الإحصاء في الإدارة

شرح المحاضره ١٣

أولاً : معامل الارتباط

ثانياً : الانحدار الخطي البسيط

أختكم ترآتيل المسآء

أولاً الارتباط :-

مقدمة :-

الارتباط هو تحديد مدى طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين و مؤشر هذه العلاقة هو معامل الارتباط

فإذا كان لدينا متغيران فقط . المتغير X وهو متغير يتم تحديده من قبل الباحث أو الشخص الذي يقوم بالدراسة وهو يسمى بالمتغير المستقل Independent variable

يرافق المتغيرX متغير آخر Yويسمى بالمتغير التابع dependent variable وهو متغير إحصائي لأن نتيجته غير محددة وتعتمد على قيم المتغير المستقل.

خصائص معامل الارتباط

١. يحدد مقياس الارتباط مقدار العلاقة بين متغيرين فقط

٢. تقع قيمة معامل الارتباط دائما بين -١ و ١

٣. إذا كانت قيمة معامل الارتباط موجبة فإن الارتباط يكون طرديا. أي أن ازدياد قيمة المتغير الأول تؤدي لارتفاع قيمة المتغير الثاني.

٤. إذا كانت قيمة معامل الارتباط سالبة فإن الارتباط يكون عكسيا. أي أن ازدياد قيمة المتغير الأول تؤدي لانخفاض قيمة المتغير الثاني.

٥. يكون الارتباط قوي جدا عندما تقترب قيمته من ١ أو -١

***توضيح هنا كل ما قرب الي ١ صحيح يكون الارتباط قوي طردي**

وكل ما قرب الي –١ قل او تقل قوه الارتباط او لا يوجد ارتباط عكسي

٦. اقتراب القيمة من الصفر يعني ضعف العلاقة أو الارتباط. وإذا كانت قيمة الارتباط صفر، هذا يعني أن العلاقة معدومة بين المتغيرين.

أنواع الارتباط :-

١- الارتباط الموجب (الطردي) (Positive Correlation) بأنه علاقة بين متغيرين (x, y)بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في نفس الاتجاه..

٢- الارتباط السالب (العكسي) (Negative Correlation) بأنه علاقة بين متغيرين (x, y)بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في الاتجاه المضاد.

قياس الارتباط :-

تستخدم معاملات الارتباط لقياس درجة الارتباط بين متغيرين(ظاهرتين) .

تعريف معامل الارتباط :

يعرف معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز r بأنه عبارة عن مقياس رقمي يقيس قوة ونوع الارتباط بين متغيرين ، حيث تتراوح قيمته بين

(+1) و (-1) ، أي أن $1 \geq r \geq -1$

وتدل إشارة المعامل الموجبة على العلاقة الطردية ،

بينما تدل إشارة المعامل السالبة على العلاقة العكسية .

والجدول التالي يوضح أنواع الارتباط واتجاه العلاقة لكل نوع :

*تبسيط للكلام اللي فوق كله بالجدول هذا يوضح قوه الارتباط وهو محصور دائما بين ١ صحيح و -١

فأذا بالاختبار جاء سؤال ما نوع الارتباط وذكر ارقام بين ١ و -١ تذكروا الجدول هذا
وكل ما كان قريب اكثر لـــ ١ فهو قوي تام واذا اقل بكثير من ١ فهو ضعيف
نفس الجدول ولكن بدل ١ صحيح -١ طردي دائما موجب يكون عكسي سالب

قيمة معامل الارتباط	المعنى
+1	ارتباط طردي تام
من 0.70 إلى 0.99	ارتباط طردي قوي
من 0.50 إلى 0.69	ارتباط طردي متوسط
من 0.01 إلى 0.49	ارتباط طردي ضعيف
0	لا يوجد ارتباط خطي

تحديد أسلوب قياس الارتباط المناسب وفقا لنوع البيانات:

تحديد أسلوب قياس الارتباط المناسب وفقا لنوع البيانات:

كمية- كمية ـــــــــــ معامل ارتباط بيرسون (ع شكل ارقام فقط)

رتبية- رتبية ـــــــــــ معامل سبيرمان

كمية- رتبية ـــــــــــ معامل سبيرمان

١- معامل بيرسون للارتباط الخطي :-

يعتبر معامل الارتباط بيرسون من أكثر أنواع معاملات الارتباط استخداماً في مجال العلوم الاجتماعية .

