

## الانحدار الخطي البسيط:

معادلة خط الانحدار البسيط:

- يتناول هذا البند كيفية ايجاد معادلة خط الانحدار بين المتغيرين  $(y,x)$
- ليكن نموذج خط الانحدار هو:

حيث:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

○  $x$ : المتغير المستقل○  $y$ : المتغير التابع○  $E$ : متغير الخطأ

نموذج خط الانحدار المقدر:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

يمكن ايجاد قيم  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$  بالعلاقات التالية:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{SS_{xy}}{SS_x}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

ملاحظة:

- يسمى المقدار  $(SSE)$  مجموع مربعات الخطأ

$$SSE = SS_y - \hat{\beta}_1 SS_{xy}$$

مثال:

- اوجد معادلة خط الانحدار البسيط للبيانات التالية:

x	y
5	10
10	25
20	50
25	60
30	70

الحل:

y	x	$x_i y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$
10	5	50	25	100
25	10	250	100	625
50	20	1000	400	2500
60	25	1500	625	3600
70	30	2100	900	4900
n=215	n= 90	$\sum x_i y_i = 4900$	$\sum x^2 = 2050$	$\sum y^2 = 11725$

○ معادلة خط انحدار Y علي X هي :

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{90}{5} = 18$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{215}{5} = 43$$

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^n xy - n\bar{x}\bar{y} = (4900) - (5)(18)(43) = 1030$$

$$SS_x = \sum x_i^2 - n\bar{x}^2 = (2050) - (5)(18)^2 = 430$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{SS_{xy}}{SS_x} = \frac{1030}{430} = 2.4$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = (43) - (2.4)(18) = -0.2$$

المعادلة:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i = -0.2 + 2.4 x_i$$

معامل التحديد :  $r^2$  ( هو مربع الارتباط )

إذا كانت قيمة معامل الارتباط  $r=0.9$  فإن  $r^2 = 0.81$

أسلوب خط الانحدار يقلل الخطأ في التقدير بمقدار 81% وهذا يبرر استخدام خط الانحدار

$r=0.1$  فإن  $r^2 = 0.01$  إذا استخدام خط الانحدار للتنبؤ بقيم  $y$  عوضاً عن  $\bar{y}$  يقلل الخطأ بنسبة 1% وفي هذه

الحالة لا جدوى من استخدام خط الانحدار ولهذا فإن قيمة  $r^2$  تحديد فعالية خط الانحدار، عليه  $r^2$

يسمي معامل التحديد.

**مثال (3)**

○ احسب معامل التحديد إذا كان  $r = 0.7$  ؟

**الحل:**

$$r^2 = (0.7)^2 = 0.49$$