

المحاضرة الاولى

الدالة :

يعتبر مفهوم الدالة واحد من أهم المفاهيم في الرياضيات ، وكلمة دالة تعبر عن مفهوم أن كمية ما (تعتمد على) أو (تتوقف على) أو تتعين بواسطة) كمية أخرى .

ملاحظة :-

إذا كانت f دالة من A إلى B فإن A تسمى مجال الدالة و B تسمى بالمجال المقابل لها كما تسمى مجموعة الصور بالمدى .

حتى تكون f دالة لابد وأن يكون لكل عنصر من المجال له صورة واحدة فقط في المجال المقابل والمدى هو مجموعة الصور .

• دالة كثيرة الحدود :

هي الدالة التي على الصورة

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$$

حيث أن a تشير إلى الاعداد الحقيقية و تسمى معاملات كثيرة الحدود و n عدد طبيعي و تكون درجة كثيرة الحدود بقيمة أعلى أس لـ (x) .

$$f(x) = 3x^3 + 5x^2 + 6x + 12$$

$$f(x) = 9x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 6x + 12$$

مثال :

ما هي درجة كل من الدوال كثيرة الحدود التالية :-

1- $f(x) = 5$ (الدرجة الصفرية تسمى بالدالة الثابتة)

2- $f(x) = 4x + 7$ (الدرجة الأولى و تسمى بالدالة الخطية)

3- $f(x) = 8x^2 + 5x + 7$ (الدرجة الثانية و تسمى الدالة التربيعية)

4- $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2x - 1$ (الدرجة الثالثة و تسمى بالدالة التكعيبية)

5- $f(x) = 7x^4 + 3x^3 - 7x^2 + 9x - 2$ (الدرجة الرابعة)

يتم إجراء العمليات على الدوال بهدف الحصول على دالة من دالة أو أكثر من دالة، وتشمل هذه العمليات ، العمليات الثنائية من جمع و طرح و ضرب و قسمة وتركيب و عملية أحادية واحدة هي المعكوس .

لتكن f و g دالتين فإن :-

$$1- (f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$2- (f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$3- (f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

مثال : إذا كانت $f(x)=3x+5$ و $g(x)=x^2+1$ فأوجد :

$$1- (f + g)(x)$$

$$= f(x) + f(g)$$

$$= 3x+5 + x^2+1$$

$$= x^2+3x+6$$

نقوم بجمع الدالتين

$$3x+5+x^2+1=3x+6+x^2$$

وبعدها نقوم بترتيب حسب الاس =

$$x^2+3x+6$$

مثال : إذا كانت $f(x)=3x+5$ و $g(x)=x^2+1$ فأوجد :

$$2- (f - g)(x) =$$

$$= f(x) - g(x)$$

$$= (3x+5) - (x^2+1)$$

$$= 3x+5 - x^2-1$$

$$= -x^2 + 3x + 4$$

اولا نقوم بتفكيك ما بداخل القوس $3x+5$ تخرج من قوس

بدون تغيير x^2+1 نضربها بأشاره السالب فتصبح $-x^2-1$

نقوم بجمع المعادلتين مع الانتباه للاشارات

$$= 3x+5-x^2-1$$

$$= 3x+4-x^2$$

$$= -x^2+3x+4$$

مثال : إذا كانت $f(x)=3x+5$ و $g(x)=x^2+1$ فأوجد :

$$3- (f \times g)(x) =$$

$$= f(x) \times g(x)$$

$$= (3x+5) \times (x^2+1)$$

$$= 3x^3 + 3x + 5x^2 + 5$$

$$= 3x^3 + 5x^2 + 3x + 5$$

عملية ضرب نضرب ما في
الاقواس الاول بالقوس الثاني

مثال : إذا كانت $f(x)=3x+5$ و $g(x)=x^2+1$ فأوجد :

$$4- \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3x+5}{x^2+1}$$

معادلة الخط المستقيم :-

ايجاد ميل الخط المستقيم :-

ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$

ويعرف على أنه النسبة بين التغير في قيم y و التغير في قيم x و نرمز له بالرمز m و هو يساوي :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

حيث أن $x_1 \neq x_2$

مثال :-

أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(1, -3)$ و $B(3, 7)$.

الحل /

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - (-3)}{3 - 1} = \frac{10}{2} = 5$$

مثال :-

أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(3, 2)$ و $B(5, 2)$.

