times 10 = 34.58 \text{درجة}$$

4- المنوال :-

القيمة التي تكررت أكثر من غيرها أي القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراً.

أولاً : البيانات غير المبوبة :-

مثال :-

الدرجات التالية تمثل نتائج مجموعة من الطلاب في مقرر المحاسبة أوجد المنوال لهذه الدرجات ؟

10 , 12 , 14 , 10 , 12 , 15 , 10

المنوال هو 10 و هو القيمة الأكثر تكراراً

ثانياً المنوال من البيانات المبوبة :-

1- جدول تكراري بسيط (بدون فئات) :-

المنوال هي القيمة التي تقابل أكبر تكرار

مثال :-

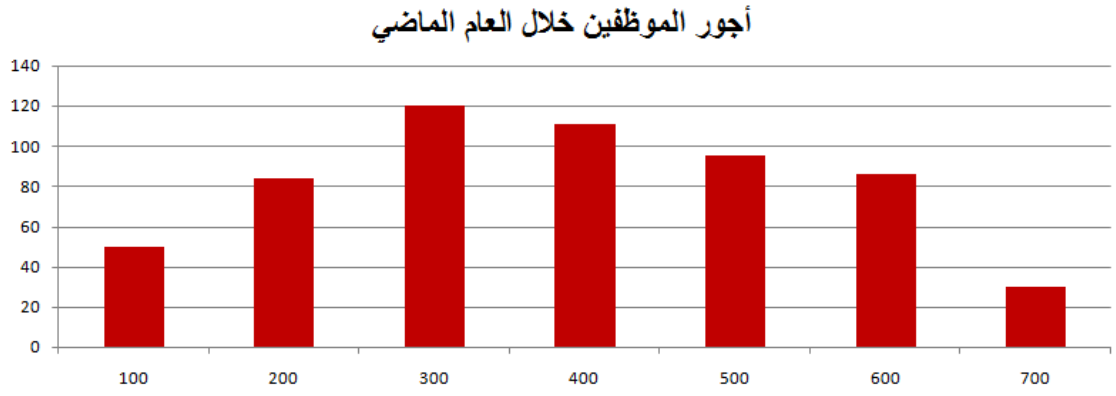
الجدول التالي يوضح أجور مجموعة من الموظفين خلال العام الماضي المطلوب حساب قيمة منوال الاجر ؟

الأجر	100	200	300	400	500	600	700
عدد العمال	50	84	120	111	95	86	30

الحل

المنوال = 300 ريال و هي القيمة التي تقابل أكبر تكرار و هو 120 موظف

الأجر	100	200	300	400	500	600	700
عدد العمال	50	84	120	111	95	86	30



٢- المنوال من الجداول ذات الفئات و التكرارات :-

1- تحديد الفئة التي تقابل أكبر تكرار (الحد الأعلى للفئة والحد الأدنى وطول هذه الفئة).

٢- المنوال = الحد الادنى للفئة المنوالية + $\frac{f_1}{f_1+f_2}$ × طول الفئة المنوالية.

f1 = أكبر تكرار – التكرار السابق

f2 = أكبر تكرار – التكرار اللاحق

مثال :-

الجدول التالي يوضح درجات مجموعة من الطلاب في مقرر الاحصاء :-

الدرجة	0 -	10 -	20 -	30 -	40 -	50 -	60 -	70 -	80 -	90 - 100
عدد الطلاب	15	20	40	90	80	45	35	22	15	12

المطلوب :- حساب قيمة المنوال لدرجات الطلاب

الحل

الفئة المنوالية

الدرجة	0 -	10 -	20 -	30 -	40 -	50 -	60 -	70 -	80 -	90 - 100
عدد الطلاب	15	20	40	90	80	45	35	22	15	12

التكرار السابق | أكبر تكرار | التكرار اللاحق

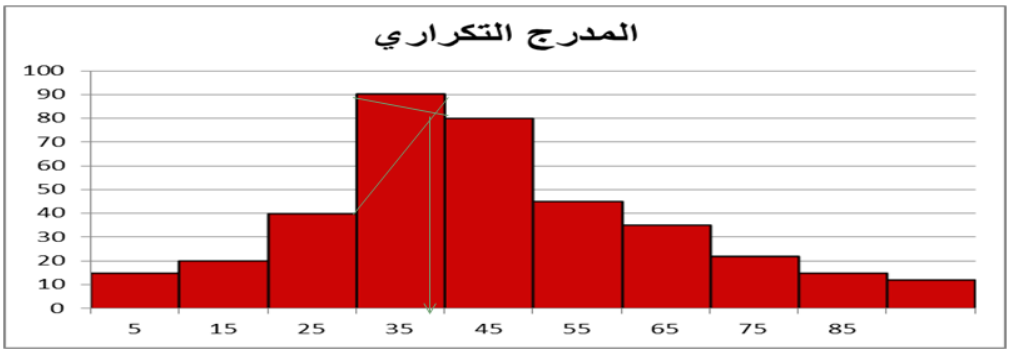
f1 = 90 - 40 = 50

f2 = 90 – 80 = 10

المنوال = 30 + $\frac{50}{50+10}$ × 10 = 38.33 درجة

المنوال من الرسم :-

الدرجة	0 -	10 -	20 -	30 -	40 -	50 -	60 -	70 -	80 -	90 - 100
عدد الطلاب	15	20	40	90	80	45	35	22	15	12