ويستخدم هذا المعامل للتعبير عن قوة العلاقة بين المتغيرات الكمية فقط .

حساب معامل بيرسون للارتباط الخطي :

ويتم حساب معامل الارتباط بيرسون باستخدام العلاقة التالية:

$$r = \frac{n\sum xy \ - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2 - (\sum x)^2)\,(n\sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

وضح الدكتور طريقه سهله من المعادله :

اذا جاء لنا بالاختبار معامل الارتباط نعمل جدول مثل اللي تحت

تكتب معاملات X بالخانه وطلع المجموع

وتكتب معاملات y بالخانه وطلع المجموع

وتكتب معاملات xy عن طريق تضرب xبـــy وطلع المجموع

تكتب معاملات X^2 وطلع المجموع

تكتب معاملات Y^2 وطلع المجموع

ترقم الخانات الاعمده ١و٢و٣و.. وطلع المجموع نطبق عملي بالجدول

	1	2	3	4	5
	x	y	xy	x^2	y^2
N →	3	5	15	9	25
N →	4	6	24	16	36
	مجموع $\sum x$	مجموع $\sum y$	مجموع $\sum xy$	مجموع $\sum x^2$	مجموع $\sum y^2$

N= عدد المفردات يعني الخانات بكل مجموعة

نعوض بالقانون

$$\frac{n3 \ - 1 \times 2}{\sqrt{(n4 - 1^2)(n5 - 2^2)}}$$

مثال :

الجدول التالي يوضح درجات الطلاب في مقرري الاحصاء و المحاسبة :-

x	40	65	80	74	56	93	63	86
y	61	74	88	64	62	84	71	81

المطلوب :-

حساب معامل ارتباط بيرسون للعلاقة بين درجات الطلاب في كل من مقرري الاحصاء و المحاسبة ؟

١- معامل بيرسون للارتباط الخطي :-

*بالاختبار اذا جاء هالسؤال اول شيء تسويه ع طول جدول ح يكون كل معامل بجميع اعداده X و Y او س و ص..

ونرص كل ارقام تحت كل خانه ونطلع المجموع اللي هو $\sum$ _X _Y _X×Y _ x^2 _ y^2

مثل اللي بالجدول تحت بعد التعويض

	1	2	3	4	5
	x	y	xy	x^2	y^2
N=8	40	61	2440	1600	3721
	65	74	4810	4225	5476
	80	88	7040	6400	7744
	74	64	4736	5476	4096
	56	62	3472	3136	3844
	93	84	7812	8649	7056
	63	71	4473	3969	5041
	86	81	6966	7396	6561
	557	585	41749	40851	43539

نعوض بالقانون

N عدد الخانات الي في المثال تساوي 8 نطبق بالقانون

ترآتيل المسآء

$$r = \frac{n\sum xy \ -(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2-(\sum x)^2)}\ (n\sum y^2-(y)^2)}$$

$$= \frac{8\times 41749-557\times 585}{\sqrt{(8\times 40851-(557)^2)(8\times 43539-(585)^2)}}$$

$$= 0.811482$$

وطبقاً للنتيجة السابقة فإن الارتباط بين درجات الطلاب في مقرري الاحصاء و المحاسبة يعتبر ارتباط طردي قوي

معامل بيرسون للارتباط الخطي :-

الادخار X	150	220	120	180	160	410	335	90	110	175
الاستهلاك y	200	180	300	280	310	180	120	356	410	385

