المحاضرة الثانية عشر

تابع مقاييس التشتت

١- التباين و الانحراف المعياري :-

ثانياً : التباين و الانحراف المعياري من البيانات المبوبة :-

إذا كانت بيانات الظاهرة ، مبوبة في جدول توزيع تكراري ، فإن الانحراف المعياري يحسب بتطبيق المعادلة التالية :-

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

مثال :-

الجدول التالي يتضمن فئات الانفاق الشهري للأسرة و المطلوب حساب الانحراف المعياري و التباين :-

عدد الاسر	فئات الانفاق
120	50 -
140	60 -
160	70 -
180	80 -
150	90 – 100
750	المجموع

الحل :

فئات الانفاق	عدد الاسر f	مركز الفئة x	f x	fx^2
50 -	120	55	6600	363000
60 -	140	65	9100	591500
70 -	160	75	12000	900000
80 -	180	85	15300	1300500
90 - 100	150	95	14250	1353750
المجموع	750		57250	4508750

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2 = \frac{4508750}{750} - \left(\frac{57250}{750}\right)^2 = 184.8889$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 13.5974$$

مثال : الجدول التالي يتضمن فئات الاجر الشهري لمجموعة من العاملين و المطلوب حساب الانحراف المعياري والتباين :-

فئات الانفاق	عدد الاسر
100 -	55
200 -	65
300 -	80
400 -	75
500 – 600	35
المجموع	310

الحل :-

فئات الانفاق	عدد الاسر f	مركز الفئة x	f x	fx^2
100 -	55	150	8250	1237500
200 -	65	250	16250	4062500
300 -	80	350	28000	9800000
400 -	75	450	33750	15187500
500 - 600	35	550	19250	10587500
المجموع	310		105500	40875000

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2 = \frac{40875000}{310} - \left(\frac{105500}{310}\right)^2 = 16035.38$$ ريال

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 126.6309$$ ريال

٢- معامل الاختلاف المعياري :-

هو معامل نسبي يستخدم للمقارنة بين تشتت ظاهرتين أو أكثر مختلفتين في وحدة القياس أو في القيمة المتوسطة لهما. والظاهرة التي معامل اختلافها أكبر تكون أكثر تشتتاً من الأخرى. ويرمز له بالرمز c.v.(x) .

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$$

مثال :-

في دراسة لمستوى أداء طلاب التعليم عن بعد في مقررين وهما مقرر المحاسبة و الاحصاء تم تجميع البيانات التالية :-

المقرر	المقاييس الوصفية لاختبار مستوى الطلاب	
	الوسط الحسابي $\bar{X}$	الانحراف المعيارى σ
المحاسبة	70	5
الاحصاء	80	8

المطلوب : أي من المقررين أكثر تشتتاً ؟

الحل :

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$$

$$C.V\ 1 = \frac{5}{70} \times 100 = 7.143\%$$

$$C.V\ 2 = \frac{8}{80} \times 100 = 10\%$$

بما أن معامل الاختلاف لدرجات الطلاب في مقرر الاحصاء أكبر من معامل الاختلاف بالنسبة لدرجات الطلاب في مقرر المحاسبة فيمكن القول أن التشتت النسبي لدرجات الاحصاء أكبر من المحاسبة أي أن درجات المحاسبة أكثر تجانساً من درجات الاحصاء .

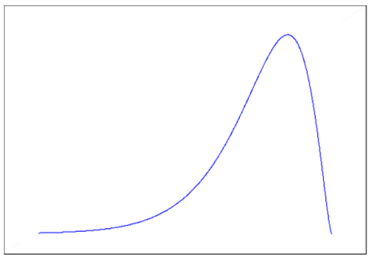
٤ ـ معامل الالتواء :-

هو درجة بُعد المنحنى التكراري عن التماثل. ويقصد بالتماثل أنه إذا أسقطنا عموداً من قمة المنحنى التكراري وقسمه إلى قسمين منطبقين يكـون التوزيع متماثلاً. والعكس فيكون التوزيع غير متماثل أي ملتو إما إلى جهة اليمين أو إلى جهة اليسار.

