مثال: (2)

أوجد التباين (بطريقة الانحرافات) لمجموعة الأوزان(بالكيلوجرام) التالية: .7 , 2, 3 , 5 , 8

الحل:

$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{(n-1)}$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{7+2+3+5+8}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$S^2 = \frac{(7-5)^2 + (2-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2 + (8-5)^2}{5-1}$$

$$= \frac{2^2 + -3^2 + -2^2 + 0^2 + 3^2}{4}$$

$$= \frac{4+9+4+0+9}{4} = \frac{26}{4} = 6.5$$

نظرية التباين:

التباين للبيانات الغير مبوبة هو :

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2 - n\overline{X}^2}{n-1}$$

مثال(7)

أحسب التباين للبيانات في المثال(2) بطريقة النظرية :

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{7+2+5+3+8}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$\sum X_i^2 = 7^2 + 3^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 = 151$$

n = 5

نطبق القاعدة :

$$S^2 = \frac{\sum X_i^2 - n\overline{X}^2}{n-1} = \frac{151 - 5(5)^2}{5-1}$$

$$= \frac{151-125}{4} = \frac{26}{4} = 6.5$$

اذاً الانحراف المعياري للطريقتين هو:

$$S=\sqrt{S^2}=\sqrt{\frac{\sum(X_i-\overline{X})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{\sum X_i^2-n\overline{X}^2}{n-1}}$$

$$S=\sqrt{6.5}=2.5$$

المدى للبيانات المبوبة:

المدى = الحد الأعلي للفئه العليا – الحد الأدني للفئه الدنيا

مثال(5)

الجدول التالي يوضح العلاقة بين فئات الدخل بأحد المصانع وعدد العمال

أحسب المدى؟

عدد العمال	فئات الدخل
20	20 - 30
40	30 - 40
100	40 - 50
30	50 - 60
10	60 - 70

الحل:

المدى = الحد الأعلى للفئه العليا – الحد الأدنى للفئه الدنيا

الفئة العليا = (60 – 70) ⟶ الحد الأعلى

الفئة الدنيا = (30 - 20) ⟶ الحد الأدنى

المدى =

70 – 20 = 50

التباين للبيانات المبوبة: (للتوزيع التكراري) :

تعريف :اذا كانت مراكز فئات توزيع تكراري هي $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_h$ وكانت التكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, \ldots\ldots\ldots; f_h$ فالتباين يكون

$$S^2=\frac{\sum(X-\overline{X})^2 f}{n-1}$$

مثال: (6)

أوجد التباين لمجموعة الأوزان (بالكيلوجرام) التالية: .7 , 2,   3 , 5 , 8

الحل:

$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{(n-1)}$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{7+2+3+5+8}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$S^2 = \frac{(7-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (5-3)^2 + (8-3)^2}{5-1}$$

$$= \frac{16+1+0+4+25}{4} = \frac{46}{4} = 11.5$$

نظرية التباين:

التبلين للبيانات الغير مبوبة هو :

$$S^2 = \frac{\sum x^2{}_i - n\overline{X}^2}{n-1}$$

مثال(7)

أحسب التباين للبيانات في المثال(2) بطريقة النظرية :

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{7+2+5+3+8}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$\sum X_i^2 = 7^2 + 3^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 = 151$$

n = 5

نطبق القاعدة :

$$S^2 = \frac{\sum X_i^2 - n\overline{X}^2}{n-1} = \frac{151 - 5(5)^2}{5-1}$$

$$= \frac{151-125}{4} = \frac{26}{4} = 6.5$$

التباين للبيانات المبوبة: (للتوزيع التكراري) :

تعريف :اذا كانت مراكز فئات توزيع تكراري هي $X_1, X_2 ...., X_h$ وكانت التكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, ...; f_h$ فالتباين يكون

$$S^2 = \frac{\sum (X - \overline{X})^2 f}{n-1}$$

مثال(8)

الجدول التالي يوضح العلاقة بين فئات الدخل بأحد المصانع وعدد العمال

أحسب التباين؟

عدد العمال	فئات الدخل
20	20 - 30
40	30 - 40
100	40 - 50
30	50 - 60
10	60 - 70

الحل:

الفئات	التكرار	مراكز الفئات	مراكز الفئات *التكرار	$(X_i - \overline{X})$	$(X_i - \overline{X})^2$	$(X_i - \overline{X})^2 f$
20 - 30	20	25	500	25-43.5 = -18.5	342.3	6846
30 - 40	40	35	1400	35-43.5 = -8.5	72.3	2892
40 - 50	100	45	4500	45-43.5 = 1.5	2.3	230
50 - 60	30	55	1650	55-43.5 = 11.5	132.3	3969
60 - 70	10	65	650	65-43.5 = 12.5	462.3	4623
	200		8700			18560

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} x_i^* f_i}{\sum f_i} = \frac{8700}{200} = 43.5$$

$$S^2 = \frac{\sum (X - \overline{X})^2 f}{n-1}$$

$$= \frac{18560}{200-1} = \frac{18560}{199} = 93.3$$

حساب التباين بطريقة النظرية:

$$S^2 = \frac{\sum X^2 f - n\overline{X}^2}{n-1}$$

مثال:(9)

احسب التباين للمثال (8) بطريقة النظرية:

الحل :

$X^2 f$	X^2	مراكز الفئات *التكرار	مراكز الفئات	التكرار	الفئات
12500	625	500	25	20	20 - 30
49000	1225	1400	35	40	30 - 40
202500	2025	4500	45	100	40 - 50
90750	3025	1650	55	30	50 - 60
42250	4225	650	65	10	60 - 70
397000		**8700**		**200**	

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{8700}{200} = 43.5$$

$$S^2 = \frac{\sum X^2 f - n\overline{X}^2}{n-1}$$

$$= \frac{397000 - (200)(43.5)^2}{200-1} = \frac{18550}{199} = 93.22$$