الحل /

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 2}{5 - 3} = \frac{0}{2} = 0$$

إذا كان الميل يساوي صفر فإن ذلك يعني أن المستقيم يوازي محور السينات .

مثال :-

أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(2, 3)$ و $B(2, 6)$.

الحل /

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 3}{2 - 2} = \frac{3}{0} = \infty$$

إذا كان الميل يساوي ∞ فإن ذلك يعني أن المستقيم يوازي محور الصادات .

ميل الخط المستقيم الذي معادلته على الصورة العامة

$$ax + by + c = 0$$

حيث أن a و b و c هي ثوابت و a و b لا يساويان الصفر هو :-

$$m = \frac{-a}{b}$$

مثال :-

أوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته :-

$$2x + 4y - 8 = 0$$

الحل /

$$m = \frac{-a}{b} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

مثال :-

أوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته :-

$$5x = -4y + 10$$

الحل /

$$5x + 4y - 10 = 0$$

$$m = \frac{-a}{b} = \frac{-5}{4}$$

المعادله غير مرتبه نقوم بترتيبها مع
مراعات تبديل الاشارات اثناء نقله من
الجهه اليمنى لليسرى

المستقيمت المتوازية :-

يقال أن المستقيمت متوازية إذا كانت $m_1 = m_2$

مثال :-

هل المستقيمان $4x - y - 2 = 0$ و $y = 4x + 1$ متوازيان ؟

الحل /

$$4x - y - 2 = 0 , \quad 4x - y + 1 = 0$$

$$m_1 = \frac{-a}{b} = \frac{-4}{-1} = 4$$

$$m_2 = \frac{-a}{b} = \frac{-4}{-1} = 4$$

$$m_1 = m_2$$

هنا نقوم بترتيب المعادله الثانيه قما قمنا بها
بمعادله السابقه
والانتباه لتغير الاشاره اثناء نقلها للجهه اليسرى

إذا المستقيمان متوازيان

المستقيمات المتعامدة :-

يقال أن المستقيمان متعامدان إذا كان $m_1 \times m_2 = -1$

مثال :-

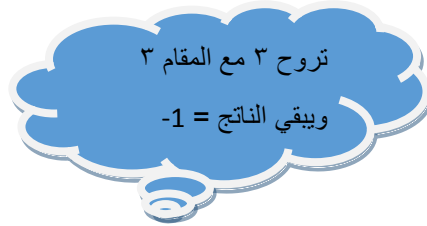
هل المستقيمان $3y + x - 15 = 0$ ، $y - 3x - 2 = 0$ متعامدان ؟

الحل /

$$m_1 = \frac{-a}{b} = \frac{-(-3)}{1} = 3$$

$$m_2 = (-a)/b = 1/3$$

$$m_1 \times m_2 = 3 \times \frac{1}{3} = -1$$



المستقيمان متعامدان

تحديد معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميل و نقطة :

معادلة الخط المستقيم الذي ميله m و يمر بالنقطة $A(x_1, y_1)$ هي :-

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

مثال :-

أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة $(5, -3)$ و ميله يساوي -2 .

الحل /

$$m = -2 , x_1 = 5 , y_1 = -3$$

$$y - (-3) = -2(x - 5)$$

$$y + 3 = -2(x - 5)$$

$$y = -2x + 7$$

تمارين واجب :-

١- إذا $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{5, 9, 13\}$ وكانت

$$f_1 = \{(5, 2), (9, 3), (13, 4)\}$$

$$f_2 = \{(5, 2), (9, 3), (13, 6)\} \text{ و}$$

$$f_3 = \{(5, 6), (9, 2), (13, 4), (9, 6)\} \text{ و}$$

فهل $f_1 f_2 f_3$ دوال من B إلى A ؟

٢- أي من العلاقات التالية تمثل دالة :

1- $R = \{(1,4), (2,4), (3,3), (4,5)\}$

2- $R = \{(2,4), (3,1), (3,2), (4,1), (5,2)\}$

3- $R = \{(-1,0), (-4,4), (2,3), (1,9)\}$

٣- للدالة $f(x) = 2x^3 + 10x^2 - 15$ أحسب $f(1)+f(3)$

٤- إذا كانت $f(x)=6x+3$ و $g(x)=10$ فأوجد:

$(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \times g)(x)$, $(\frac{f}{g})(x)$

٣- للدالة $f(x) = 2x^3 + 10x^2 - 15$ أحسب $f(1)+f(3)$

٤- إذا كانت $f(x)=6x+3$ و $g(x)=10$ فأوجد:

$(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \times g)(x)$, $(\frac{f}{g})(x)$

٥- أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(6, \frac{-3}{4})$ و $B(4, \frac{8}{5})$.