معامل الالتواء = صفر يعني أن المنحنى الاعتدالي متماثل أي إذا قسمنا هذا المنحنى قسمين فإنهما يكونا متماثلان تماما، ويسمى لذلك توزيع اعتدالي. أما إذا انحرف المنحنى نحو القيم الكبيرة (جهة اليمين) فيوصف بأنه موجب الالتواء، وإذا انحرف نحو القيم الصغيرة (جهة اليسار) فيوصف بأنه سالب الالتواء.

يمكن الاستفادة من هذا التعريف في ناحيتين:

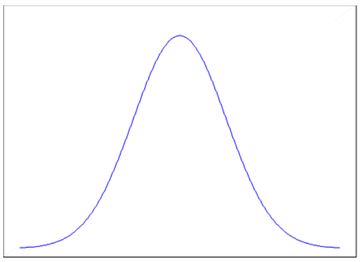
- **معرفة نوع الالتواء موجب أو سالب على حسب الإشارة.**
- **المقارنة بين توزيعين تكرارين . المجموعة التي لها معامل التواء أكبر يكون توزيعها ملتوياً أكثر.**



التوزيع غير متماثل

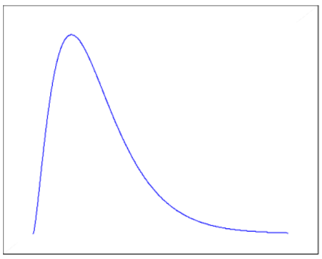
وملتو من جهة اليسار

معامل الالتواء = قيمة سالبة



التوزيع متماثل

معامل الالتواء = 0



التوزيع الغير متماثل

و ملتو من جهة اليمين

معامل الالتواء = قيمة موجبة

١ ـ معامل الالتواء المعياري :-

$$\text{معامل الالتواء المعياري} = \frac{3(\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

الناتج :-
١- صفر أو يقترب من الصفر إذا فالتوزيع معتدل أو متماثل أو طبيعي .
٢- موجب إذا التوزيع ملتوي جهة اليمين .
٣- سالب إذا التوزيع ملتوي جهة اليسار .

مثال :-

إذا كان متوسط درجات الطلاب في مقرر الاحصاء ٨٥ درجة و ذلك بانحراف معياري قدره ١٠ درجات فإذا علمت أن قيمة وسيط الدرجات لهذا المقرر هو ٨٠ درجة المطلوب حساب معامل الالتواء المعياري لدرجات الطلاب في هذا المقرر ؟

الحل:-

معامل الالتواء المعياري = $\frac{3(\text{الحسابي الوسط} - \text{الوسيط})}{\text{المعياري الانحراف}}$

عامل الالتواء المعياري = $1.5 = \frac{3\times(85-80)}{10}$

حيث أن الناتج قيمة موجبة إذا فهذا التوزيع ملتوي جهة اليمين .

٢- معامل الالتواء الربيعي :-

$$\frac{(\text{الاعلى الربيع} - \text{الوسيط}) - (\text{الوسيط} - \text{الادنى الربيع})}{(\text{الاعلى الربيع}) - (\text{الادنى الربيع})}$$

مثال :-

البيانات التالية توضح مجموعة من المقاييس الاحصائية للأجور الشهرية لعينتين من العاملين أحدهما في قطاع التعليم و الاخرى في القطاع الصناعي :-

العاملين في قطاع	الربيع الأدنى	الوسيط	الربيع الأعلى
التعليم	110	500	900
الصناعي	250	850	1100

المطلوب :-

باستخدام معامل الالتواء الربيعي قارن بين نوع كل من التوزيعين .

