جامعة الدمام
UNIVERSITY OF DAMMAM

كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

ملخص مبادئ الرياضيات

المستوى الأول – إدارة أعمال

إعداد : Lotus
مراجعة : سارة الغنام
بإشراف : د. ثابت القحطاني

المحاضرة الأولى(الفصل الاول)

- **نظم الاعداد :**

1/ مجموعه الأعداد الطبيعية $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ الموجبه

2/ مجموعة الأعداد الكلية $\mathbf{A} = \mathbf{N} \cup \{0\}\{0, 1, 2, 3, \dots\}$الموجبه والصفر

3/ مجموعة الأعداد الصحيحة$\mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$الموجبة+السالبة+الصفر

4/مجموعة الأعداد النسبية $R_n = \{\frac{a}{b}, \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{Z}, \mathbf{b} \neq \mathbf{0}\}$

5/ مجموعة الأعداد الغير نسبية $Q^* = \{x : x \in R_n$

$\pi \in Q^*$ $\pi \in \mathbf{R_n}$ /

$\sqrt{A} \in Q^*$ $\pi \in \mathbf{z}$ /

6/ مجموعة الأعداد الحقيقية : $R = Rn \cup Q$

الأسس :-

نجمع $\mathbf{x^3 \times x^2 = x^5}$

نطرح$\mathbf{x^3 \div x^2 = x^1}$

قواعد الإشارات:-

في الضرب والقسمة

إذا تساوت الإشارات = (+)

وإذا اختلفت = (–)

وفي الجمع والطرح :

(+)+(+) = +

(-) + (-) = -

واذا اختلفت نأخذ اشاره الاكبر ونطرح

ينتمي ∈

اتحاد ∪

تقاطع ∩

فاي∅

$\pi \approx 3.14$

- **أولويات العمليات الحسابية : (الضرب والقسمة أولى من الجمع والطرح)**

***مثال :**

$$9 \div 3 + 4 \times 2 = 3 + 4 \times 2 = 3 + 8 = 11$$

$$8 - 7 \times 2 + 3 = 8 - 14 + 3 = -6 + 3 = -3$$

$$\frac{-8 - 4 \times -6 \div 12}{4 - 3 \times 2} = \frac{-8 + 24 \div 12}{4 - 6} = \frac{-8 + 2}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\frac{15 \div 5 \times 4 \div 6 - 8}{-6 + 5 - 8 \div 8} = 3$$

- **خصائص بعض العمليات الحسابية : (توحيد المقامات عند جمع وطرح عددين نسبيين)**

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd}$$

***مثال :**

$$5 + \frac{2}{5} = \frac{25}{5} + \frac{2}{5} = \frac{27}{5}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{2} = \frac{4}{6} + \frac{15}{6} = \frac{19}{6}$$

$$\frac{3}{2} - 7 = \frac{3}{2} - \frac{14}{2} = \frac{-11}{2}$$

$$\frac{5}{3} - \frac{3}{4} = \frac{20}{12} - \frac{9}{12} = \frac{11}{12}$$

*عملية الضرب :

$$\frac{a}{b}.\frac{c}{d}=\frac{a.c}{b.d}$$

مثال :

$$\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{4}\times\frac{-2}{5}=\frac{-6}{20}=\frac{-3}{10}$$

$$\frac{4}{7}\times\frac{5}{2}=\frac{20}{14}$$

*عملية القسمة :

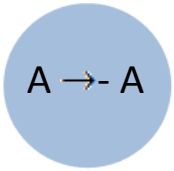
$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$

*مثال :

$$\frac{3}{5}\div\frac{2}{7}=\frac{3}{5}\times\frac{7}{2}=\frac{21}{10}$$

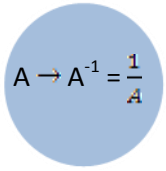
$$\frac{4}{3}\div\frac{1}{2}=\frac{4}{3}\times\frac{2}{1}=\frac{8}{3}$$

$$\frac{-2}{3}\div\frac{6}{4}=\frac{-2}{3}\times\frac{4}{6}=\frac{-8}{18}=\frac{-4}{9}$$



المعكوس الجمعي : هو عكس الاشارة لنفس العدد

(العنصر المحايد للجمع = 0)



المعكوس الضربي : هو قلب الكسر

(العنصر المحايد للضرب = 1)

$$= \frac{-10\frac{2}{3}+4}{3\ \frac{3}{5}-2} = \frac{70}{-21}$$

$$\frac{\frac{-3}{5}+\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} = \frac{1}{15}$$

$$3 \times [4 + 2(3-5) - 2] = -6$$

- القيمة المطلقة:

$$|x| = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ -x, x < 0 \end{cases}$$

- مثال :

$$|-4| = -(-4) = 4$$

$$|5| = 5$$

$$|5 - \sqrt{3}| = 5 - \sqrt{3}$$

$$|3| = 3$$

$$|\sqrt{5} - 2| = \sqrt{5} - 2$$

$$|-6| = 6$$

$$\left|\frac{3}{5} - \frac{4}{3}\right| = \frac{9-20}{15} = \left|\frac{-11}{15}\right| = \frac{11}{15}$$

المحاضرة الثانية

- العمليات الجبرية :
- عملية الجمع و الطرح :

$$3x + 5x - 4 = 8x - 4$$

$$+5a2a + 3a + 5a^2 = 5a^2$$

$$(3x^2 + 5x - 2) + (6x^2 + 2x + 8) = 9x^2 + 7x + 6$$

$$5x + 2y - 2x + 4y = 3x + 6y$$

$$(2a + 5b) - (4a - 3b) = -2a + 8b$$

$$(5x^2 + 3x - 2) - (x^2 + 2x + 6) = 4x^2 + x - 8$$

$$(5a^2 - 3a + 4) - (a^2 - 8) = 4a^2 - 3a + 12$$

$$3x + 5x = 8x$$

$$4a + 2a - 3 = 6a - 3$$

$$2x + 5a + 3x + 5 = 5x + 5a + 5$$

$$5x + 2y - 2x + 6y - 3y = 3x + 5y$$

$$(3x^4 - 2x^3 - 4x^2) + (x^3 - 2x^2 - 5x) - (x^2 + 7x - 2)$$
$$= 3x^4 - x^3 - 7x^2 - 12x - 2$$

$$(5a^2 - 3a + 4) - (a^2 - 8) = 4a^2 - 3a + 12$$

- **إيجاد قيمة المقادير الجبرية:**

- **اوجد قيمة المقدار التالي:**

$$\frac{3x^3 - 2x^2 + 5y^2 - 2y}{3x^2 + y}$$

عندما $x = 2 , y = -2$

$$\frac{3(2)^3 - 2(2)^2 + 5(-2)^2 - 2(-2)}{3(2)^2 + (-2)} = \frac{40}{10} = 4$$

$$2a + 3b - c$$

عندما $a = 3 , b = 1 , c = 2$

$$2(3) + 3(1) - 2$$

$$= 6 + 3 - 2 = 7$$

$$3x^2 + 2y - 4z$$

عندما $x = 2 , y = 3 , z = 1$

$$3(2)^2 + 2(3) - 4(1)$$

$$= 3 \times 4 + 6 - 4 = \ 14$$

$$\frac{2a^2 + 5b - 3c}{a + 3b + 4c^3}$$

عندما $a=2 \quad b=1 \quad c=2$

$$= \frac{2(2)^2 + 5(1) - 3(2)}{(2) + 3(1) + 4(2)^3} = \frac{7}{37}$$

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{a}\right)(b^2 - c^2)$$

عندما $a = 3 , b = 1 , c = 2$

$$\left(\frac{3}{1} + \frac{2}{3}\right)(1^2 - 2^2)$$

$$\left(\frac{9 + 2}{3}\right)(1 - 4)$$

$$= \frac{11}{3} \times \left(\frac{-3}{1}\right) = \frac{-33}{3} = -11$$

- **ضرب المقادير الجبرية :**

$$(3a+2)(2a+4) = 6a^2 + 16a + 8$$

$$5(3x^2 + 2y) = 15x^2 + 10y$$

$$3(5x + 2y) = 15x + 6y$$

$$(3x-1)(x+2) = 3x^2 + 5x - 2$$

$$3x - [5 - 3(x-2)] = 3x - \{5 - 3x + 6\} = 3x - (11 - 3x)$$
$$= 6x - 11$$

$$2[3 - (x-4)] = 2[3 - x + 4] = 2[7 - x] = 14 - 2x$$

- **ضرب بعض المقادير الخاصة :**
- **قاعده الفرق بين مربعين :**

$$(a+b)(a-b) = (a^2 - b^2)$$

- **مثال :**

$$(3x - 4y^2)(3x + 4y^2) = (9x^2 - 16y^4)$$

$$(25y^4 - 16x^8) = (5y^2 - 4x^4)(5y^2 + 4x^4)$$

$$(3-x)(3+x) = 9 - x^2$$

$$(2a-5)(2a+5) = 4a^2 - 25$$

*قاعدة:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$$

*مثال :

$$(2x+3b)^2 = 4x^2 + 12xb + 9b^2$$

$$(a^2+5b^3)^2 = a^4 + 10a^2b^3 + 25b^6$$

$$(x^4-5)^2 = x^8 - 10x^4 + 25$$

$$(4+3b)^2 = 16 + 24b + 9b^2$$

$$(6-2x)^2 = 36 - 24x + 4x^2$$

- قسمة المقادير الجبرية :

$$\frac{8x^4y^3}{2xy^2} = 4x^3y$$

$$\frac{x^5}{x^2} + \frac{y^4}{y^3} = x^3 + y$$

$$\frac{12x^5y^6}{3x^3y^2} \div \frac{25x^4yz^3}{2y^4z^2} = 4x^2y^4 \div \frac{25x^4z}{2y^3} = \frac{4x^2y^4}{1} \times \frac{2y^3}{25x^4z}$$
$$= \frac{8x^2y^7}{25x^4z} = \frac{8y^7}{25x^2z}$$

$$\frac{25m^4n^3}{15m^2n^5} = \frac{5}{3}m^2n^{-2} = \frac{5m^2}{3n^2}$$

المحاضرة الثالثة

- **تحليل بعض المقادير الجبرية:**

1- التحليل بإيجاد العامل المشترك:

- **مثال**

$$25x^2 + 5x = 5x[5x + 1]$$

$$2x^3 + yx = x[2x^2 + y]$$

$$4x^2y + 2xy^2 = 2xy[2x + y]$$

$$4x^3y^2 + 12x^2y^3 + 6x^5y^2 = 2x^2y^2[2x + 6y + 3x^3]$$

$$2x(3x - 2) - 7(3x - 2) = (3x - 2)(2x - 7)$$

$$3a(2a + 5) + 5(2a + 5) = (2a + 5)(3a + 5)$$

$$3x^3y - 6x^2y^2 - 3xy^3 = 3xy(x^2 - 2xy - y^2)$$

2- التحليل بالتجميع المناسب:

- **مثال:**

$$3x^2 - 6x + 4x - 8 = (3x^2 - 6x) + (4x - 8)$$
$$= 3x(x - 2) + 4(x - 2)$$
$$= (x - 2) \times (3x + 4)$$

$$wy + wz - 2xy - 2xz = w\,(y + z) - 2x(y + z)$$
$$= (y + z)(w - 2x)$$

$$2x^2 + 6x + 5x + 15 = 2x(x + 3) + 5(x + 3)$$
$$= (x + 3)(2x + 5)$$

$$2pr + ps - 6qr - 3qs = p(2r + s) - 3q(2r + s)$$
$$= (2r + S)(p - 3q)$$

$$6wy - xz - 2xy + 3wz = 2y(3w - x) + z(3w - x)$$
$$= (3w - x)(2y + z)$$

- **تحليل المقدار الثلاثي**

- **مثال:**

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 2)(x + 1)$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$$

$$y^2 + 3y - 10 = (y-2)(y+5)$$

- **تحليل بعض المقادير الجبرية الخاصة :**

$$(u+v)^2 = u^2 + 2uv + v^2$$

الحالة الاولى :

مثال :

$$(2x+3y)^2 = 4x^2 + 2(2x)(3y) + 9y^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

الحالة الثانية: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مثال :

$$(3x-5)^2 = 9x^2 - 2(3x)(5) + 25 = 9x^2 - 30x + 25$$

- **الفرق بين مربعين :**

$$u^2 - v^2 = (u-v)(u+v)$$

عددان مرافقان

- **مثال :**

$$(25 - a^2) = (5-a)(5+a)$$

$$(3+2a)(3-2a) = 9 - 4a^2$$

$$9x^2 - 4y^2 = (3x-2y)(3x+2y)$$

- **الفرق بين مكعبين (مهمه جداً) :**

مثال :

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$(27 - 8y^3) = (3 - 2y)(9 + 6y + 4y^2)$$

- **جمع مكعبين :**

$$u^3 + v^3 = (u + v)(u^2 - uv + v^2)$$

مثال :

$$(27 + 8a^3) = (3 + 2a)(9 - 6a + 4a^2)$$

$$m^3 + n^3 = (m + n)(m^2 - mn + n^2)$$

المحاضرة الرابعة (الفصل الثاني)

*المضاعف المشترك البسيط:

*أمثلة : اوجد العامل المشترك ؟

$$2x^2y\,,6xy^2 = 2xy$$

$$(x+1)\,,2x = x$$

$$a^2b\,,3a = a$$

*اوجد جمع ناتج ما يلي :

$$\frac{5}{x}+\frac{2}{3}=\frac{15}{3x}+\frac{2x}{3x}=\frac{15+2x}{3x}$$

$$\frac{2}{xy}+\frac{y}{x^2}=\frac{2x}{x^2y}+\frac{y^2}{x^2y}=\frac{2x+y^2}{x^2y}$$

*اوجد ناتج طرح ما يلي :

$$\frac{3x}{2y}-\frac{5}{y}=\frac{3x}{2y}-\frac{10}{2y}=\frac{3x-10}{2y}$$

$$\frac{2+x}{x}-\frac{y}{x+1}=\frac{(2+x)(x+1)}{x(x+1)}-\frac{xy}{x(x+1)}=\frac{(2+x)(x+1)-xy}{x(x+1)}$$

*ضع المقادير التالية في ابسط صورة ؟

$$\frac{\frac{2}{x}-1}{\frac{4}{x^2}-1}=\frac{\frac{(2-x)}{x}}{\frac{(4-x)}{x^2}}=\frac{(2-x)}{x}\div\frac{(4-x^2)}{x^2}$$

$$=\frac{(2-x)}{x}\times\frac{x^2}{(4-x^2)}=\frac{(2-x)x^2}{x(4-x^2)}$$

$$=\frac{(2-x)x}{(2-x)(2+x)}=\frac{x}{(2+x)}$$

$$\frac{1}{n}-\frac{1}{m}=\frac{m}{nm}-\frac{n}{nm}=\frac{m-n}{nm}$$

$$\frac{m}{n}+\frac{n}{m}=\frac{m^2}{nm}+\frac{n^2}{nm}=\frac{m^2+n^2}{nm}$$

$$\frac{x^2-9}{x^2-1}\div\frac{x-3}{x-1}=\frac{(x^2-9)}{(x^2-1)}\times\frac{x-1}{x-3}=\frac{(x-3)(x+3)}{(x-1)(x+1)}\times\frac{(x-1)}{(x-3)}$$

$$=\frac{(x+3)}{(x+1)}$$

$$\frac{1+\frac{1}{x}}{x-\frac{1}{x}}=\frac{\frac{(x+1)}{x}}{\frac{(x-1)}{x}}=\frac{x+1}{x}\div\frac{x^2-1}{x}=\frac{x+1}{x}\times\frac{x}{x^2-1}$$

$$=\frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)}=\frac{1}{(x-1)}$$

$$\frac{\frac{x^2}{y^2}-1}{\frac{x}{y}+1}=\frac{\frac{(x^2-y^2)}{y^2}}{\frac{(x+y)}{y}}=\frac{(x^2-y^2)}{y^2}\div\frac{(x+y)}{y}=$$

$$\frac{(x^2-y)}{y^2}\times\frac{y}{(x+y)}=\frac{(x-y)(x+y)}{y(x+y)}=\frac{(x-y)}{y}$$

المحاضرة الخامسة (الفصل الثالث)

الاسس :

قاعدة : $b^{\frac{m}{n}} = (b^{\frac{1}{n}})^m$

* قاعدة : $b^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{b^{\frac{m}{n}}}$

أمثلة :

$$8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3}{3}} = 2$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\left(5y^{\frac{3}{4}}\right)\left(2y^{\frac{1}{3}}\right) = 10y^{\frac{13}{12}}$$

$$8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$$

$$\frac{1}{x^{-5}} = x^5$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

$$\frac{x^{-3}}{y^{-5}} = \frac{y^5}{x^3}$$

$$\frac{u^{-7}}{v^{-2}} = \frac{v^2}{u^7}$$

$$(x^3y^2)^0 = 1$$

$$4^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{2}} = 2$$

$$\left(3x^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(2x^{\frac{1}{2}}\right) = 6\,x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{2}} = 6x^{\frac{5}{6}}$$

$$\left(\frac{4x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(4x^{\frac{-1}{6}}\right)^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{-1}{12}} = 2x^{\frac{-1}{12}} = \frac{2}{x^{\frac{1}{12}}}$$

$$\frac{3^{-2}.x^5.y^{-3}}{3^{-4}.x^{-2}.y^{-4}} = \frac{3^4.x^5.x^2.y^4}{3^2y^3} = \frac{3^2x^7y^1}{1} = 9x^7y$$

$$3^4.3^{-5} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$5^{-2}.5^{-3} = 5^{-5} = \frac{1}{5^5}$$

قاعدة :

$$(a^n)^m = a^{n\times m}$$

*مثال :

$$(3^2)^3 = 3^6$$

$$(2^{-5})^{-1} = 2^5$$

- قاعدة:

$$(ab)^m = a^m . b^m$$

- مثال :

$$(2x)^3 = 2^3 . x^3$$

$$(3.5)^{-2} = 3^{-2}.5^{-2} = \frac{1}{3^2}.\frac{1}{5^2} = \frac{1}{9}.\frac{1}{25} = \frac{1}{225}$$

قاعدة :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

*مثال

$$(\frac{2}{3})^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

قاعدة:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

مثال :

$$\frac{2^5}{2^3} = 2^2 = 4$$

$$\frac{2^4 x^{-2}}{2^{-3}x^{-5}} = \frac{2^4.2^3.x^5}{x^2} = 2^7.x^3$$

*تمارين :

$$3x^5(2x^2) = 6x^7$$

$$\frac{6x^{-3}}{8x^{-4}} = \frac{6x^4}{8x^3} = \frac{3}{4}x$$

$$(2a^{-3}b^2)^{-2} = 2^{-2}a^6b^{-4} = \frac{a^6}{2^2b^4} = \frac{a^6}{4b^4}$$

$$\left(\frac{a^3}{b^5}\right)^{-2} = \frac{a^{-6}}{b^{-10}} = \frac{b^{10}}{a^6}$$

$$\frac{4x^{-3}y^{-5}}{6x^{-4}y^3} = \frac{4x^4}{6x^3y^5 \cdot y^3} = \frac{2x^4}{6x^3y^8} = \frac{2x}{3y^8}$$

$$\left(\frac{x^{-3}}{y^4z^{-2}}\right)^{-3} = \frac{x^9}{y^{-12}z^6} = \frac{x^9y^{12}}{z^6}$$

$$\left(\frac{m^{-3}n^3}{n^{-2}}\right)^{-2} = \frac{m^6n^{-6}}{n^4} = \frac{m^6}{n^4 \cdot n^6} = \frac{m^6}{n^{10}}$$

*كيف نتخلص من الجذر؟! ⟸ بقسمة الاس على معامل الجذر

*أمثلة :

$$\sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt[3]{x^5} = x^{\frac{5}{3}}$$

$$\sqrt[5]{x^2y^3} = x^{\frac{2}{5}}y^{\frac{3}{5}}$$

$$\sqrt[3]{x^2y^3z^5} = x^{\frac{2}{3}}y\,z^{\frac{5}{3}}$$

$$\sqrt{12x^3y^5z^2} = 12^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{5}{2}}z$$

*استخدام الجذور لتبسيط الاسس :

*قاعدة : $b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m}$

*مثال :

$$x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}} = x^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{x^7}$$

$$x^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{x^3} \qquad x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

$$y^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{y^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{y^2}}$$

*قاعدة : $\sqrt{a}.\sqrt{a} = a$

*مثال : $(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3) = x-9$

$$(5+\sqrt{2})(5-\sqrt{2}) = 25-2$$

$$4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

$$5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

المحاضرة السادسة

*انطاق المقام : (التخلص من الجذور في المقام)

*مثال :