٦- أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$ و $B(7, \frac{-5}{8})$.

٧- أوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته :-

$$-5x + 3y - 8 = 0$$

٨- أوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته :-

$$12x = -9y + 30$$

٩- هل المستقيمان $8x - 2y - 4 = 0$ و $4y = 16x + 4$ متوازيان ؟

١٠- هل المستقيمان $3y - 12x - 6 = 0$ ، $8y + 2x - 30 = 0$ متعامدان ؟

١١- أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة $(9, -2)$ و ميله يساوي 5- ؟

النهايات

مفهوم النهاية :-

يقصد بنهاية الدالة إيجاد قيمة الدالة عندما تقترب قيمة المتغير المستقل من قيمة معينة ، وعادة تكتب النهايات على الصيغة $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ وتقرأ نهاية الدالة $f(x)$ عندما تقترب x من القيمة a .

مثال :-

إذا كانت $f(x) = 2x + 1$ فإن $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ يعني إيجاد قيمة الدالة $f(x)$ عندما تؤول إلى 2 وتكون قيمة النهاية في هذه الحالة تساوي 5 .

جبر النهايات :

١- إذا كانت $f(x) = c$ (دالة ثابتة) حيث c عدد حقيقي فإن $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$ لكل عدد حقيقي a .

٢- إذا كانت $f(x) = mx + c$ فإن $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = ma + c$ لكل عدد حقيقي a .

مثال :-

أوجد قيمة كل مما يأتي :-

$$\lim_{x \rightarrow 5} 30$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (1 - 2x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x + 4)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (8x - 5)$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 5} 30 = 30$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (1 - 2x) = 1 - (2 \times 2) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x + 4) = 3 \times 2 + 4 = 6 + 4 = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (8x - 5) = 8 \times \frac{1}{2} - 5 = 4 - 5 = -1$$

مثال :

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 10.5$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -8$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ ، فأوجد ما يلي :-

$$\begin{aligned} 1- \lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - f(x)] \\ = \lim_{x \rightarrow 2} h(x) - \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \\ = 10.5 - 5 = 5.5 \end{aligned}$$

مثال :

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 10.5$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -8$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ ، فأوجد ما يلي :-

$$\begin{aligned} 2- \lim_{x \rightarrow 2} [g(x) \times h(x)] \\ = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \times \lim_{x \rightarrow 2} h(x) \\ = -8 \times 10.5 = -84 \end{aligned}$$

مثال :

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 10.5$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -8$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ ، فأوجد ما يلي :-

$$\begin{aligned} 3- \lim_{x \rightarrow 2} 8 f(x) \\ = 8 \times \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 8 \times 5 = 40 \end{aligned}$$

مثال :

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 10.5$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -8$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ ، فأوجد ما يلي :-

$$\begin{aligned} 4- \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} \\ = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} g(x)} = \frac{5}{-8} = -\frac{5}{8} \end{aligned}$$

نظرية :

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجودة و n عدداً صحيحاً موجباً فإن :-

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)]^n$$

مثال :

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} [3x - 1]^6 &= [\lim_{x \rightarrow 1} 3x - 1]^6 \\ &= [3 \times 1 - 1]^6 = [3 - 1]^6 = [2]^6 = 64\end{aligned}$$

أمثلة :

أوجد نهاية كل من الدوال التالية :-

$$\begin{aligned}1- \lim_{x \rightarrow 2} (3x^3 + 5x^2 - 7) \\ &= 3 \times 2^3 + 5 \times 2^2 - 7 \\ &= 3 \times 8 + 5 \times 4 - 7 = 37\end{aligned}$$

أمثلة :

أوجد نهاية كل من الدوال التالية :-

$$\begin{aligned}2- \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 + 7}{x - 5} \\ &= \frac{3 \times 3^2 + 7}{3 - 5} = \frac{3 \times 9 + 7}{-2} = \frac{34}{-2} = -17\end{aligned}$$