الحل :-

١- معامل الالتواء الربيعي للعاملين في قطاع التعليم =

معامل الالتواء $0.01 = \frac{(900-500)-(500-110)}{(900-110)} =$

يتضح من النتائج السابقة أن قيمة معامل الالتواء تقترب من الصفر و لذلك فيمكن اعتبار أن هذا التوزيع متماثل .

٢- معامل الالتواء الربيعي للعاملين في القطاع الصناعي =

معامل الالتواء $-0.41176 = \frac{(1100-850)-(850-250)}{(1100-250)} =$

يعتبر التوزيع السابق توزيع ملتوي جهة اليسار.

تمرين شامل :-

الجدول التالي يوضح توزيع مجموعة من درجات الطلاب في مقرر الكيمياء :-

عدد الطلاب	فئات الدرجات
15	0 -
40	10 -
55	20 -
35	30 -
5	40 – 50
150	المجموع

المطلوب:-

١ - الوسط الحسابي و التباين و الانحراف المعياري :-

fx^2	fx	x	عدد الطلاب	فئات الدرجات
375	75	5	15	0 -
9000	600	15	40	10 -
34375	1375	25	55	20 -
42875	1225	35	35	30 -
10125	225	55	5	40 – 50
96750	3500		150	المجموع

١ - الوسط الحسابي :-

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{3500}{150} = 23.33$$ درجة

٢ - التباين :-

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2 = \frac{96750}{150} - \left(\frac{3500}{150}\right)^2 = 100.55$$

٣ - الانحراف المعياري :-

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{100.55} = 10.03$$

٢ - الوسيط و الربيع الادنى و الربيع الاعلى :-

١- تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الجدول الاصلي

فئات الدرجات	عدد الطلاب
0 -	15
10 -	40
20 -	55
30 -	35
40 – 50	5
المجموع	150

الجدول التكراري المجتمع الصاعد

الحد الادنى لفئة	التكرار المتجمع
أقل من 0	0
أقل من 10	15
أقل من 20	55
أقل من 30	110
أقل من 40	145
أقل من 50	150

١- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى لفئة	التكرار المتجمع
أقل من 0	0
أقل من 10	15
أقل من 20	55
أقل من 30	110
أقل من 40	145
أقل من 50	150

ترتيب الوسط

٢- ترتيب الوسيط :-

$$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2} = = \frac{150}{2} = 75$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

٣- الوسيط =

$$20 + \frac{75-55}{110-55} \times 10 = 23.64 = \text{درجة}$$

٢- ترتيب الربيع الأدنى :-

$$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{4} = = \frac{150}{4} = 37.5$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

٣- الربيع الادنى =

$$= 10 + \frac{37.5-15}{55-15} \times 10 = 15.625$$

٢- ترتيب الربيع الأعلى :-

$$= \frac{3\text{مجموع التكرارات}}{4} = \frac{150\times3}{4} = 112.5$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

٣- الربيع الاعلى =

$$= 30 + \frac{112.5-110}{145-110} \times 10 = 30.71$$

٣- معامل الاختلاف المعياري و معامل الالتواء المعياري :-

أ- معامل الاختلاف المعياري :-

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100 = \frac{10.03}{23.33} \times 100 = 42.98\ \%$$

ب- معامل الالتواء المعياري :-

معامل الالتواء المعياري $= \frac{3(\text{الحسابي الوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$

عامل الالتواء المعياري $= \frac{3\times(23.33-23.64)}{10.03} = -0.093$

حيث أن الناتج قيمة تقترب من الصفر إذا فهذا التوزيع متماثل .

٤ـ معامل الاختلاف الربيعي و معامل الالتواء الربيعي :-

أ- **معامل الاختلاف الربيعي** $= \frac{\text{الاعلى الربيع} - \text{الادنى الربيع}}{\text{الاعلى الربيع} + \text{الادنى الربيع}} \times ١٠٠$

معامل الاختلاف الربيعي $= \frac{30.714-15.625}{30.714+15.625} \times 100 = 32.56\%$

ب- معامل الالتواء الربيعي $= \frac{(\text{الاعلى الربيع} - \text{الوسيط}) - (\text{الوسيط} - \text{الادنى الربيع})}{(\text{الاعلى الربيع}) - (\text{الادنى الربيع})}$

معامل الالتواء الربيعي $= \frac{(30.714-23.64)-(23.64-15.625)}{(30.714-15.625)} = -0.06$

حيث أن الناتج قيمة تقترب من الصفر إذا فهذا التوزيع متماثل .