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{3}{2-\sqrt{3}} = \frac{3}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{6+3\sqrt{3}}{4-3} = 6+3\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{5+\sqrt{3}} = \frac{10-2\sqrt{3}}{22}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{10}+\sqrt{3}+\sqrt{15}}{-4}$$

اللوغاريتمات

*قاعدة : $\log_a b = c \leftrightarrow b = a^c$

*قاعدة : $\log_a a = 1$ دائماً

$\log_a 1 = 0$ دائماً

*مثال : اكتب الصيغة اللوغاريتمية المقابلة للصيغة الاسية :

$3^2 = 9 \leftrightarrow \log_3 9 = 2$

$4^2 = 16 \leftrightarrow \log_4 16 = 2$

$3^4 = 81 \leftrightarrow \log_3 81 = 4$

$2^{-3} = \frac{1}{8} \leftrightarrow \log_2 \frac{1}{8} = -3$

$0.001 = 10^{-3} \leftrightarrow \log_{10} 0.001 = -3$

$2^{-5} = \frac{1}{32} \leftrightarrow \log_2 \frac{1}{32} = -5$

$\log_2 8 = 3 \leftrightarrow 2^3 = 8$

$\log_2 64 = 6 \leftrightarrow 2^6 = 64$

$\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3 \leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$

$\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3 \leftrightarrow (\frac{1}{2})^{-3} = 8$

$\log_{10} 1000 = 3 \leftrightarrow 10^3 = 1000$

*أوجد قيمة المجهول ؟!

$$\log_3 x = 2 \leftrightarrow 3^2 = x \rightarrow x = 9$$

$$\log_4 x = 3 \leftrightarrow 4^3 = x \rightarrow x = 64$$

$$\log_x 81 = 4 \leftrightarrow x^4 = 81 \rightarrow x = 3$$

$$\log_5 125 = x \leftrightarrow 5^x = 125 \rightarrow x = 3$$

$$\log_x 27 = 3 \leftrightarrow x^3 = 27 \rightarrow x = 3$$

$$\log_{10}(x^2 + 1) = 1 \leftrightarrow 10^1 = (x^2 + 1) = x^2 = 10 - 1 = x^2 = 9 = x = \pm 3$$

*قاعدة :

$$\log_a(x \times y) = \log_a x + \log_a y$$

*مثال :

$$\log_2(5 \times 3) = \log_2 5 + \log_2 3$$

*قاعدة :

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

*مثال :

$$\log_3 \frac{5}{2} = \log_3 5 - \log_3 2$$

*قاعدة :

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

*مثال :

$$\log_2 4^3 = 3 \log_2 4$$

*مثال : أوجد ما يلي :- $\log_3 2 = 0,63$, $\log_3 5 = 1,46$

$$\log_3 10 = \log_3(5 \times 2) = \log_3 5 + \log_3 2 = 1,46 + 0,63 = 2,09$$

$$\log_3 15 = \log_3(5 \times 3) = \log_3 5 + \log_3 3 = 1,46 + 1 = 2,46$$

$$\log_3 16 = \log_3 2^4 = 4\log_3 2 = 4 \times 0,63 \approx 2,52$$

$$\log_3 2.5 = \log_3 \frac{5}{2} = \log_3 5 - \log_3 2 = 1,46 - 0,63 \approx 0,83$$

$$\log_3 0.4 = \log_3 \frac{4}{10} = \log_3 \frac{2}{5} = \log_3 2 - \log_3 5 = -0,83$$

$$\log_3 \sqrt[3]{4} = \log_3 4^{\frac{1}{3}} = \log_3 (2^2)^{\frac{1}{3}} = \log_3 2^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\log_3 2 = \left(\frac{2}{3}\right) \times 0,63 \approx 0,42$$

المحاضرة السابعة(الفصل الرابع)

*التباديل :

مضروب العدد 4=$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

مضروب العدد5 =$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

مضروب العدد 6=$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

*بالحاسبة : Shift + (x!)

*قاعدة : $\mathrm{nPr} = \frac{n!}{(n-r)!}$

*مثال : عدد تباديل 6 مأخوذة 4 في كل مرة ؟؟

الطريقة الأولى : $6P4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2 \cdot 1}}{\cancel{2 \cdot 1}} = 360$

*الطريقة الثانية : $6P4 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$

*بالحاسبة : 6 + shift + (npr) + 4

*مثال : احسب عدد تباديل 5 مأخوذة 3 في كل مرة ؟؟

*الطريقة الأولى : $_5p_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5.4.3.\cancel{2.1}}{\cancel{2.1}} = 60$

*الطريقة الثانية: $5P3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

*بالحاسبة : 5 + shift +(npr) + 3

*قاعدة : $\mathrm{n}p_n = n!$

*مثال : $5p_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$

*مثال : بكم طريقه يمكن اختيار 3 كتب من مجموعة مكونه من 10 كتب ؟

*الطريقة الاولى : $10P3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cancel{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = 720$

*الطريقة الثانية : $10P3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

*بالحاسبة : 10 + shift +(npr) +3

*مثال : احسب ؟

$_7p_6 = 7.6.5.4.3.2 = 5040$

$_4p_2 = 4.3 = 12$

$_{12}p_3 = 12.11.10 = 1320$

$8p_8 = 8! = 8.7.6.5.4.3.2.1 = 40320$

*التوافيق :

*قاعدة : $\mathbf{nc_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}}$

*قاعدة : $\mathbf{nc_r = \frac{np_r}{r!}}$

*مثال : احسب $5c_2$ بثلاث طرق :

*الطريقة الاولى : $5c_2 = \frac{5!}{(5-2)!.\,2!} = \frac{5.4.3.2.1}{3!.\,2!} = \frac{5.4^{2}\ \cancel{.3.2.1}}{\cancel{3.2.1}.2.1} = 10$

*الطريقة الثانية : ${}_5c_2 = \frac{5p_2}{2!} = \frac{5.4}{2!} = \frac{5.4^{2}}{\cancel{2.1}} = 10$

*بالحاسبة : $5 + shift + (nCr) + 2$

*قاعدة : $\mathbf{nc_1 = n}$ *مثال : $\mathbf{7c_1 = 7}$

*قاعدة : $\mathbf{nc_n = 1}$ *مثال : $\mathbf{3c_3 = 1}$

*قاعدة : $\mathbf{nc_0 = 1}$ *مثال : $\mathbf{5c_0 = 1}$

*مثال :

*احسب بطريقتين مختلفتين ثم استخدم الحاسبة للتأكد :

*الطريقة الاولى :

$$5c_4 = \frac{5!}{(5-4)!\,4!} = \frac{5!}{1!.4!} = \frac{5.\cancel{4.3.2.1}}{\cancel{4.3.2.1}} = 5$$

*الطريقة الثانية :

$$5c_4 = \frac{5p_4}{4!} = \frac{5.\cancel{4.3.2.1}}{\cancel{4.3.2.1}} = 5$$

*الطريقة الاولى :

$$12c_8 = \frac{12!}{(12-8)!\,8!} = \frac{12!}{4!.8!} = \frac{12.11.10.9.\cancel{8.7.6.5.4.3.2.1}}{4.3.2.1.\cancel{8.7.6.5.4.3.2.1}} = 495$$

*الطريقة الثانية :

$$12c_8 = \frac{12p_8}{8!} = \frac{12.11.10.9.\cancel{8.7.6.5}}{\cancel{8.7.6.5.4.3.2.1}} = 495$$

*الطريقة الاولى :

$$7c_5 = \frac{7!}{(7-5)!\,5!} = \frac{7!}{2!.5!} = \frac{7.\cancel{6}^{3}.\cancel{5.4.3.2.1}}{\cancel{2.1.5.4.3.2.1}} = 21$$

*الطريقة الثانية :

$$7c_5 = \frac{7c_5}{5!} = \frac{7.\cancel{6}^{3}\,\cancel{5.4.3}}{\cancel{5.4.3.2.1}} = 21$$

$9c_1 = 9$

$8c_0 = 1$

$4c_4 = 1$

المحاضرة الثامنة (الفصل الخامس)

*المعادلة الخطية :

*قاعدة : $ax + b = 0$

*مثال : حل المعادلات الخطية التالية :

$$2x - 6 = 4x + 1$$

$$2x - 4x = 6 + 1$$

$$-2x = 7$$

$$x = -\frac{7}{2}$$

$$2x + 1 = 6x - 7$$

$$2x - 6x = -7 - 1$$

$$-4x = -8$$

$$x = 2$$

$$\frac{x}{2} - \frac{4x}{3} = \frac{5}{2}$$

$$(\times 2)\ \frac{2(x)}{2} - \frac{8x}{3} = \frac{10}{2}$$

$$(\times 3)\quad 3x - \frac{3(8x)}{3} = 15$$

$$3x - 8x = 15$$

$$-5x = 15$$

$$x = -3$$

$$-5x + 3 = 8x - 7$$

$$-5x - 8x = -3 - 7$$

$$-13x = -10$$

$$x = \frac{10}{13}$$

$$2+\frac{3x}{2}-5=\frac{x}{4}+\frac{2}{3}$$

$$4+\frac{\cancel{2}(3x)}{\cancel{2}}-10=\frac{2x}{4}+\frac{4}{3}$$

$$16+12x-40=\frac{\cancel{4}(2x)}{\cancel{4}}+\frac{16}{3}$$

$$16+12x-40=2x+\frac{16}{3}$$

$$16-\frac{16}{3}-40=2x-12x$$

$$-\frac{88}{3}=-10x$$

$$x=\frac{44}{15}$$

$$\frac{x}{5}+\frac{3}{2}=x+\frac{1}{2}$$

$$(\times 5)\ \frac{\cancel{5}(x)}{\cancel{5}}+\frac{15}{2}=5x+\frac{5}{2}$$

$$(\times 2)\quad 2x+15=10x+5$$

$$2x-10x=5-15$$

$$-8x=-10$$

$$x=\frac{5}{4}$$

$$7x-10=4x+5$$

$$7x-4x=10+5$$

$$3x=15$$

$$x=5$$

$$\frac{x+1}{3}-\frac{x}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{\cancel{3}(x+1)}{\cancel{3}}-\frac{3x}{4}=\frac{3}{2}$$

$$4(x+1)-\frac{\cancel{4}(3x)}{\cancel{4}}=\frac{12}{2}$$

$$4x+4-3x=6$$

$$4x-3x=6-4$$

$$x=2$$

$$5x-4=2x+8$$

$$5x-2x=4+8$$

$$3x=12$$

$$x=4$$

$$5-\frac{3a-4}{5}=\frac{7-2a}{2}$$

$$25-\frac{\cancel{5}(3a-4)}{\cancel{5}}=\frac{35-10a}{2}$$

$$50-6a+8=\frac{\cancel{2}(35-10a)}{\cancel{2}}$$

$$50-6a+8=35-10a$$

$$50+8-35=6a-10a$$

$$23=-4a$$

$$a=-\frac{23}{4}$$

$$4(x+3)=6(x-2)$$

$$4x+12=6x-12$$

$$4x-6x=-12-12$$

$$-2x=-24$$

$$x=12$$

$$-4-3(x+2)+x=5(x-1)-7x$$

$$4-3x-6+x=5x-5-7x$$

$$-3x+x-5x+7x=-4+6-5$$

$$0 \neq -3$$

ليس لها حل لأن المستقيمان اللذان يمثلان المعادلتين المتساويتين هما مستقيمان متوازيان لهما نفس الميل

