

## الفصل السادس

المتتابعات الحسابية والهندسية

المتتابعة الحسابية : هي مجموعة من الأعداد مرتبة في نمط محدد أو ترتيب معين  
ويسمى كل عدد في المتتابعة حدا

ويمكن أن تكون المتتابعة منتهية أي لها عدد من الحدود مثل :

-5,0,5,10,15,20

أو غير منتهية حيث تستمر إلى ما لانهاية مثل :

0,2,4,6,8,.....

ويرمز للحد الأول  $a_1$  والحد الثاني  $a_2$

مثال : 2,5,8,11,14 متتابعة منتهية

....., 17, 14, 11, 8, 5, 2 متتابعة غير منتهية

• يحدد كل حد في المتتابعة الحسابية بإضافة قيمة ثابتة إلى الحد الذي يسبقه ،

وتسمى هذه القيمة بأساس المتتابعة

فالمتتابعة الحسابية 2,5,8,11,14 يوجد فرقا ثابتا بين الحدود وهو

أساس المتتابعة مقداره 3 ،  $5-2=3$

مثال: في المتتابعة الحسابية ...., -4, -6, -8- أوجد الحدود الخمسة التالية

مثال : بين إذا كانت المتتابعة التالية حسابية أم لا؟

-2,-6,-10,-15,-20,-25

مثال : أوجد أساس المتتابعة التالية :  $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}$

## الحد النوني في المتتابعة الحسابية

الصيغة التالية تعبر عن الحد النوني لمتتابعة حسابية حدها الأول  $a_1$

وأساسها  $d$  حيث  $n$  عدد طبيعي

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

مثال : أوجد الحد الثامن في المتتابعة التالية :

$$2, 7, 12, 17, \dots$$

الحل : أولاً نوجد أساس المتتابعة  $d$

$$a_1 = 2$$

$$a_8 = 2 + (7)5 = 37$$

مثال: أوجد  $a_n$  علماً أن :  $n = 9$  ،  $d = 6$  ،  $a_1 = -4$

مثال : أوجد  $a_{15}$  علماً أن :  $d = -3$  ،  $a_1 = 5$

- في بعض الأحيان يعطى في المسألة حدان غير متتاليين في متتابعة حسابية وتسمى جميع الحدود الواقعة بين الحدين أوساطاً حسابية ويمكن استعمال هذا المفهوم في إيجاد الحدود المفقودة

### إيجاد الأوساط الحسابية

مثال : أوجد الأوساط الحسابية في المتتابعة التالية :

$$-6, \dots, \dots, 24$$

الحل : بما أنه يوجد 4 جذور بين الحدين فإن  $n = 6$

نوجد الآن قيمة  $d$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$24 = -6 + (6 - 1)d$$

$$24 = -6 + 5d$$

$$5d = 30$$

$$d = 6$$

إذا المتتابعة هي :  $-6, 0, 6, 12, 18, 24$  الأوساط الحسابية المطلوبة هي  $0, 6, 12, 18$

تمرين : أوجد خمسة أوساط حسابية بين الحدين  $22, \dots, -8$

### المتسلسلات الحسابية

يمكن الحصول على المتسلسلة الحسابية بوضع لإشارة الجمع بين حدود المتتابعة  
لذا فالمتسلسلة الحسابية هي مجموع حدود متتابعة حسابية ويسمى ناتج جمع  
الحدود  $n$  الأولى من المتسلسلة المجموع الجزئي ويرمز له بالرمز  $S_n$

المجموع الجزئي في متسلسلة حسابية

$$s_n = n \left( \frac{a_1 + a_n}{2} \right) \text{ الصيغة العامة}$$

$$s_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n - 1)d) \text{ الصيغة البديلة}$$

مثال : أوجد مجموع حدود المتسلسلة الحسابية التالية

$$2+7+12,\dots\dots\dots+67$$

تمرين : أوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية :

$$3+5+7+\dots+43$$

مثال : أوجد الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية فيها  $a_1 = 7$  ،  $a_n = 79$  ،  
 $s_n = 430$

مثال : أوجد الحدود الثلاثة للمتتابعة التي فيها  $a_n = 36$  ،  $n = 8$  ،  
 $s_n = 120$

$$\sum_{k=1}^n f(k) \quad \text{صيغة حدود المتسلسلة}$$

$$\sum_{k=1}^3 (2k + 1) = \quad \text{مثال : أوجد المجموع التالي :}$$

الحل :

$$\sum_{k=1}^3 (2k + 1) = (2+1) + (4+1) + (6+1)$$

$$= 3 + 5 + 7 = 15$$

### المتتابعات والمتسلسلات الهندسية

المتتابعة الهندسية : يعطى الحد النوني في المتتابعة الهندسية التي حدها الأول  $a_1$  وأساسها  $r$  بالصيغة التالية :

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

مثال أكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الهندسية التالية :  $\frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, \dots$

## إيجاد الأوساط الهندسية

مثال : أوجد ثلاثة أوساط هندسية بين العددين 3, , , , , 768

تمرين : أوجد أربعة أوساط هندسية بين العددين  $\frac{1}{2}$ , , , , , 512

تمرين : أوجد ثلاثة أوساط هندسية بين العددين  $\frac{1}{4}$ , , , , , 1024

### المجموع الجزئي لمتسلسلة هندسية

$$r \neq 1 \quad , \quad s_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r} \quad \text{الصيغة العامة}$$

$$r \neq 1 \quad , \quad s_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r} \quad \text{الصيغة البديلة}$$

تمرين : أوجد مجموع المتسلسلة التي فيها  $a_1 = 2$  ,  $n = 10$  ,  $r = 3$

تمرين : أوجد مجموع المتسلسلة التي فيها  $a_1 = 2000$  ,  $a_n = 125$  ,  $r = \frac{1}{2}$

يمكن كتابة مجموع المتسلسلة كالتالي :  $\sum_{k=1}^n ar^{k-1}$

مثال : أوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية  $\sum_{k=1}^6 3(4)^{k-1}$

مثال : أوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية  $\sum_{k=1}^7 4(-3)^{k-1}$

### مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية

$$|r| < 1 \quad , \quad s = \frac{a_1}{1-r}$$

وإذا كان  $|r| \geq 1$  فلا يوجد للمتسلسلة مجموع

مثال : أوجد مجموع المتسلسلة التالية :  $\frac{2}{3} + \frac{6}{15} + \frac{18}{75} + \dots$

مثال : أوجد مجموع المتسلسلة التالية :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$