تمرين شامل ٢ :-

فئات الدخل	عدد الأسر
100 -	30
200 -	65
300 -	80
400 -	75
500 - 600	50
المجموع	300

المطلوب :-

١ـ الوسط الحسابي و التباين و الانحراف المعياري :-

فئات الدخل	f	x	f x	fx^2
100 -	30	150	4500	675000
200 -	65	250	16250	4062500
300 -	80	350	28000	9800000
400 -	75	450	33750	15187500
500 - 600	50	550	27500	15125000
المجموع	300		110000	44850000

١ـ الوسط الحسابي :-

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{110000}{300} = 366.67$$ ريال

٢ـ التباين :-

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2 = \frac{44850000}{300} - \left(\frac{110000}{300}\right)^2 = 15055.56$$

٣ـ الانحراف المعياري :-

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{15055.56} = 122.7011$$ ريال

٤ـ الوسيط و الربيع الادنى و الربيع الاعلى :-

١ـ تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الجدول الاصلى

عدد الأسر	فئات الدخل
30	100 -
65	200 -
80	300 -
75	400 -
50	500 - 600
300	المجموع

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

التكرار المتجمع	الحد الادنى لفئة
0	أقل من 100
30	أقل من 200
95	أقل من 300
175	أقل من 400
250	أقل من 500
300	أقل من 600

١ـ الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى لفئة
0	أقل من 100
30	أقل من 200
95	أقل من 300
175	أقل من 400
250	أقل من 500
300	أقل من 600

ترتيب الوسط

ترتيب الوسيط :-

$$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2} = \frac{300}{2} = 150$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

الوسيط =

$$= 300 + \frac{150 - 95}{175 - 95} \times 100 =$$

368.75 ريال

ترتيب الربيع الأدنى :-

$$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{4} = \frac{300}{4} = 75$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

الربيع الادنى =

$$= 200 + \frac{75 - 30}{95 - 30} \times 100 =$$

269.23ريال

ترتيب الربيع الأعلى :-

$$= \frac{3\text{مجموع التكرارات}}{4} = \frac{300 \times 3}{4} = 225$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

٣- الربيع الادنى =

$$= 400 + \frac{225 - 175}{250 - 175} \times 100 =$$

466.67 ريال

٥- معامل الاختلاف المعياري و معامل الالتواء المعياري :-

أ- **معامل الاختلاف المعياري :-**

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100 = \frac{122.7011}{366.67} \times 100 = 33.46\ \%$$

ب- معامل الالتواء المعياري :-

$$\text{معامل الالتواء المعياري} = \frac{3(\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$\text{عامل الالتواء المعياري} = -0.05 = \frac{3 \times (366.67 - 368.75)}{122.7011}$$

حيث أن الناتج قيمة تقترب من الصفر إذا فهذا التوزيع متماثل .

٦- معامل الاختلاف الربيعي و معامل الالتواء الربيعي :-

$$\text{أ- معامل الاختلاف الربيعي} = \frac{\text{الربيع الاعلى} - \text{الربيع الادنى}}{\text{الربيع الاعلى} + \text{الربيع الادنى}} \times ١٠٠$$

$$\text{ب - معامل الاختلاف الربيعي} = 26.83\% = \frac{466.67 - 269.23}{466.67 + 269.23} \times 100 =$$

$$\text{ج- معامل الالتواء الربيعي} = \frac{(\text{الربيع الاعلى} - \text{الوسيط}) - (\text{الوسيط} - \text{الربيع الادنى})}{(\text{الربيع الاعلى}) - (\text{الربيع الادنى})}$$

$$\text{معامل الالتواء الربيعي}\ 0.0081 - = \frac{(466.67 - 368.75) - (368.75 - 269.23)}{(466.67 - 269.23)} =$$

حيث أن الناتج قيمة تقترب من الصفر إذا فهذا التوزيع متماثل .