المحاضرة التاسعة

***حل المعادلات الخطية ذات المجهولين :**

أولا : طريقه الحل بالتعويض:

***مثال:**

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ -2x + y = 1 \end{cases}$$

من المعادلة الاولى : $x = y + 3$

نعوض بقيمة x في المعادلة الثانية :

$$-2(y + 3) + y = 1$$

$$-y = 5$$

$$y = -5$$

نعوض قيمة y في المعادلة الاولى :

$$x = y + 3$$

$$x = -5 + 3$$

$$x = -2$$

مجموعة الحل = $\{(-2, -5)\}$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

من المعادلة الاولى : $x = -y + 2$

نعوض بقيمة x في المعادلة الثانية :

$$2(-y + 2) - y = 1$$

$$-3y = -3$$

$$y = 1$$

نعوض بقيمة y في المعادلة الاولى :

$$x = -y + 2$$

$$x = -1 + 2$$

$$x = 1$$

مجموعة الحل = $\{(1, 1)\}$

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

من المعادلة الثانية : $x = 2y + 1$

نعوض قيمة x في المعادلة الاولى :

$$3(2y + 1) + y = 10$$

$$6y + 3 + y = 10$$

$$7y = 7$$

$$y = 1$$

بتعويض قيمة y في المعادلة الثانية :

$$x = 2(1) + 1$$

$$x = 3$$

مجموعة الحل = $\{(3, 1)\}$

$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

من المعادلة الثانية : $y = -2x + 4$

نعوض قيمة y في المعادلة الاولى :

$$x + 3(-2x + 4) = 2$$

$$x - 6x + 12 = 2$$

$$-5x = -10$$

$$x = 2$$

بتعويض قيمة x في المعادلة الثانية :

$$y = -2(2) + 4$$

$$y = 0$$

مجموعة الحل = $\{(2, 0)\}$

*ثانيا : طريقه الحذف :

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$5x = 5$$

$$x = 1$$

بالتعويض بقيمة x في إحدى المعادلتين

$$2(1) + y = 2$$

$$2 + y = 2$$

$$y = 0$$

مجموعة الحل = $\{(1, 0)\}$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 3x - 3y = 4 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

بالتعويض بقيمة x في إحدى المعادلتين

$$3(2) - 3y = 4$$

$$6 - 3y = 4$$

$$y = \frac{2}{3}$$

مجموعة الحل = $\left\{\left(2, \frac{2}{3}\right)\right\}$

$$\begin{cases} x + 5y = -1 \\ -x + 2y = 8 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$7y = 7$$

$$y = 1$$

بالتعويض بقيمة y في إحدى المعادلتين

$$x + 5(1) = -1$$

$$x = -6$$

مجموعة الحل = $\{(-6, 1)\}$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

نضرب المعادلة الثانية في 2 :

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$7x = 9$$

$$x = \frac{9}{7}$$

بالتعويض بقيمة xفي إحدى المعادلتين

$$3\left(\frac{9}{7}\right) + 2y = 1$$

$$y = \frac{10}{7}$$

مجموعة الحل = $\left\{\left(\frac{9}{7}, \frac{10}{7}\right)\right\}$

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$$

بضرب المعادلة الاولى في -2 :

$$\begin{cases} -2x + 2y = -10 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$6y = -13$$

$$y = -\frac{13}{6}$$

بالتعويض بقيمة y في المعادلة الأولى :

$$x - \left(-\frac{13}{6}\right) = 5$$

$$x = \frac{17}{6}$$

مجموعة الحل = $\left\{\left(\frac{17}{6}, -\frac{13}{6}\right)\right\}$

*حل معادلات الدرجة الثانية بمجهول واحد :

*الصورة القياسية : $ax^2 + bx + c = 0$

*أولا : بطريقة التحليل :

*مثال :

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x-1)(x+2) = 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

مجموعة الحل = $\{-2, 1\}$

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$(x+3)(x+2) = 0$

$x + 3 = 0$

$x = -3$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

مجموعة الحل = $\{-2, -3\}$

$2x^2 = 5x$

$2x^2 - 5x = 0$

$x(2x-5) = 0$

$x = 0$

$2x - 5 = 0$

$x = \frac{5}{2}$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{5}{2}\right\}$

$4x^2 + 12x + 9 = 0$

$(2x+3)(2x+3) = 0$

$2x + 3 = 0$

$x = -\frac{3}{2}$

مجموعة الحل = $\left\{-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$

$$4x^2 = 3x$$

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x(4x - 3) = 0$$

$$x = 0$$

$$4x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{4}$$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{3}{4}\right\}$

$$x^2 - 6x + 5 = -4$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

مجموعة الحل = $\{3, 3\}$

الحل مكرر

المحاضرة العاشرة

*بطريقة إكمال المربع :

*قاعدة : $$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

*مثال :

$$x^2 + 4x = 2$$

$$x^2 + 4x + 4 = 2 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 6$$

$$(x + 2) = \pm\sqrt{6}$$

$$x = \pm\sqrt{6} - 2$$

*أكمل العبارة التالية لتصبح مربعا كاملا :

$$x^2 - 3x$$

$$x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 5x$$

$$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

*حل المعادلات بطريقة إكمال المربع :

$$x^2+6x-2=0$$

$$x^2+6x=2$$

$$x^2+6x+9=10$$

$$(x+3)^2=11$$

$$x+3=\pm\sqrt{11}$$

$$x=\pm\sqrt{11}-3$$

$$x^2+3x-2=0$$

$$x^2+3x=2$$

$$x^2+3x+\frac{9}{4}=2+\frac{9}{4}$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{17}{4}$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)=\pm\sqrt{\frac{17}{4}}-\frac{3}{2}$$

$$2x^2-4x+3=0$$

$$x^2-2x+\frac{3}{2}=0$$

$$x^2-2x=-\frac{3}{2}$$

$$x^2-2x+(1)^2=-\frac{3}{2}+(-1)^2$$

$$x^2-2x+1=-\frac{1}{2}$$

$$(x-1)=\pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$$

لايوجد حل لانها ليست من الاعداد الحقيقية R

$$3x^2-12x+3=0$$

$$x^2-4x+1=0$$

$$x^2-4x=-1$$

$$x^2-4x+4=-1+4$$

$$(x-2)^2=3$$

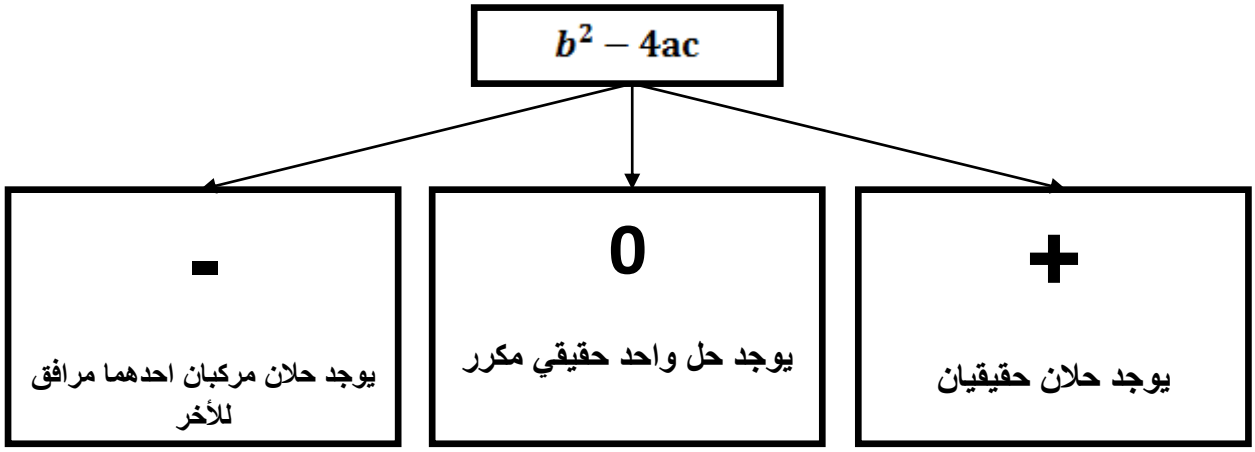
$$x-2=\pm\sqrt{3}$$

$$x=\pm\sqrt{3}+2$$

*ثالثا: باستخدام القانون العام :

*قاعدة :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



*مثال :

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

طريقه القانون العام :

نحسب المميز :

$$(5)^2 - 4(1)(6) = 1$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

$$x = \frac{-5+1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x = \frac{-5-1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

مجموعة الحل = $\{-2, -3\}$

طريقة التحليل :

$$(x+2)(x+3) = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

مجموعة الحل = $\{-2, -3\}$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

نحسب المميز :

$$(-3)^2 - 4(1)(-4) = 25$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$$x = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

مجموعة الحل = $\{-1, 4\}$

$$4x^2 + 12x + 9 = 0$$

نحسب المميز :

$$(12)^2 - 4(4)(9) = 0$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{8}$$

$$x = -\frac{12}{8}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

مجموعة الحل= $\left\{-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$

$$2x^2 = 5x$$

طريقة القانون العام:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x = \frac{5 \pm 5}{4}$$

$$x = \frac{5+5}{4} = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{5-5}{4} = 0$$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{5}{2}\right\}$

طريقة إكمال المربع :

$$2x - 5x = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$x - \frac{5}{2} = \pm\frac{5}{4}$$

$$x = \frac{5}{2}$$

X=0

طريقة التحليل :

$$2x^2 - 5x = 0$$

$$x(2x - 5) = 0$$

$$x = 0$$

$$2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{5}{2}\right\}$

$$4x^2 = 3x$$

طريقة القانون العام :