مثال :-

في دراسة لظاهرة الادخار و الاستهلاك تم الاعتماد على عينة من عشر مفردات و كانت بيانات العينة كما يلي :-

- معامل بيرسون للارتباط الخطي :-\

نسوي الجدول..

x	y	xy	x^2	y^2
150	200	30000	22500	40000
220	180	39600	48400	32400
120	300	36000	14400	90000
180	280	50400	32400	78400
160	310	49600	25600	96100
410	180	73800	168100	32400
335	120	40200	112225	14400
90	356	32040	8100	126736
110	410	45100	12100	168100
175	385	67375	30625	148225
1950	2721	464115	474450	826761

N

ترآتيل المسآء

قيمة الارتباط =

N= 10

نعوض بالقانون

$$r = \frac{n\sum xy \ -(\sum x\ )(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2-(\sum x)^2)\ (n\sum y^2-(y)^2)}}$$

$$= \frac{10\times464115-1950\times2721}{\sqrt{(10\times474450-(1950)^2)(10\times826761-(2721)^2)}}$$

= -0.737

وطبقاً للنتيجة السابقة فإن الارتباط بين كل من ظاهرتي الادخار و الاستهلاك هو ارتباط عكسي قوي .

أستخدم معامل اسبيرمان لارتباط الرتب:-

(Rank Correlation coefficient) إذا كان المتغيرين كليهما وصفي ترتيبي أو كليهما متغير كمي.

طريقة حساب معامل اسبيرمان لارتباط الرتب :

إذا فرضنا أن المتغير X له الرتب R_x وأن المتغير Y له الرتب R_y. وبفرض

أن d ترمز لفرق الرتبتين، بمعنى $d= R_x - R_y$ فإن معامل اسبيرمان لارتباط الرتب يُعطى بالصيغة التالية:

$$r = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

حيث n هي عدد الأزواج المرتبة .

مثال :-

البيانات التالية تمثل تقديرات عينة من سبعة طلاب فى مادتين

المادة الأولى	جيد	مقبول	ممتاز	جيد	جيد جداً	مقبول	جيد
المادة الثانية	جيد جداً	مقبول	جيد جداً	جيد	جيد	جيد	ممتاز

والمطلوب حساب معامل اسبيرمان لارتباط الرتب بين هذين المادتين؟

نسوي جدول YوX نرصهم مثل ما كتب بالمثال ،،

ترتيب الرتب على حسب الاكبر فـ الاكبر

ممتاز ح تكون 1 / جيدجدا 2 / جيد ٣ ولكن لم نكتب رتبها3 لـ X كتبت 4

أذا تكرر رتبه اكثر من مره نكتبها بالتوالي بعد اخر رتبه ٢ ح تكون ٣و٤و٥ نجمعهم ثم نقسمهم على عدد تكرارهم اللي هو ٣ مرات والناتج يكون هو عدد الرتبه بالجدول ح يكون واضح

X	y	x رتب	y رتب	d	d^2
جيد	جيد جداً	4	2.5	1.5	2.25
مقبول	مقبول	6.5	7	-0.05	0.25
ممتاز	جيد جداً	1	2.5	-1.5	2.25
جيد	جيد	4	5	-1	1
جيد جداً	جيد	2	5	-3	9
مقبول	جيد	6.5	5	1.5	2.25
جيد	ممتاز	4	1	3	9
المجموع				Zero	26

رتب الجيد ح تكون ٤ ← $\frac{3+4+5}{3} = 4$

رتب المقبول ح تكون 6.5 ← $\frac{6+7}{2} = 6.5$

رتب Y نفس الطريقه اللي كانت بـ X

اللي متكرر ح نطبق مثل ما طبقنا في جيد ومقبول بـ X سهل ما يحتاج نكرر الشرح ..