المحاضرة (١٣)

أولاً : معامل الارتباط

ثانياً : الانحدار الخطي البسيط

أولاً الارتباط :-

مقدمة :-

الارتباط هو تحديد مدى طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين و مؤشر هذه العلاقة هو معامل الارتباط

فإذا كان لدينا متغيران فقط . المتغير X وهو متغير يتم تحديده من قبل الباحث أو الشخص الذي يقوم بالدراسة وهو يسمى بالمتغير المستقل Independent variable

يرافق المتغيرX متغير آخر Yويسمى بالمتغير التابع dependent variable وهو متغير إحصائي لأن نتيجته غير محددة وتعتمد على قيم المتغير المستقل.

خصائص معامل الارتباط :-

1. **يحدد مقياس الارتباط مقدار العلاقة بين متغيرين فقط**
2. **تقع قيمة معامل الارتباط دائما بين ـ١ و ١**
3. **إذا كانت قيمة معامل الارتباط موجبة فإن الارتباط يكون طرديا. أي أن ازدياد قيمة المتغير الأول تؤدي لارتفاع قيمة المتغير الثاني.**
4. **إذا كانت قيمة معامل الارتباط سالبة فإن الارتباط يكون عكسيا. أي أن ازدياد قيمة المتغير الأول تؤدي لانخفاض قيمة المتغير الثاني.**
5. **يكون الارتباط <u>قوى جدا</u> عندما تقترب قيمته من ١ أو ـ١**
6. **اقتراب القيمة من الصفر يعني ضعف العلاقة أو الارتباط. وإذا كانت قيمة الارتباط صفر، هذا يعني أن العلاقة معدومة بين المتغيرين.**

أنواع الارتباط :-

١ ـ الارتباط الموجب (الطردي) (Positive Correlation) بأنه علاقة بين متغيرين (x, y)بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في نفس الاتجاه..

٢ ـ الارتباط السالب (العكسي) (Negative Correlation) بأنه علاقة بين متغيرين (x, y)بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في الاتجاه المضاد.

قياس الارتباط :-

تستخدم معاملات الارتباط لقياس درجة الارتباط بين متغيرين(ظاهرتين) .

تعريف معامل الارتباط :

يعرف معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز r بأنه عبارة عن مقياس رقمي يقيس قوة ونوع الارتباط بين متغيرين ، حيث تتراوح قيمته بين

(+1) و (-1) ، أي أن $1 \geq r \geq -1$

وتدل إشارة المعامل الموجبة على العلاقة الطردية ،

بينما تدل إشارة المعامل السالبة على العلاقة العكسية .

والجدول التالي يوضح أنواع الارتباط واتجاه العلاقة لكل نوع :

قيمة معامل الارتباط	المعنى
+1	ارتباط طردي تام
من 0.70 إلى 0.99	ارتباط طردي قوي
من 0.50 إلى 0.69	ارتباط طردي متوسط
من 0.01 إلى 0.49	ارتباط طردي ضعيف
0	لا يوجد ارتباط خطي

تحديد أسلوب قياس الارتباط المناسب وفقا لنوع البيانات:

كمية- كمية ــــــــــــ معامل ارتباط بيرسون

رتبية- رتبية ــــــــــ معامل سبيرمان

كمية- رتبية ــــــــــ معامل سبيرمان

١- معامل بيرسون للارتباط الخطي :-

يعتبر معامل الارتباط بيرسون من أكثر أنواع معاملات الارتباط استخداماً في مجال العلوم الاجتماعية .