مثال :-

الجدول التالي يوضح توزيع مجموعة من الدخول بالريال لمجموعة من الاسر :-

الدرجة	100-	200-	300-	400-	500-	600-	700-800
عدد الطلاب	55	68	87	95	76	52	3

المطلوب :- **حساب قيمة منوال لدخل بالنسبة لهذه الاسر .**

الحل

الفئة المنوالية

الدرجة	100-	200-	300-	400-	500-	600-	700-800
عدد الطلاب	55	68	87	95	76	52	3

التكرار السابق — أكبر تكرار — التكرار اللاحق

$f1 = 95 - 87 = 8$

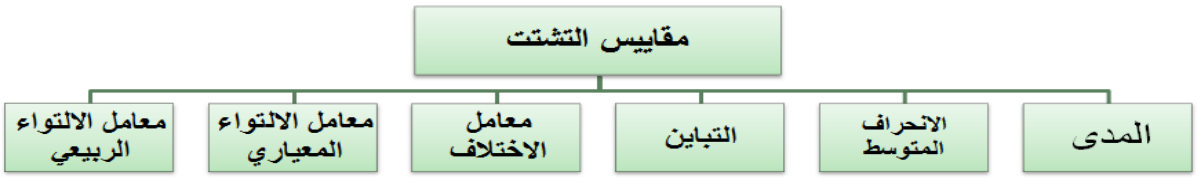
$f2 = 95 - 76 = 19$

$$\text{المنوال} = 400 + \frac{8}{8+19} \times 100 = 429.63 \text{ ريال}$$

ثالثاً :- مقاييس التشتت :-

إن درجة التباعد أو التقارب بين البيانات تسمى تشتتاً , و تستخدم مقاييس التشتت في المقارنة بين مجموعات البيانات من حيث تشتتها.

كلما قل تشتت البيانات و كلما اقتربت من متوسطها كلما كانت أقرب للتجانس .



1 – المدى :-

أولاً : البيانات غير المبوبة :- **هو الفرق بين أكبر مفردة و أقل مفردة .**

مثال :- **البيانات التالية تمثل أسعار مجموعة من تذاكر الطيران من الرياض إلى القاهرة و المطلوب حساب قيمة المدى لأسعار هذه التذاكر :-**

1100 , 500 , 675 , 1300 , 968 , 1150

الحل

المدى = 1300 – 500 = 800ريال

مثال :-

البيانات التالية توضح درجات مقياس الذكاء لمجموعتين من الطلاب و المطلوب المقارنة بين المجموعتين :-

المجموعة الاولى { 100,110,50,90,130,200,160 }

المجموعة الثانية { 150,160,120,100,170,165,155 }

الحـــل

المدى للمجموعة الاولى = 200 - 50 = 150 درجة

المدى للمجموعة الثانية = 170 – 100 = 70 درجة

إذاً تشتت المجموعة الأولى أكبر من المجموعة الثانية

ثانياً : المدى من البيانات المبوبة :-

المدى = الحد الأعلى للفئة الاخير – الحد الادنى للفئة الاولى

مثال :-

الجداول التالية توضح توزيع درجات مجموعة من الطلاب في مقررين دراسيين المحاسبة و الاحصاء و المطلوب بيان أي من المقررين أكثر تشتتاً ؟

درجات المحاسبة	10-	20-	30-	40-	50-60
عدد الطلاب	100	120	210	300	150

درجات الاحصاء	50-	55-	60-	65-	70-75
عدد الطلاب	250	310	420	260	100

1- المدى لدرجات المحاسبة = 60 - 10 = 50 درجة .

2- المدى لدرجات الاحصاء =75 - 50 = 25 درجة .

إذا درجات المحاسبة أكثر تشتتاً من درجات الاحصاء

2- التباين و الانحراف المعياري :-

١ – التباين :-

التباين هو متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ويرمز له بالرمز σ^2.

٢- الانحراف المعياري :-

الجذر التربيعي للتباين و يرمز للانحراف المعياري بالرمز σ.

أولاً التباين و الانحراف المعياري من البيانات غير المبوبة :-

إذا كانت $X_1, X_2, \dots\dots\dots, X_n$ تمثل n من بيانات المجتمع و
فإن التباين و الانحراف المعياري لها المتوسط الحسابي μ
يحسبان بالعلاقة:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

مثال :-

البيانات التالية توضح أجور اليومية مجموعة من العمال بالريال و المطلوب حساب قيمة التباين و الانحراف المعياري لأجور هؤلاء العمال :-

25 , 30 , 60 , 15 ,50 ,35

الحـــل

x	25	30	60	15	50	35	$\sum x = 215$
x^2	625	900	3600	225	2500	1225	$\sum x^2 = 9075$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = \frac{9075}{6} - \left(\frac{215}{6}\right)^2 = 228.47 \text{ ريال}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{228.47} = 15.1153 \text{ ريال}$$

مثال :-

البيانات التالية توضح درجات مجموعة من الطالب في مقرري الاحصاء و بحوث العمليات و المطلوب تقرير أي من درجات المقررين تعتبر أكثر تشتتاً :-

درجات الاحصاء { 13 , 18, 40 , 20 ,45 }

درجات بحوث العمليات { 35 , 40 , 28 ,30 ,48 }

الحـــل

درجات الاحصاء x	13	18	40	20	45	136
x^2	169	324	1600	400	2025	4518
درجات بحوث العمليات x	35	40	28	30	48	181
x^2	1225	1600	784	900	2304	6813

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = \frac{4518}{5} - \left(\frac{136}{5}\right)^2 = 163.76 \text{ ريال}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{163.76} = 12.797 \text{ درجة}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = \frac{6813}{5} - \left(\frac{181}{5}\right)^2 = 52.16 \text{ ريال}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{52.16} = 7.222 \text{ درجة}$$

أي أن درجات الطلاب في مقرر الاحصاء أكثر تشتتاً من درجات بحوث العمليات