اذا هو اعطانا الراتب جاهزه ما يحتاج نطلعها

رتب X- Y ونسميه D مجموعهم لابد ان يكون صفر

D^2 عباره عن D×D ومجموعهم يكون هو الرقم المطلوب

نعوض بالقانون

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \times 26}{7(7^2-1)} = 1 - \frac{156}{7 \times 48} = 0.536$$

إذا فالعلاقة بين كل من درجات الطلاب في المادتين هي علاقة طردية متوسطة .

مثال :-

لدراسة علاقة ارتباط تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات، اخترنا خمس طلاب وكانت تقديراتهم كما

تقديرات الإحصاء (X)	F	A	C	D	B
تقديرات الرياضيات (Y)	D	C	B	F	A

هل توجد علاقة ارتباط؟ ما نوعها ومدى قوتها؟

الحل

X	y	رتب x	رتب y	d	d^2
F	D	1	2	-1	1
A	C	5	3	2	4
C	B	3	4	-1	1
D	F	2	1	1	1
B	A	4	5	-1	1
المجموع				0	8

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \times 8}{5(5^2-1)} = 1 - \frac{48}{120} = -0.6$$

نلاحظ وجود علاقة ارتباط طردية متوسطة بين تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات.

معامل اسبيرمان للارتباط الرتب

مثال :

الجدول التالي يوضح توزيع درجات مجموعة من الطلاب في مقرري الاحصاء والمحاسبة

الدخل x	100	150	90	350	210	185	95	155	120	325
الانفاق y	90	120	60	300	100	120	70	120	96	275

هل توجد علاقة ارتباط؟ ما نوعها ومدى قوتها؟

الحل نسوي جدول

X	y	رتب x	رتب y	d	d^2
90	70	2	3.5	-1.5	2.25
85	60	3	5	-2	4
65	85	6	2	4	16
70	90	5	1	4	16
95	55	1	6	-5	25
80	70	4	3.5	0.5	0.25
المجموع				0	63.5

رتب X ترتب الاكبر بالاكبر

رتب Yتكرر عندنا 70= $\frac{3+4}{2} = 3.5$

D عباره عن X-Y

D^2 عباره عن D×D

$$r_S = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_S = 1 - \frac{6 \times 63.5}{6(6^2-1)} = 1 - \frac{381}{210} = -0.8143$$

نلاحظ وجود علاقة ارتباط عكسية قوية بين درجات الطلاب في مادة الإحصاء والمحاسبة .

ثانياً : الانحدار الخطي البسيط

والانحدار هو أسلوب يمكن بواسطته تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الآخر عن طريق معادلة الانحدار

$$\hat{y} = a + bx$$

الانحدار الخطي البسيط : فكلمة " بسيط " تعني أن المتغير التابع y يعتمد على متغير مستقل واحد وهو x وكلمة " خطي" تعني أن العلاقة بين المتغيرين (x , y) علاقة خطية.

$$\hat{y} = a + bx$$

حيث

a : ثابت الانحدار أو الجزء المقطوع من محور y

B : ميل الخط المستقيم أو معامل انحدار

وتحسب القيمتان a و b من العلاقتين التاليتين:

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$

ملاحظات مهمة:

إشارة معامل الانحدارb تدل على نوع الارتباط(طردي أو عكسي)

لإيجاد قيمة مقدرة جديدةy نعوض بقيمة معلومة للمتغير المستقل ولتكن x في معادلة تقدير خط الانحدار.

$$\hat{y} = a + bx$$

نعوض مكان x

مثال :-

لدراسة علاقة الانفاق y بالدخل x (بالريال) خلال الخمس سنوات الاخيرة أخذنا عينة من ١٠ مفردات و كانت بيانتهم كما يلي :-

الدخل x	100	150	90	350	210	185	95	155	120	325
الانفاق y	90	120	60	300	100	120	70	120	96	275

المطلوب :-

ترآتيل المسآء

أوجد معادلة الانحدار الخطي البسيط و توقع قيمة الانفاق عند دخل ٤٠٠ ريال .