ويستخدم هذا المعامل للتعبير عن قوة العلاقة بين المتغيرات الكمية فقط .

حساب معامل بيرسون للارتباط الخطي :
ويتم حساب معامل الارتباط بيرسون باستخدام العلاقة التالية:

$$r = \frac{n\sum xy \ - (\sum x\ )(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2 - (\sum x)^2)\ (n\sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
$\sum x$	$\sum y$	$\sum xy$	$\sum x^2$	$\sum y^2$

مثال :

الجدول التالي يوضح درجات الطلاب في مقرري الاحصاء و المحاسبة :-

x	40	65	80	74	56	93	63	86
y	61	74	88	64	62	84	71	81

المطلوب :-

حساب معامل ارتباط بيرسون للعلاقة بين درجات الطلاب في كل من مقرري الاحصاء و المحاسبة ؟

x	y	xy	x^2	y^2
40	61	2440	1600	3721
65	74	4810	4225	5476
80	88	7040	6400	7744
74	64	4736	5476	4096
56	62	3472	3136	3844
93	84	7812	8649	7056
63	71	4473	3969	5041
86	81	6966	7396	6561
557	585	41749	40851	43539

الحل:

قيمة الارتباط =

$$r = \frac{n\sum xy \;\; - (\sum x\,)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2 - (\sum x)^2)\;(n\sum y^2 - (y)^2)}}$$

$$= \frac{8\times41749-557\times585}{\sqrt{(8\times40851-(557)^2)(8\times43539-(585)^2)}}$$

$= 0.811482$

وطبقاً للنتيجة السابقة فإن الارتباط بين درجات الطلاب في مقرري الاحصاء و المحاسبة يعتبر ارتباط طردي قوي

مثال :-

في دراسة لظاهرة الادخار و الاستهلاك تم الاعتماد على عينة من عشر مفردات و كانت بيانات العينة كما يلي

الادخار X	150	220	120	180	160	410	335	90	110	175
الاستهلاك y	200	180	300	280	310	180	120	356	410	385

المطلوب : حساب اتجاه و قوة العلاقة بين كل من الظاهرتين ؟

x	y	xy	x^2	y^2
150	200	30000	22500	40000
220	180	39600	48400	32400
120	300	36000	14400	90000
180	280	50400	32400	78400
160	310	49600	25600	96100
410	180	73800	168100	32400
335	120	40200	112225	14400
90	356	32040	8100	126736
110	410	45100	12100	168100
175	385	67375	30625	148225
1950	2721	464115	474450	826761

الحل:

قيمة الارتباط =

$$r = \frac{n\sum xy \; - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2 - (\sum x)^2)\;(n\sum y^2 - (y)^2)}}$$

$$= \frac{10\times464115 - 1950\times2721}{\sqrt{(10\times474450 - (1950)^2)(10\times826761 - (2721)^2)}}$$

$= -0.737$

وطبقاً للنتيجة السابقة فإن الارتباط بين كل من ظاهرتي الادخار و الاستهلاك هو ارتباط عكسي قوي .

٢ـ معامل اسبيرمان للارتباط الرتب :-

نستخدم معامل اسبيرمان لارتباط الرتب:-

(Rank Correlation coefficient) إذا كان المتغيرين كليهما وصفي ترتيبي أو كليهما متغير كمي.

طريقة حساب معامل اسبيرمان لارتباط الرتب :

إذا فرضنا أن المتغير X له الرتب R_x وأن المتغير Y له الرتب R_y. وبفرض أن d ترمز لفرق الرتبتين، بمعنى $d = R_x - R_y$ فإن معامل اسبيرمان لارتباط الرتب يُعطى بالصيغة التالية:

$$r = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

حيث n هي عدد الأزواج المرتبة .