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9}}{8}$$

$$x = \frac{3 \pm 3}{8}$$

$$x = \frac{3+3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{3-3}{8} = 0$$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{3}{4}\right\}$

طريقة إكمال المربع :

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64} = \frac{9}{64}$$

$$\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$$

$$x - \frac{3}{8} = \pm\frac{3}{8}$$

$$x = \pm\frac{3}{8} + \frac{3}{8}$$

$$x = \frac{3}{4} \qquad x = 0$$

طريقة التحليل :

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x(4x - 3) = 0$$

$$x = 0$$

$$4x - 3 = 0$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{3}{4}\right\}$

$$x^2 - 6x + 5 = -4$$

طريقة القانون العام :

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

مجموعة الحل = $\{3, 3\}$

طريقة اكمال المربع :

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

مجموعة الحل = $\{3, 3\}$

طريقة التحليل :

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x = 3$$

مجموعة الحل = $\{3, 3\}$

المحاضرة الحادية عشر (الفصل السادس)

* أساس المتتابعة الحسابية هو الفرق بين حدين متتاليين

* لكي تكون المتتابعة حسابية يجب أن يكون الفرق بين الحدين المتتاليين دائما <u>عدد ثابت</u>

*مثال :

بين اذا كانت المتتابعة التالية حسابية ام لا ؟

$$-2, -6, -10, -15, -20, -25$$

غير حسابية

اوجد أساس المتتابعة التالية :

$$0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}$$

أساس المتتابعة $= \frac{1}{4}$

اوجد الحدود الخمسة التالية لهذه المتتابعة

$$-8, -6, -4, __, __, __, __, __$$

أساس المتتابعة = 2

-2 , 0 , 2 , 4 , 6

*** الحد النوني في المتتابعة الحسابية :**

*** قاعدة :**

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

a_n = الحد النوني

a_1 = الحد الاول

n = عدد الحدود

d = اساس المتتابعة

- **مثال :**

اوجد الحد العاشر في المتتابعة الحسابية التالية :

$(-5, -2, 1, \ldots\ldots\ldots)$

$$a_{10} = -5 + (9)(3) = 22$$

اوجد الحد السابع في المتتابعة التي فيها $a_1 = 5$ $d = 3$

$$a_7 = 5 + (6)(3) = 23$$

اوجد a_n علما أن : $n = 9$ $d = 6$ $a_1 = -4$

$$a_9 = -4 + (9-1)6 = 44$$

اوجد a_{15} علما أن : d= -3 a_1= 5

$$a_{15} = 5 + (14)(-3) = -37$$

* إيجاد الأوساط الحسابية :

* مثال :

اوجد خمسة اوساط حسابية بين الحدين 22 , 8-

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$22 = -8 + (6)d$$

$$22 = -8 + 6d$$

$$6d = 30$$

$$d = 5$$

-8 ,-3 , 2 , 7 , 12 , 17 , 22

اوجد الاوساط الحسابية الخمسة 10 , 2-

$$10 = -2 + 6d$$

$$6d = 12$$

$$d = 2$$

-2 , 0 , 2 , 4 , 6 , 8 , 10

* المجموع الجزئي للمتسلسلات الحسابية :

* قاعدة :

الصيغة العامة : $S_n = n\left(\frac{a_1+a_n}{2}\right)$

الصيغة البديلة : $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

*مثال :

اوجد مجموع حدود المتسلسلة الحسابية التالية :

2 , 7 , 12 , ...+67

$d = 5 \quad a_n = 67 \quad a_1 = 2$

أولا نوجد قيمة n :

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$67 = 2 + (n-1)5$

$67 = 2 + 5n - 5$

$5n = 70$

$n = 14$

ثانيا نعوض بالصيغة العامة للمتسلسلات:

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$S_{14} = 14\left(\frac{2+67}{2}\right)$

$S_{14} = 483$

اوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية :

3 + 5 + 7 + ...+43

$a_1 = 3 \quad a_n = 43 \quad d = 2$

أولا نوجد قيمة n :

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$43 = 3 + 2n - 2$

$2n = 42$

$n = 21$

ثانيا نعوض بالصيغة العامة للمتسلسلات :

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$S_{21} = 21\left(\frac{3+43}{2}\right)$

$S_{21} = 483$

المحاضرة الثانية عشر

اوجد الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية فيها :

$a_n = 79 \quad a_1 = 7 \quad S_n = 430$

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$430 = n\left(\frac{7 + 79}{2}\right)$$

$$n = \frac{430}{43} = 10$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$79 = 7 + 9d$$

$$9d = 72$$

$$d = 8$$

7 , 15 , 23 , 31 , ... , 79

اوجد الحدود الثلاثة للمتتابعة التى فيها :

$n = 8 \quad a_n = 36 \quad S_n = 120$

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$120 = 8\left(\frac{a_1 + 36}{2}\right)$$

$$a_1 = -6$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$36 = -6 + 7d$$

$$7d = 42$$

$$d = 6$$

-6 , 0 , 6 , 12 , 18 , ... , 36

اوجد مجموع $\sum_1^4 (k-1)$

$$\sum_1^4 (k-1) = (1-1) + (2-1) + (3-1) + (4-1) = 0 + 1 + 2 + 3 = 6$$

اوجد مجموع $\sum_1^5 (k^2 - 2)$

$$\sum_1^5 (k^2 - 2) = (1^2 - 2) + (2^2 - 2) + (3^2 - 2) + (4^2 - 2) + (5^2 - 2) = -1 + 2 + 7 + 14 + 23 = 45$$

* المتتابعة الهندسية :

* قاعدة : الحد النوني $a_n = a_1 r^{n-1}$

- مثال :

اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الهندسية التالية :

$\frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, \ldots\ldots$

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_n = \frac{1}{2}(2)^{n-1}$

اوجد a_1 اذا كان $a_3 = 5$, $r = 6$:

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_3 = a_1 r^{3-1}$

$5 = a_1 (6)^2$

$5 = 36 a_1$

$a_1 = \frac{5}{36}$

*إيجاد الأوساط الهندسية :

اوجد ثلاثة أوساط هندسية بين العددين 3,.....,768

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_5 = a_1 r^{5-1}$

$768 = 3r^4$

$r^4 = \frac{768}{3} = 256$

$r = \pm 4$

r=4 لأن الحدود موجبة جميعها

$a_2 = a_1 \times 4 = 3 \times 4 = 12$

$a_3 = 12 \times 4 = 48$

$a_4 = 48 \times 4 = 192$

اوجد أربعة أوساط هندسية بين العددين

$\frac{1}{2}$**,.....,512**

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_6 = a_1 r^{6-1}$$

$$512 = \frac{1}{2} r^5$$

$$r^5 = \frac{512}{\frac{1}{2}} = 1024$$

$$r = 4$$

$$a_2 = a_1 \times 4 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$a_3 = 2 \times 4 = 8$$

$$a_4 = 8 \times 4 = 32$$

$$a_5 = 32 \times 4 = 128$$

$$\frac{1}{2}, 2, 8, 32, 128, 512$$

اوجد ثلاثة أوساط هندسية بين العددين

$\frac{1}{4}$**,.....,1024**

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_5 = a_1 r^{5-1}$$

$$1024 = \frac{1}{4} r^4$$

$$r^4 = 4096 r = \pm 8$$

لأن الحدود موجبة ***r=8***

$$a_2 = a_1 \times 4 = \frac{1}{4} \times 8 = 2$$

$$a_3 = 2 \times 8 = 16$$

$$a_4 = 16 \times 8 = 128$$

$$\frac{1}{4}, 2, 16, 128, 1024$$

*المجموع الجزئي لمتسلسلة هندسية :

*قاعدة :

الصيغة العامة : $S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r}$

الصيغة البديلة: $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$

$R \neq 1$

هنا المعادلة اكتب.

أوجد مجموع المتسلسلة التى فيها

$r = 3 \quad n = 10 \quad a_1 = 2$

باستخدام الصيغة العامة

$$S_{10} = \frac{a_1 - a_1 r^{10}}{1-3}$$

$$S_{10} = \frac{2 - 2(3)^{10}}{-2}$$

$$S_{10} = \frac{2 - 2(59049)}{-2}$$

$$= 59048$$

أوجد مجموع المتسلسلة التى فيها

$r = \frac{1}{2} \quad a_n = 125 \quad a_1 = 2000$

باستخدام الصيغة البديلة

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$$

$$S_n = \frac{2000 - 125\left(\frac{1}{2}\right)}{1-\frac{1}{2}}$$

$$S_n = 3875$$

يمكن كتابة مجموع المتسلسلة كالتالي :

$$\sum_{k=1}^{n} ar^{k-1}$$

*مجموع المتسلسلات الهندسية :

اوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية

$$\sum_{k=1}^{6} 3(4)^{k-1} = 3(4)^{1-1} + 3(4)^{2-1} + 3(4)^{3-1} + 3(4)^{4-1} + 3(4)^{5-1} + 3(4)^{6-1}$$

$$= 3 + 12 + 48 + 192 + 768 + 3072 = \quad 4095$$

اوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية

$$\sum_{k=1}^{67} 4(-3)^{k-1} = 4(-3)^{1-1} + 4(-3)^{2-1} + 4(-3)^{3-1} + 4(-3)^{4-1} + 4(-3)^{5-1} + 4(-3)^{6-1} + 4(-3)^{7-1}$$

$$= 4 + (-12) + 36 + (-108) + 324 + (-972) + 2916 = \quad 2188$$

* مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية :

*قاعدة :

$$s = \frac{a_1}{1-r}$$

*مثال :

اوجد مجموع المتسلسلة التالية

$$\frac{2}{3}, \frac{6}{15}, \frac{18}{75}, \dots\dots$$

أولا نوجد r

$$r = \frac{6}{15} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$$

$$s = \frac{a_1}{1-r}$$

$$s = \frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}$$

اوجد مجموع المتسلسلة التالية

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\dots$$

أولا نوجد r

$$r = \frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$s = \frac{a_1}{1-r}$$

$$s = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 1$$

المحاضرة الثالثة عشر (الفصل السابع)

***المصفوفات :**

(تتساوى مصفوفتان إذا كان لهما نفس العناصر بالترتيب نفسه)

***مثال :**

اوجد قيمه x , y اذا كانت $\begin{bmatrix} -1+2y & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & x-2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

إيجاد قيمه y : $-1+2y=5$

$$2y=6$$

$$y=3$$

إيجاد قيمة x : $x-2=3$

$$x=5$$

اوجد قيمه x , y اذا كانت $\begin{bmatrix} 3-x & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & y+5 \end{bmatrix}$