أمثلة :

أوجد نهاية كل من الدوال التالية :-

$$\begin{aligned}3- \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 1}{5x + 3} \\ &= \frac{2 \times 2 - 1}{5 \times 2 + 3} = \frac{4 - 1}{10 + 3} = \frac{3}{13}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4- \lim_{x \rightarrow 2} e^x \\ &= e^2\end{aligned}$$

أمثلة :

أوجد نهاية كل من الدوال التالية :-

$$5- \lim_{x \rightarrow 1} e^{x^2 + 2x + 1}$$

$$= e^{1^2+2 \times 1+1} = e^{1+2+1} = e^4$$

$$6- \lim_{x \rightarrow 2} \log(3x^2 + 5) = \log(3 \times 2^2 + 5)$$

$$= \log(3 \times 4 + 5)$$

$$= \log(12 + 5) = \log(17)$$

أمثلة :

أوجد نهاية كل من الدوال التالية :-

$$7- \lim_{x \rightarrow 3} \ln(2x - 5) = \ln(2 \times 3 - 5) = \ln(6 - 5) = \ln(1) = 0$$

أمثلة :

أوجد نهاية كل من الدوال التالية :-

$$8- \lim_{x \rightarrow 1} (3x^3 + 4x - 2)^3 = ((3 \times 1^3) + 4 \times 1 - 2)^3$$

$$= (3 + 4 - 2)^3 = (5)^3 = 125$$

$$9- \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{x^2 + 5} = \sqrt[3]{2^2 + 5} = \sqrt[3]{4 + 5} = \sqrt[3]{9} = 2.08$$

إذا كانت الدالة معرفة وفق أكثر من قاعدة مثل :-

وهنا المطلوب هو إيجاد نهاية الدالة و هي معرفة على فترتين فلا بد من تحديد ما هو الرقم الذي تؤول له الدالة فإذا كان معرف على مجال الدالة الاولى (x تؤول إلى ٣ مثلاً) فيتم التعويض في الدالة الاولى أما إذا كانت معرفة على مجال الدالة الثانية (x تؤول إلى ٧ مثلاً) فيتم التعويض في الدالة الثانية .

مثال :

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 5 & , x < 1 \\ 7x - 2 & , x > 1 \end{cases} \text{ إذا كانت}$$

فأوجد :-

$$1- \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ (و ٣ تقع في مجال الدالة الثانية)}$$

$$= 7x - 2 = 7 \times 3 - 2 = 19$$

مثال :

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 5 & , x < 1 \\ 7x - 2 & , x > 1 \end{cases} \text{ إذا كانت}$$

فأوجد :-

$$2- \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) \text{ (و نصف تقع في مجال الدالة الاولى)}$$

$$= 3x^2 + 5 = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 = 3 \times \frac{1}{4} + 5 = \frac{3}{4} + 5 = \frac{3}{4} + \frac{20}{4} = \frac{23}{4}$$

مثال :

إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 5 & , x < 1 \\ 7x - 2 & , x > 1 \end{cases}$$

فأوجد :-

$$3- \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

الحل

$$3- \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

(وهو الحد الفاصل بين المجالين الأول و الثاني ولذلك نحسب النهاية من اليمين $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ والنهاية من اليسار $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ ومن ثم يتم التعويض في المجالين)

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) \text{ (النهاية من اليمين)}$$

$$= 7x - 2 = 7 \times 1 - 2 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) \text{ (النهاية من اليسار)}$$

$$= 3x^2 + 5 = 3 \times (1)^2 + 5 = 3 + 5 = 8$$

هل النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار لا

إذا هذه الدالة غير موجودة وتكتب

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ هذه النهاية غير موجودة

مثال :

إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} 20x^2 + 15 & , x < 5 \\ 6x - 10 & , x > 5 \end{cases}$$

فأوجد :-

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$$

الحل

(وهو الحد الفاصل بين المجالين الأول و الثاني ولذلك نحسب النهاية من اليمين $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$ والنهاية من اليسار $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$ ومن ثم يتم التعويض في المجالين)

$$(\text{النهاية من اليمين}) \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$$

$$= 6x - 10 = 6 \times 5 - 10 = 20$$

$$(\text{النهاية من اليسار}) \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) =$$

$$= 20 \times (5)^2 + 15 = 20 \times 25 + 15 = 500 + 15 = 515$$

هل النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار لا

إذا هذه الدالة غير موجودة وتكتب

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$$

$\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ هذه النهاية غير موجودة

الاتصال

تعريف :