مثال :-

البيانات التالية تمثل تقديرات عينة من سبعة طلاب فى مادتين

المادة الأولى	جيد	مقبول	ممتاز	جيد	جيد جداً	مقبول	جيد
المادة الثانية	جيد جداً	مقبول	جيد جداً	جيد	جيد	جيد	ممتاز

والمطلوب:- حساب معامل اسبيرمان لارتباط الرتب بين هذين المادتين؟

X	y	رتب x	رتب y	d	d^2
جيد	جيد جداً	4	2.5	1.5	2.25
مقبول	مقبول	6.5	7	-0.05	0.25
ممتاز	جيد جداً	1	2.5	-1.5	2.25
جيد	جيد	4	5	-1	1
جيد جداً	جيد	2	5	-3	9
مقبول	جيد	6.5	5	1.5	2.25
جيد	ممتاز	4	1	3	9
المجموع				Zero	26

الحل :

$$r_S = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_S = 1 - \frac{6\times 26}{7(7^2-1)} = 1 - \frac{156}{7\times 48} = 0.536$$

إذا فالعلاقة بين كل من درجات الطلاب في المادتين هي علاقة طردية متوسطة .

مثال :-

لدراسة علاقة ارتباط تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات، اخترنا خمس طلاب وكانت تقديراتهم كما يلي:

تقديرات الإحصاء (X)	F	A	C	D	B
تقديرات الرياضيات (Y)	D	C	B	F	A

هل توجد علاقة ارتباط؟ ما نوعها ومدى قوتها؟

الحل :-

X	y	رتب x	رتب y	d	d^2
F	D	1	2	-1	1
A	C	5	3	2	4
C	B	3	4	-1	1
D	F	2	1	1	1
B	A	4	5	-1	1
المجموع				**0**	**8**

$$r_S = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_S = 1 - \frac{6 \times 8}{5(5^2 - 1)} = 1 - \frac{48}{120} = 0.6$$

نلاحظ وجود علاقة ارتباط طردية متوسطة بين تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات.

مثال :

الجدول التالي يوضح توزيع درجات مجموعة من الطلاب في مقرري الاحصاء والمحاسبة :-

درجات الاحصاءX	90	85	65	70	95	80
درجات المحاسبة Y	70	60	85	90	55	65

هل توجد علاقة ارتباط؟ ما نوعها ومدى قوتها؟

الحل:

X	y	رتب x	رتب y	d	d^2
90	70	2	3.5	-1.5	2.25
85	60	3	5	-2	4
65	85	6	2	4	16
70	90	5	1	4	16
95	55	1	6	-5	25
80	70	4	3.5	0.5	0.25
المجموع				0	63.5

$$r_S = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_S = 1 - \frac{6 \times 63.5}{6(6^2 - 1)} = 1 - \frac{381}{210} = -0.8143$$

نلاحظ وجود علاقة ارتباط عكسية قوية بين درجات الطلاب في مادة الإحصاء والمحاسبة .

ثانياً : الانحدار الخطي البسيط :-

والانحدار هو أسلوب يمكن بواسطته تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الآخر عن طريق معادلة الانحدار

$$\hat{y} = a + bx$$

الانحدار الخطي البسيط : فكلمة " بسيط " تعني أن المتغير التابع y يعتمد على متغير مستقل واحد وهو x وكلمة " خطي" تعني أن العلاقة بين المتغيرين (x , y) علاقة خطية.

.

$$\hat{y} = a + bx$$

حيث

a : ثابت الانحدار أو الجزء المقطوع من محور y

B : ميل الخط المستقيم أو معامل انحدار

وتحسب القيمتان a و b من العلاقتين التاليتين:

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$

ملاحظات مهمة:

إشارة معامل الانحدار b تدل على نوع الارتباط(طردي أو عكسي)

لإيجاد قيمة مقدرة جديدة y نعوض بقيمة معلومة للمتغير المستقل ولتكن x في معادلة تقدير خط الانحدار.