إيجاد قيمه x : $3-x=4$

$$-x=1$$

$$x=-1$$

إيجاد قيمة y : $y+5=2$

$$y=-3$$

*جمع وطرح المصفوفات :

(في الجمع والطرح يجب أن تكون المصفوفتان من نفس النوع)

*مثال :

إذا كان $\underline{A}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}$ و $\underline{B}=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & -4\end{bmatrix}$ فأوجد :

$$\underline{A}+\underline{B}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 7\\ 2 & 0\end{bmatrix}$$

$$\underline{B}+\underline{A}=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & -4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 7\\ 2 & 0\end{bmatrix}$$

($\underline{A}+\underline{B}=\underline{B}+\underline{A}$ لان الجمع عملية ابدالية)

$$\underline{A}-\underline{B}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -3\\ -4 & 8\end{bmatrix}$$

$$\underline{B}-\underline{A}=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & -4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 4 & -8\end{bmatrix}$$

($\underline{A}-\underline{B}\neq\underline{B}-\underline{A}$ لان الطرح عملية غير ابدالية)

$$3\underline{A}+2\underline{B}=\begin{bmatrix}9 & 6\\ -3 & 12\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & 10\\ 6 & -8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11 & 16\\ 3 & 4\end{bmatrix}$$

$$5\underline{A}-3\underline{B}=\begin{bmatrix}15 & 10\\ -5 & 20\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3 & 15\\ 9 & -12\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & -5\\ -14 & 32\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}-2 & 3 & 4\\ 2 & 5 & 3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & 4\end{bmatrix}=$ لا يمكن جمعها لأنها ليست من نفس النوع

$$\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & 5\\ 6 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 8\\ 10 & 7\end{bmatrix}$$

إذا كان $\underline{A}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}$ و $\underline{B}=\begin{bmatrix}-5 & 1\\ 2 & -3\end{bmatrix}$ فأوجد :

$$\underline{A}+\underline{B}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-5 & 1\\ 2 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\underline{B}-\underline{A}=\begin{bmatrix}-5 & 1\\ 2 & -3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-8 & -1\\ 3 & -7\end{bmatrix}$$

$$3\underline{A}-2\underline{B}=\begin{bmatrix}9 & 6\\ -3 & 12\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-10 & 2\\ 4 & -6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}19 & 4\\ -7 & 18\end{bmatrix}$$

- **ضرب المصفوفات :**

لكي تتم عملية ضرب المصفوفتين التاليتين $A_{mxn} \times b_{nxc}$ لابد وأن يتحقق الشرط التالي :

عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى nيساوي عدد الصفوف في المصفوفة الثانية n

***مثال :**

اوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين $\underline{A}_{2\times2}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}\underline{B}_{2\times2}=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}$

$$\underline{A}\times\underline{B}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\times3+3\times2 & 2\times1+3\times4\\ 4\times3+5\times2 & 4\times1+5\times4\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}12 & 14\\ 22 & 24\end{bmatrix}$$

$$\underline{B}\times\underline{A}=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\times2+1\times4 & 3\times3+1\times5\\ 2\times2+4\times4 & 2\times3+4\times5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}10 & 14\\ 20 & 26\end{bmatrix}$$

($\underline{A}\times\underline{B}\neq\underline{B}\times\underline{A}$ لان الضرب عملية غير ابدالية)

اوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين

$$\underline{A}_{2\times2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \underline{B}_{2\times3} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}_{2\times2} \times \underline{B}_{2\times3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1\times2+0\times2 & 1\times3+0\times-1 & 1\times-2+0\times0 \\ 2\times2+3\times2 & 2\times3+3\times-1 & 2\times-2+3\times0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 10 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

في المثال السابق هل يمكن إيجاد $\underline{B}_{2\times3} \times \underline{A}_{2\times2}$ ولماذا ؟

لا يمكن لان عدد الأعمدة في $\underline{B}$ $\neq$ عدد الصفوف في $\underline{A}$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix} \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$ اوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين

$$\underline{A} \times \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\times2+3\times3+1\times2 & 2\times1+3\times4+1\times3 \\ 1\times2+2\times3+5\times2 & 1\times1+2\times4+5\times3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 15 & 17 \\ 18 & 24 \end{bmatrix}$$

اوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 2\times1+3\times2 & 2\times3+3\times4 \\ -2\times1+1\times2 & -2\times3+1\times4 \\ 0\times1+2\times2 & 0\times3+2\times4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 18 \\ 0 & -2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

حل المعادلة المصفوفية التالية : $2\underline{X} - 3\underline{A} = 3\underline{B} - \underline{X}$

حيث : $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$$2\underline{X} + \underline{X} = 3\underline{A} + 3\underline{B}$$

$$3\underline{X} = 3\underline{A} + 3\underline{B}$$

$$\underline{X} = \underline{A} + \underline{B}$$

$$\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

المحاظرة الرابعة عشر

*المحددات : 2×2

*قاعدة :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = (a_1 b_2) - (a_2 b_1)$$

*مثال :

اوجد محدده المصفوفة التالية : $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (2 \times 4) - (-5 \times 3) = 8 - (-15) = 23$$

اوجد محدده المصفوفة التالية : $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = (-1 \times -2) - (3 \times 2) = 2 - 6 = -4$$

اوجد محدده المصفوفة التالية : $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = (3 \times -5) - (-2 \times 4) = (-15) - (-8) = -7$$

*المحددات : 3×3

*قاعدة :

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_2 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$$

*مثال :

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$ اوجد محددة المصفوفة التالية

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 2[(4 \times 2) - 2 \times 0) - 3[(-1 \times 2) - 2 \times 3) + 1[(-1 \times 0) - (4 \times 3)]$$

$$= 16 - 12 + (-12)$$

$$= -8$$

طريقة كرامر :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & -2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= [(2 \times 4 \times 2) + (3 \times -2 \times 3) + (1 \times -1 \times 0)]$$

$$-[(3 \times -1 \times 2) + (2 \times -2 \times 0) + (1 \times 4 \times 3)]$$

$$= -8$$

اوجد محددة المصفوفة التالية $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$0 - 2[(3 \times 2) - (0 \times 2)] + 1[(3 \times -1) - (4 \times 2)]$$

$$0 - 12 - 11 = -23$$

طريقة كرامر :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 10 & 2 \\ 3 & 4 & 03 & 4 \\ 2 & -1 & 22 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$[(0 \times 4 \times 2) + (2 \times 0 \times 2) + (1 \times 3 \times -1)]$$

$$-[(2 \times 3 \times 2) + (0 \times 0 \times -1) + (1 \times 4 \times 2)]$$

$$= [0 + 0 - 3] - [12 + 0 + 8] = -23$$

احسب المحدد للمصفوفة التالية $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 0\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 0 - 2[(-1 \times 3) - (2 \times 1)] + 3[(-1 \times 0) - (0 \times 1)]$$

$$= 10 + 0 = 10$$

*معكوس المصفوفة :

*خطوات إيجاد معكوس المصفوفة :

أولا : نوجد المحددة Δ

ثانيا : نوجد معكوس المصفوفة بالطريقة التالية :

$$\underline{A^{-1}} = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} b_2 & -a_2 \\ -b_1 & a_1 \end{bmatrix}$$

*مثال :

إذا كانت المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ فأوجد $\underline{A^{-1}}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = (2 \times 0) - (1 \times 3) = -3$$

$$\underline{A^{-1}} = -\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

إذا كانت المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ فأوجد $\underline{A^{-1}}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = (-2 \times 1) - (3 \times 4) = -14$$

$$\underline{A^{-1}} = -\frac{1}{14}\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{14} & \frac{3}{14} \\ \frac{4}{14} & \frac{2}{14} \end{bmatrix}$$

إذا كانت المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ فأوجد $\underline{A^{-1}}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = (-2 \times 4) - (1 \times -3) = -5$$

$$\underline{A^{-1}} = -\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

اوجد قيمة x التي تجعل المصفوفة التالية $\underline{A} = \begin{bmatrix} x-2 & x \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ليس لها معكوس ؟

حتى تكون للمصفوفة معكوس يجب ان تكون $\Delta \neq 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} x+2 & x \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (x+2) \times 2 - x \cdot 3$$

$$2x + 4 - 3x \neq 0$$

$$2x - 3x \neq 4$$

$$-x \neq 4$$

$$x = -4$$

*حل نظام المعادلات الخطية باستخدام المحددات :

*الطريقة :

أولا : نوجد المحددة Δ ونوجد الثوابت $\underline{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$

ثم نوجد $\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$ $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$

ثانيا : نوجد قيمة المجهولين x , y كالتالي : $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$ $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$

*مثال :

حل النظام التالي $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \underline{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = (2 \times -1) - (1 \times 1) = -3$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3 \qquad \therefore x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-3}{-3} = 1$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \qquad \therefore y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{0}{-3} = 0$$

حل النظام التالي $\begin{cases} x+3y=3 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{bmatrix}\ \underline{c}=\begin{bmatrix}3\\ -1\end{bmatrix}$$

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{vmatrix}=(1\times -1)-(3\times 2)=-7$$

$$\Delta_x=\begin{vmatrix}3 & 3\\ -1 & -1\end{vmatrix}=0 \qquad \therefore x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{0}{-7}=0$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{vmatrix}=-7 \qquad \therefore y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1$$

حل النظام التالي $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix}3 & -2\\ 1 & 1\end{bmatrix}\ \underline{c}=\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}$$

$$\Delta=\begin{vmatrix}3 & -2\\ 1 & 1\end{vmatrix}=(3\times 1)-(-2\times 1)=5$$

$$\Delta_x=\begin{vmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{vmatrix}=5 \qquad \therefore x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{5}{5}=1$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix}3 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=5 \qquad \therefore y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{5}{5}=1$$

الواجب الأول

*السؤال الأول :

$27^{\frac{1}{3}} =$ ■ $\frac{1}{3}$ ■9 ■ $\frac{1}{9}$ (3)

الحل :

$$27^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{3}} = 3$$

*السؤال الثاني :

ناتج جمع المقدارين التاليين $\frac{3}{xy} + \frac{x}{y^2}$ هو

■ $\frac{3y + x^2}{xy^2}$ ■ $\frac{3 + x}{y}$ ■ $\frac{3 + x}{y^2}$ ■ $\frac{3y + x^2}{xy}$

