المحاضرة الثالثة عشرة

مقرر مبادئ الاحصاء

الانحدار الخطي البسيط

اهداف المحاضرة

بنهاية هذه المحاضرة يجب ان يكون الطالب ملماً بـ:

مفهوم الانحدار الخطي البسيط

متى يستخدم الانحدار البسيط

كيفية حساب معادلة الانحدار الخطي البسيط المقدرة

كيفية حساب معامل التحديد

متى يستخدم معامل التحديد

معادلة خط الانحدار البسيط:

تعريف:

الانحدار هو علاقة بين المتغيرين (y,x) واستخدام هذه العلاقة في التنبؤ بقيم المتغير التابع وذلك بمعلومية المتغير المستغل.

ليكن نموذج خط الانحدار الحقيقي هو:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

حيث أن:

X : المتغير المستغل

Y : المتغير التابع

ε : متغير الخطأ

β_0 ، β_1 : معلمات

نموذج خط الانحدار المقدر:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

يمكن ايجاد قيم $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ بالعلاقات التالية:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{SS_{xy}}{SS_x}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

مثال (1):

اوجد معادلة خط الانحدار البسيط:

X_i^2	XiYi	y	x
1	7	7	1
9	15	5	3
4	10	5	2
16	24	6	4
25	30	6	5
55	86	29	15

الحل:

$$\hat{y}_i = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_i$$

$$\hat{B}_1 = \frac{SS_{xy}}{SS_x}$$

$$SS_{xy} = \sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

$$SS_{xy} = (86 - (5 \times 3 \times 5.8)) = -1$$

$$SS_x = \sum x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$SS_x = (55 - (5 \times 3^2)) = 10$$

$$\hat{B}_1 = \frac{-1}{10} = -0.1$$

$$\hat{B}_0 = \bar{y} - \hat{B}_1 \bar{X}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{29}{5} = 5.8$$

معامل التحديد

يساوي مربع معامل الارتباط ويدل على دلالة العلاقة بين المتغيرين X ، y هل العلاقة بينهما ذات دلالة احصائية او لا وتتراوح قيمته بين 0 و 1+

مثال(2):

اذا كان معامل الارتباط هو 0.19- اوجد معامل التحديد؟

الحل:

$$r^2 = (-0.19)^2 = 0.04$$

مثال (3):

إذا كان $\bar{x} = 6$, $\bar{y} = 5.3$, $SS_x = 10$, $SS_{xy} = 19$

اوجد معادلة الانحدار الخطي البسيط؟

الحل:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{SS_{xy}}{SS_x} = \frac{19}{10} = 1.9$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

$$\hat{\beta}_0 = (5.3 - (1.9 \times 6)) = -6.1$$

$$\hat{y}_i = -6.1 + 1.9 x_i$$