يقال للدالة $f(x)$ متصلة في النقطة a إذا تحققت الشروط التالية :-

- ١- لابد و أن تكون الدالة معرفة عند هذه النقطة أي تنتمي إلى R .
- ٢- لا بد وأن تكون النهاية موجودة أي النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار .
- ٣- لابد و أن تكون نتيجة الشرط الاول مساوي للشرط الثاني أي قيمة الدالة وقيمة النهاية متساويتان .

لا تنسى : الدالة نفسها – النهاية من اليمين – النهاية من اليسار

مثال :-

هل الدالة المعرفة بـ

$$f(x) = \begin{cases} 6x & , 0 < x < 5 \\ 25 + 2x & , x \geq 5 \end{cases}$$

متصلة في $x = 5$ ؟

الحل

$$f(5) = 25 + 2x = 25 + 2 \times 5 = 25 + 10 = 35$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = 25 + 2x = 25 + 2 \times 5 = 25 + 10 = 35$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 6x = 6 \times 5 = 30$$

حيث أن النتائج غير متساوية إذاً فهذه الدالة غير متصلة عند $x=5$.

مثال :-

هل الدالة المعرفة بـ

$$f(x) = \begin{cases} 12x^2 & , 0 < x < 10 \\ 20 + 4x & , x \geq 10 \end{cases}$$

متصلة في $x = 10$ ؟

الحل

$$f(10) = 20 + 4x = 20 + 4 \times 10 = 20 + 40 = 60$$

$$\lim_{x \rightarrow 10^+} f(x) = 20 + 4x = 20 + 4 \times 10 = 20 + 40 = 60$$

$$\lim_{x \rightarrow 10^-} f(x) = 12x^2 = 12 \times 10^2 = 1200$$

حيث أن النتائج غير متساوية إذاً فهذه الدالة غير متصلة عند $x=10$.

مثال :-

هل الدالة المعرفة بـ

$$f(x) = \begin{cases} 20x^2 & , x \leq 8 \\ 1160 + 15x & , x > 8 \end{cases}$$

متصلة في $x = 8$ ؟

الحل

$$f(8) = 20x^2 = 20 \times (8)^2 = 20 \times 64 = 1280$$

$$\lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) = 1160 + 15x = 1160 + 15 \times 8 = 1280$$

$$\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = 20x^2 = 20 \times (8)^2 = 20 \times 64 = 1280$$

حيث أن النتائج متساوية إذاً فهذه الدالة متصلة عند $x=8$.

تمارين الواجب :-

تمرين ١ :-

أوجد قيمة كل مما يأتي :-

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (10 - 2x + x^2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 12} (3x + 6)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} (9x - 2)$$

تمرين ٢ :-

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 20$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -15$ فأوجد ما يلي :-
 $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 18.5$

1- $\lim_{x \rightarrow 5} [h(x) + f(x)]$

2- $\lim_{x \rightarrow 5} [h(x) - g(x)]$

3- $\lim_{x \rightarrow 5} [g(x) \times f(x)]$

4- $\lim_{x \rightarrow 5} \left[\frac{g(x)}{f(x)} \right]$

تمرين ٣ :-

أوجد :-

1- $\lim_{x \rightarrow 1} [5x - 2]^2$

2- $\lim_{x \rightarrow 2} [10 - 2x]^2$

تمرين ٤ :-

أوجد نهاية كل من الدوال التالية :-

1- $\lim_{x \rightarrow 5} (2x^3 - 2x^2 - 50)$

2- $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^x)$

3- $\lim_{x \rightarrow 1} \log(10x^4 + 15)$

4- $\lim_{x \rightarrow 2} e^{2x^2 + 3x + 2}$

5- $\lim_{x \rightarrow 3} \ln(20x^2 - 5x + 10)$

تمرين ٥ :-

إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} 30x^2 + 15 & , \quad x < 2 \\ 5x - 2 & , \quad x > 2 \end{cases}$$

فأوجد :-

1- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

2- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

تمرين ٦ :-

هل الدالة المعرفة بـ

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad 0 < x < 1 \\ 3 + x^2 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

متصلة في $x = 10$ ؟