الحل:

$$\frac{3}{xy} + \frac{x}{y^2} = \frac{3y}{xy^2} + \frac{x^2}{xy^2} = \frac{3y + x^2}{xy^2}$$

*السؤال الثالث :

حاصل طرح كثيرتي الحدود التاليتين $(3x^3 + 5x^2 - 3x + 4)(4x^3 - 2x^2 + 5x - 2)$-

■$x^3 - 3x^2 - 8x + 6$

■$x^3 + 3x^2 + 2ء + 2$

■$x^3 - 7x^2 - 8x + 2$

■$x^3 - 7x^2 + 8x - 6$

*السؤال الرابع :

تحليل المقدار $8z^3 - 27$ هو

■ $(2z + 3)(4z^2 + 6z - 9)$

■ $(2z + 3)(4z^2 - 6z + 9)$

■ $(2z - 3)(4z^2 - 6z - 9)$

■ $(2z - 3)(4z^2 + 6z + 9)$

الحل :

باستخدام القاعدة التالية :

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

*السؤال الخامس :

حاصل تبسيط العبارة التالية $\frac{x^2-4}{x^2-1} \div \frac{(x+2)}{(x+1)}$ هو

■ $\frac{(x+2)}{(x+1)}$

■ $\frac{(x+1)}{(x+2)}$

■ $\frac{(x-2)}{(x-1)}$

■ $\frac{(x-1)}{(x-2)}$

الحل :

$$\frac{x^2-4}{x^2-1} \div \frac{(x+2)}{(x+1)} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)(x-1)} \times \frac{(x+1)}{(x+2)} = \frac{(x-2)}{(x-1)}$$

*السؤال السادس :

تحليل المقدار التالي $2x^2 + 6x + 5x + 15$

■ $(x + 2)(2x + 5)$

■ $(2x + 3)(2x + 5)$

■ $(x + 3)(2x + 5)$

■ $(2x + 5)(x + 2)$

الحل :

2x(x+3)+5(x+3)

(x+3)(2x+5)

*السؤال السابع :

بسط المقدار التالي $\frac{\frac{4}{x}-x}{\frac{2}{x}-1}$ هو

■ $(x + 2)$ ■ $(-x + 2)$ ■ $(x - 2)$ ■ $(-x - 2)$

الحل :

$$\frac{\frac{4}{x}-x}{\frac{2}{x}-1}=\frac{\frac{4}{x}-\frac{x^2}{x}}{\frac{2}{x}-\frac{x}{x}}=\frac{\frac{x^2-4}{x}}{\frac{x-2}{x}}=\frac{x^2-4}{x}\times\frac{x}{x-2}=\frac{(x+2)(x-2)}{x}\times\frac{x}{x-2}=(x+2)$$

*السؤال الثامن :

بسط العبارة التالية $\left(\frac{m^{-2}n^3}{m^3n^{-1}}\right)^{-2}$

■ $\frac{n^2}{m^{10}}$ ■ $\frac{m^2}{n^4}$ ■ $\frac{1}{m^{10}n^4}$ ■ $\frac{m^{10}}{n^8}$

الحل :

$$\left(\frac{m^{-2}n^3}{m^3n^{-1}}\right)^{-2} = \frac{m^4n^{-6}}{m^{-6}n^2} = \frac{m^4 \cdot m^6}{n^6 \cdot n^2} = \frac{m^{10}}{n^8}$$

*السؤال التاسع :

ابسط صورة الكسر التالي $\frac{3}{2-\sqrt{5}}$

■ $-6-3\sqrt{5}$

■ $\frac{6+3\sqrt{5}}{9}$

■ $\frac{-6-3\sqrt{5}}{9}$

■ $-6+3\sqrt{5}$

الحل :

$$\frac{3}{2-\sqrt{5}} = \frac{3}{2-\sqrt{5}} \times \frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{6+3\sqrt{5}}{4-5} = \frac{6+3\sqrt{5}}{-1} = -6-3\sqrt{5}$$

*السؤال العاشر :

حاصل ضرب كثيرة الحدود التاليين $(x^2 + 2x - 3)(x - 1)$

■$x^3 + x^2 - 5x - 3$

■$x^3 + x^2 + 5x + 3$

■$x^3 + x^2 - 5x - 3$

■$x^3 + x^2 - 5x + 3$

*السؤال الحادي عشر :

تحليل المقدار $(25x^{16} - 9y^{36})$ هو

■$(5x^8 - 3y^{18})(5x^8 - 3y^{18})$

■$(5x^4 - 3y^{18})(5x^4 - 3y^6)$

■$(25x^8 - 9y^{18})(25x^8 - 9y^{18})$

■$(25x^4 - 9y^6)(25x^4 - 9y^6)$

الحل :

الاساس $3 \times 3 = 9$ $5 \times 5 = 25$

الاسس $18 + 18 = 36$ $8 + 8 = 16$

*السؤال الثاني عشر :

حاصل تبسيط المقدار التالي $\frac{10 \div 4 - 2 \times 3 - 4}{6 \div 3 + 8 \times 2 + 6}$

■$\frac{1}{2}$ ■$\frac{4}{3}$ ■$\frac{16}{13}$ ■$\frac{17}{18}$

*السؤال الثالث عشر :

ابسط صورة المقدار التالي $\frac{8m^4n^3}{4m^3n^5} \div \frac{25mn^4}{15m^4n^2}$

■ $\frac{6m^5}{5n^3}$ ■ $\frac{6m^4}{5n^4}$ ■ $\frac{6m^3}{5n^5}$ ■ $\frac{6m^3}{5n^4}$

الحل :

$$\frac{8m^4n^3}{4m^3n^5} \div \frac{25mn^4}{15m^4n^2} = \frac{2m}{n^2} \div \frac{5n^2}{3m^3} = \frac{2m}{n^2} \times \frac{3m^3}{5n^2} = \frac{6m^4}{5n^4}$$

*السؤال الرابع عشر :

تبسيط $\sqrt{4x^4y^6z^8}$ هو

■ $2x^2y^3z^4$

■ $2x^2y^4z^6$

■ $4x^2y^3z^4$

■ $4x^2y^4z^6$

الحل : $\sqrt{4x^4y^6z^8} = 2x^{\frac{4}{2}}y^{\frac{6}{2}}z^{\frac{8}{2}} = 2x^2y^3z^4$

*السؤال الخامس عشر :

قيمة المقدار $\frac{2a^3-3b^2+2ab}{3a^2-b^2}$ عندما a=2 b=-1 هي

■ $\frac{9}{11}$ ■ $\frac{9}{11}$ ■ $\frac{17}{13}$ ■ $\frac{15}{13}$ ■ $\frac{23}{11}$

الحل :

$$\frac{2a^3-3b^2+2ab}{3a^2-b^2} = \frac{2(2)^3-3(-1)^2+2(2)(-1)}{3(2)^2-(-1)^2} = \frac{9}{11}$$

*السؤال السادس عشر :

تحليل المقدار $6x^4y^3 - 3x^2y^2 + 12x^3y^5$

- $(3x^2y^2)(3x^2y - 1 + 9xy^3)$
- $(3x^2y^2)(3x^2y + 9xy^3)$
- $(3x^2y^2)(2x^2y + 4xy^3)$
- $(3x^2y^2)(2x^2y - 1 + 4xy^3)$

الواجب الثاني

*السؤال الأول :

حل النظام التالي المكون من المعادلتين الخطيتين $x-y=1$ $x+y=1$

■ $(1,1)$ ■ $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ ■ $(1,0)$ ■ $(0,1)$

الحل :

من المعادلة الأولى: $x=1+y$ $\leftrightarrow$ $x-y=1$

نعوض بالمعادلة الثانية :

$x+y=1 \leftrightarrow (1+y)+y=1 \leftrightarrow 2y=1-1 \leftrightarrow y=0$

نعوض قيمة y في المعادلة الأولى: $x=1$ $\leftrightarrow$ $x=1+0$

*السؤال الثاني :

$6C3 =$

■ $\frac{6P3}{3}$ ■ $\frac{6!}{(6-3)!-3}$ ■ $\frac{6!}{3!}$ ■ $\frac{6P3}{3!}$

الحل :

باستخدام القاعدة $6C3=\frac{6P3}{3!}$ $nCr=\frac{nPr}{r!}$

*السؤال الثالث :

حل المعادلة التالية $3x^2 = 5x$

■ $\{0, \frac{3}{5}\}$ ■ $\{0, -\frac{5}{3}\}$ ■ $\{0, \frac{5}{3}\}$ ■ $\{0, -\frac{3}{5}\}$

الحل :

$$3x^2 - 5x = 0$$

$$x(3x - 5) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 3x - 5 = 0 \quad \leftrightarrow \quad x_2 = \frac{5}{3}$$

السؤال الرابع :

$$\frac{nPr}{nCr} =$$

■ $n!$ ■ $r!$ ■ $(n - r)$ ■ $(n - r)!$

الحل :

$$\frac{nPr}{nCr} = \frac{\frac{n!}{(n-r)!}}{\frac{n!}{(n-r)!r!}} = \frac{n!}{(n-r)!} \times \frac{(n-r)!\,r!}{n!} = r!$$

*السؤال الخامس :

حل المعادلة الخطية التالية $3x + 2 = 5x + 6$

■$x = 2$ ■$x = -4$ ■$x = -2$ ■$x = 1$

الحل :

$$3x + 2 = 5x + 6$$

$$3x - 5x = 6 - 2$$

$$-2x = 4$$

$$x = -2$$

*السؤال السادس :

حل النظام الخطي التالي $2x + 3y = 5$ $x - y = 0$

■$(2,1)$ ■$(2,2)$ ■$(1,2)$ ■$(1,1)$

الحل :

من المعادلة الأولى : $x = y \leftrightarrow x - y = 0$

نعوض بالمعادلة الثانية :

$2x + 3y = 5 \leftrightarrow 2y + 3y = 5 \leftrightarrow 5y = 5 \leftrightarrow y = 1$

*السؤال السابع :

$5P4 =$

■5 ■20 ■60 ■120

الحل :

بالحاسبة : 5 + shift (nPr) + 4 أو 5.4.3.2.1=120

*السؤال الثامن :

حل المعادلة التربيعية $x^2 - 3x + 2 = 0$

■$\{-1,-2\}$ ■$\{2,-1\}$ ■$\{1,-2\}$ ■$\{1,2\}$

الحل :

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_1 = 2$$

*السؤال التاسع :

القانون العام لحل المعادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد صيغة كالتالي :

■ $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

■ $b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

■ $-b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

■ $\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

*السؤال العاشر :