نسوي جدول نقل X ,Y ثم X×Y و X^2

x	y	xy	x^2
100	90	9000	10000
150	120	18000	22500
90	60	5400	8100
350	300	105000	122500
210	100	21000	44100
185	120	22200	34225
95	70	6650	9025
155	120	18600	24025
120	96	11520	14400
325	275	89375	105625
1780	1351	306745	394500

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{(n\sum xy)-((\sum x)\times(\sum y))}{(n\sum x^2)-(\sum x)^2} = \frac{10\times306745-1780\times1351}{10\times394500-(1780)^2} =$$

$$= \frac{662670}{1540220} = 0.8533$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n} = \frac{1351 - 0.43 * 1780}{10} = -16.788$$

$$\underline{y = -16.788 + 0.8533\ x}$$

حيث أن قيمة b موجبة فإن b تمثل معدل تزايد أي أن العلاقة بين كل من المتغيرين هي علاقة طردية .

*توضيح أذا كانت b+ فهي متزايده واذا كانت – فهي متناقصه ..

توقع قيمة الانفاق عند دخل ٤٠٠ ريال

$$y = -16.788 + 0.8533 \times (400) = 324.53$$

مثال :-

لدراسة علاقة الاستهلاك y بالادخار x (بالريال) خلال العشر سنوات الاخيرة أخذنا عينة من ٨ مفردات و كانت بيانتهم كما يلي :-

الاستهلاك x	150	200	130	95	86	110	60	210
الادخار y	70	20	110	160	180	150	250	80

المطلوب :-

أوجد معادلة الانحدار الخطي البسيط و توقع قيمة الادخار عند استهلاك 180 ريال .

نطبق كالمعتاد

x	y	xy	x^2
150	70	10500	22500
200	20	4000	40000
130	110	14300	16900
95	160	15200	9025
86	180	15480	7396
110	150	16500	12100
60	250	15000	3600
210	80	16800	44100
1041	1020	107780	155621

N=8

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{(n\sum xy)-((\sum x)\times(\sum y))}{(n\sum x^2)-(\sum x)^2} = \frac{8\times 107780 - 1041\times 1020}{8\times 155621-(1041)^2} =$$

$$= \frac{-199580}{161287} = -1.23742$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n} = \frac{1020 - (-1.23742 \times 1041)}{8} = 288.5195$$

$$y = 288.5195 - 1.23742\ x$$

حيث أن قيمة b سالبة فإن b تمثل معدل تناقص أي أن العلاقة بين كل من المتغيرين هي علاقة عكسية .

توقع قيمة الانفاق عند دخل 180 ريال

y = 288.5195 - 1.23752 x (180) = 65.784 ريال

تمرين (١) :-

إذا علمت المعلومات التالية :-

$\sum x = 54 \ , \sum y = 86 \ , \sum xy = 477 \ , \sum x^2 = 324 \ , \sum y^2 = 892 \ , \ n = 10$

فإن معامل الارتباط بين كل من المتغيرين x و y يساوى :-

(أ) -٠,١٧٩

(ب) ٠,١٧٩

(جـ) -٠,٥٦

(ء) لا شيء مما سبق

الحل

$$R=\frac{10\times477-54\times86}{\sqrt{(8\times324-(54)^2)(8\times892-(86)^2)}}$$

نطبق الالة الحاسبه يطلع الناتج =0.434

تمرين (٢) :-

إذا علمت المعلومات التالية :-

$\sum x = 178 \ , \sum y = 156 \ , \sum xy = 2638 \ , \sum x^2 = 3670 \ , \sum y^2 = 2742 \ , \ n = 10$

فإن معامل الارتباط بين كل من المتغيرين x و y يساوى :-

(أ) 0.35

(ب) -0.35

(جـ) 1

(ء) لا شيء مما سبق

الحل

$$R=\frac{10\times2638-178\times156}{\sqrt{(10\times33670-(178)^2)(10\times2742-(156)^{2)}}}$$

طبقت بالالة طلع الناتج 0.045

- تأكدوا من الناتج ^_^

آنتهى بحمدلله