$$\hat{y} = a + bx$$

نعوض مكان x

مثال :-

لدراسة علاقة الانفاق y بالدخل x (بالريال) خلال الخمس سنوات الاخيرة أخذنا عينة من ١٠ مفردات و كانت بياناتهم كما يلي :-

الدخل x	100	150	90	350	210	185	95	155	120	325
الانفاق y	90	120	60	300	100	120	70	120	96	275

المطلوب :-

أوجد معادلة الانحدار الخطي البسيط و توقع قيمة الانفاق عند دخل ٤٠٠ ريال .

x	y	xy	x^2
100	90	9000	10000
150	120	18000	22500
90	60	5400	8100
350	300	105000	122500
210	100	21000	44100
185	120	22200	34225
95	70	6650	9025
155	120	18600	24025
120	96	11520	14400
325	275	89375	105625
1780	1351	306745	394500

الحل:

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{(n\sum xy)-((\sum x)\times(\sum y))}{(n\sum x^2)-(\sum x)^2} = \frac{10\times306745-1780\times1351}{10\times394500-(1780)^2} =$$

$$= \frac{662670}{1540220} = 0.8533$$

$$a = \frac{\sum y - b\ \sum x}{n} = \frac{1351-0.43*1780}{10} = -16.788$$

$$\underline{y = -16.788 + 0.8533\ x}$$

حيث أن قيمة b موجبة فإن b تمثل معدل تزايد أي أن العلاقة بين كل من المتغيرين هي علاقة طردية .

توقع قيمة الانفاق عند دخل ٤٠٠ ريال

$$y = -16.788 + 0.8533 \times (400) = 324.53$$

مثال :-

لدراسة علاقة الاستهلاك y بالادخار x (بالريال) خلال العشر سنوات الاخيرة أخذنا عينة من ٨ مفردات و كانت بيانتهم كما يلي :-

الاستهلاك x	150	200	130	95	86	110	60	210
الادخار y	70	20	110	160	180	150	250	80

المطلوب :-

أوجد معادلة الانحدار الخطي البسيط و توقع قيمة الادخار عند استهلاك 180 ريال .

الحل:

x	y	xy	x^2
150	70	10500	22500
200	20	4000	40000
130	110	14300	16900
95	160	15200	9025
86	180	15480	7396
110	150	16500	12100
60	250	15000	3600
210	80	16800	44100
1041	1020	107780	155621

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{(n\sum xy)-((\sum x)\times(\sum y))}{(n\sum x^2)-(\sum x)^2} = \frac{8\times107780-1041\times1020}{8\times155621-(1041)^2} =$$

$$= \frac{-199580}{161287} = -1.23742$$

$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n} = \frac{1020-(-1.23742\times1041)}{8} = 288.5195$$

$$\underline{y = 288.5195 - 1.23742\,x}$$

حيث أن قيمة b سالبة فإن b تمثل معدل تناقص أي أن العلاقة بين كل من المتغيرين هي علاقة عكسية .

توقع قيمة الانفاق عند دخل 180 ريال

$$y = 288.5195 - 1.23752\,x\,(180) = 65.784 \text{ r.s}$$

تمارين منوعه :

تمرين (١) :-

إذا علمت المعلومات التالية :-

$\sum x = 54\ , \sum y = 86\ , \sum xy = 477\ , \sum x^2 = 324\ , \sum y^2 = 892\ ,\ n = 10$

فإن معامل الارتباط بين كل من المتغيرين x و y يساوى :-

(أ) -٠.١٧٩

(ب) ٠.١٧٩

(جـ) -٠.٥٦

(ء) لا شيء مما سبق

تمرين (٢) :-

إذا علمت المعلومات التالية :-

$\sum x = 178\ , \sum y = 156\ , \sum xy = 2638\ , \sum x^2 = 3670\ , \sum y^2 = 2742\ ,\ n = 10$

فإن معامل الارتباط بين كل من المتغيرين x و y يساوى :-

(أ) 0.35

(ب) -0.35

(جـ) 1

(ء) لا شيء مما سبق