$4C2 =$

■6 ■1 ■12 ■3

الحل :

بالحاسبة 4 + SHIFT (nCr) + 2

*السؤال الحادي عشر :

$2P2 =$

■1 ■0 ■4 ■2

الحل :

باستخدام القاعدة $nPn = n!$ أو باستخدام الحاسبة

*السؤال الثاني عشر :

حل المعادلة الكسرية التالية $x = \frac{(x+2)}{2} + \frac{x}{3}$

■2 ■6 ■3 ■5

الحل :

$$x = \frac{(x+2)}{2} + \frac{x}{3}$$

$$2x = (x+2) + \frac{2x}{3}$$

$$6x = 3x + 6 = 2x$$

$$6x - 3x - 2x = 6$$

$$x = 6$$

الواجب الثالث

*السؤال الاول :

مجموع حدود المتسلسلة الهندسية $a_1=-3$ $n=4$ $r=3$

■120 ■123 ■ -120 ■ -123

الحل :

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r} = \frac{-3-(-3)3^4}{1-3} = \frac{240}{-2} = -120$$

*السؤال الثاني :

الثلاثة أوساط هندسية في المتتابعة الهندسية التالية $\frac{1}{2}, \dots, \dots, \dots, \frac{128}{81}$

■ $\frac{-2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{-32}{27}$

■ $\frac{2}{3}, \frac{-8}{9}, \frac{32}{27}$

■ $\frac{2}{3}, \frac{-8}{9}, \frac{32}{27}$

■ $\frac{-2}{3}, \frac{-8}{9}, \frac{-32}{27}$

*السؤال الثالث :

مجموع المتسلسلة الهندسية الغير منتهية التالية $\frac{-5}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{-1}{10}, \frac{-1}{50}, \ldots\ldots$

■ $\frac{-25}{4}$ ■ $\frac{-8}{25}$ ■ $\frac{-4}{25}$ ■ $\frac{-25}{8}$

الحل :

$$r = \frac{-1}{2} \div \frac{-5}{2} = \frac{1}{5}$$

$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{-5}{2}}{1-\frac{1}{5}} = \frac{-25}{8}$$

السؤال الرابع :

مجموع حدود المتسلسلة الحسابية التي فيها $a_1 = 2 \quad a_n = 32 \quad d = 2$

■268 ■272 ■274 ■270

الحل :

$$a_n = a_1(n-1)d$$

$$32 = 2 + 2n - 2$$

$$n = 16$$

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$= 16\frac{2+32}{2} = 272$$

*السؤال الخامس :

الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعة الحسابية التي فيها $S_n = 1134 \quad a_1 = 3 \quad a_n = 81$

■3,6,9 ■3,9,15 ■3,8,13 ■3,7,11

الحل :

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$1134 = n\left(\frac{3 + 81}{2}\right)$$

$$n = 27$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$81 = 3 + 26d$$

$$d = 3$$

3 , 6 , 9

*السؤال السادس :

الوسطان الحسابيان في المتتابعة التالية $-5, \ldots, \ldots, 16$

■3,10 ■4,12 ■0,6 ■ 2,9

الحل :

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$16 = -5 + (3)d$$

$$3d = 21$$

$$d = 7$$

-5 , 2 , 9

*السؤال السابع :

اذا كانت $\underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ فأن $\underline{A} - \underline{B} =$

- $\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} -7 & -4 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$

*السؤال الثامن :

$$\sum_{n=1}^{3} (3n - 1) =$$

■10 ■6 ■12 ■15

الحل :

$$\sum_{n=1}^{3} (3n - 1) = (3 \times 1 - 1) + (3 \times 2 - 1) + (3 \times 3 - 1)$$

$$2 + 5 + 8 = 15$$

*السؤال التاسع :

اذا كانت $\underline{A}=\begin{bmatrix}-2 & 2\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ فأن $\underline{A}^{-1}=$

- $\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{4}\\ \frac{-3}{8} & \frac{1}{8}\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & -\frac{1}{2}\\ \frac{-3}{4} & -\frac{1}{2}\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}-\frac{1}{8} & \frac{1}{4}\\ \frac{3}{8} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}$

الحل :

$$\Delta=\begin{vmatrix}-2 & 2\\ 3 & 1\end{vmatrix}=-2\times 1-2\times 3=-8$$

$$\underline{A}^{-1}=\frac{1}{-8}\begin{bmatrix}1 & -2\\ -3 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{8} & \frac{1}{4}\\ \frac{3}{8} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}$$

*السؤال العاشر :

إذا كانت $\underline{A}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{bmatrix}\ \underline{B}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$ فأن $\underline{A}\times\underline{B}=$

- $\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 2 & 7\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}-2 & 5\\ 2 & 5\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}2 & 5\\ -2 & 7\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}2 & 0\\ -2 & 5\end{bmatrix}$

الحل :

$$\underline{A}\times\underline{B}=\begin{bmatrix}1\times -2+2\times 0 & 1\times 1+2\times 2\\ -1\times -2+3\times 0 & -1\times 1+3\times 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 5\\ 2 & 5\end{bmatrix}$$

*السؤال الحادي عشر :

الحد الاول في متسلسلة هندسية فيها $r=\frac{1}{2}$ $a_5=\frac{-1}{8}$

■ $\frac{1}{2}$ ■ $\frac{-1}{2}$ ■ -1 ■ -2

الحل :

$$a_5=\frac{-1}{8}$$

$$a_4=\frac{-1}{8}\div\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$$

$$a_3=-\frac{1}{4}\div\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$a_2=-\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}=-1$$

$$a_2=-1\div\frac{1}{2}=-2$$

*السؤال الثاني عشر :

الحد التاسع في المتتابعة الحسابية التي فيها $n=9$ $d=5$ $a_1=-4$

■37 ■38 ■36 ■35

الحل :

$$a_n=a_1+(n-1)d$$

$$a_9=-4+(8)(5)=36$$

الاختبار الفصلي

السؤال الأول

$\log_{10} 100 =$ هي قيمه المقدار التالي

$$10^x = 100 \leftrightarrow 10^2 = 100$$

$$\therefore x = 2$$

السؤال الثاني :

$$8^{\frac{1}{3}} =$$

$$(2^3)\frac{1}{3} = (2)3 \times \frac{1}{3} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1$$

السؤال الثالث :

$\frac{2}{\sqrt{5}}$ هوابسط صورة لكسر التالي

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

السؤال الرابع :

$\frac{5}{x} + \frac{2}{y} =$ ناتج جمع المقدارين التاليين

$$y \times \left(\frac{5}{x}\right) + \left(\frac{2}{y}\right) \times x = \frac{5y + 2x}{xy}$$

السؤال الخامس :

تحليل المقدار التالي $5x^2y + 15xy^3$

نسحب العامل المشترك

$5 \times 3 = 15$

$(5xy)[x + 3y^2]$

السؤال السادس :

قيمة X في المعادلة $\log_2 x = 4$

$2^4 = 16$

$\therefore x = 16$

السؤال السابع :

7) المضاعف المشترك البسيط للحدين XY, X^2

X^2 هو X مضاعف المشترك البسط لي

Y هو Y مضاعف المشترك البسط لي

$\therefore x^2y$

السؤال الثامن :

ابسط المقدار $\frac{8m^5n^2}{2m^3n} =$

$\frac{8}{2} = 4 \quad \leftrightarrow \quad \frac{m^5}{m^3} = m^2 \quad \leftrightarrow \quad \frac{n^2}{n} = n$

$\therefore 4m^2n$

السؤال التاسع :

$$9)\ \log_3 1 + \log_3 3^2 =$$

$$\log_3 3^2 = 1 \times 2 = 2 \quad \leftrightarrow \quad \log_3 1 = 0$$

$$\therefore 2$$

السؤال العاشر :

$$10)(x+2)(x-2)$$

$$\therefore (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(x^2) - (2^2) = x^2 - 4$$

السؤال الحادي عشر :

$4 + 5 \times 4 \div 2 =$ حاصل تبسيط المقدار التالي

$$4 + 20 \div 2 = 4 + 10 = 14$$

السؤال الثاني عشر :

$12)\ \frac{x^2-9}{(x+3)} =$ حاصل تبسيط العباره التالية

$$\frac{(x-3)\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}} = x - 3$$

السؤال الثالث عشر :

$13(x^3 - y^3) =$ تحليل مقدار الفرق بين مكعبين

$$\therefore (x^3 - y^3) = (x-y)(x^2 - xy + y^2)$$

السؤال الرابع عشر :

$$\log_c(ab) =$$

$$\log_c a + \log_c b$$

السؤال الخامس عشر :

تحليل المقدار التالي $(x^2 - 6x + 9) =$

$$\therefore (u^2 - 2uv + v^2) = (u - v)^2$$

نعوض في القانون

$$x^2 - 2 \times 3x + 3^2 = (x - 3)^2$$

السؤال السادس عشر :

قيمة المقدار $\frac{3x^2 - 5x + 7}{2x + 3}$ عـندما $x = 1$

$$\frac{3(1^2) - 5 \times 1 + 7}{2 \times 1 + 3} = \frac{3 - 5 + 7}{2 + 3} = \frac{5}{5} = 1$$

السؤال السابع عشر :

ومرافق العدد $(3 - \sqrt{2}) =$

نفس القيمة ولكن عكس إشارة (-)*

$$(3 + \sqrt{2})$$

السؤال الثامن عشر :

جمع كثيرتي الحدود $(3x^2 + 5x + 1) + (x^2 - 2x - 4) =$

$$4x^2 + 3x - 3$$

السؤال التاسع عشر :

$\sqrt{16x^2y^8} =$ هو تبسيط المقدار

$$16^{\frac{1}{2}} \times x^{\frac{2}{2}} \times y^{\frac{8}{2}} = 4xy^4$$

السؤال العشرين :

$$\left(\frac{x^{-2}y^{-1}}{x^3y^{-4}}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{x^2y^1}{x^{-3}y^4} = \frac{x^2y^1x^3}{y^4} = \frac{x^5}{y^3}$$

اللهم لا تدعني أصاب بالغرور إذا نجحت .. ولا أصاب باليأس إذا فشلت .. بل ذكرني دائما بأن الفشل هو التجارب التي تسبق النجاح

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير

زميلتكم / lotus.

الملخص بمجهود أختنا lotus

وبمراجعة زميلتكُم ساره الغنام .

وتصحيح : د. ثابت القحطاني "حفظه الله"

لا نطلب منكم إلا الدعاء .