المحاضرة الخامسة

" تابع نظرية الاحتمالات"

نظرية الاحتمالات :

مثال :-

في دراسة لتخصصات ٤٠٠ طالب وطالبة من خريجي جامعة الملك فيصل كانت النتائج كالتالي :-

التخصص	طالب B	طالبة C	المجموع
علمي S	120	40	160
أدبي L	96	144	240
المجموع	216	184	400

من خلال الجدول السابق المطلوب اوجد

١/ حساب إحتمال أن يكون الشخص طالب أو علمي ؟

$$P(B \cup S) = P(B) + P(S) - P(B \cap S)$$

$$= \frac{216}{400} + \frac{160}{400} - \frac{120}{400} = \frac{256}{400} = 0.64$$

٢/حساب إحتمال أن يكون الشخص طالبة و تخصص أدبي :-

$$P(C \cap L) = \frac{144}{400} = 0.36$$

٣/إذا علمت أن الشخص المختار طالبة أحسب احتمال أن يكون تخصصها أدبي :-

$$P(L \mid C) = \frac{P(L \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{144}{400}}{\frac{184}{400}} = \frac{144}{184} = 0.7826$$

مثال :-

الجدول التالي يوضح توزيع مجموعة من الاشخاص تبعاً للنوع و المستوى التعليمي :-

النوع / المستوى التعليمي	ماجستير A	دكتوراهB	المجموع
ذكرC	120	160	280
أنثى D	80	240	220
المجموع	200	400	600

من خلال الجدول السابق المطلوب اوجد

١/ حساب إحتمال أن يكون الشخص ذكر أو حاصل على ماجستير :-

$$P(C \cup A) = P(C) + P(A) - P(C \cap A)$$

$$= \frac{280}{600} + \frac{200}{600} - \frac{120}{600} = \frac{360}{600} = 0.6$$

٢/ حساب إحتمال أن يكون الشخص أنثى و حاصلة على ماجستير :-

$$P(D \cap A) = \frac{80}{600} = 0.1333$$

٣/إذا علمت أن الشخص المختار حاصل على ماجستير أحسب احتمال أن يكون ذكر :-

$$P(C|A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{120}{600}}{\frac{200}{600}} = \frac{120}{200} = 0.6$$

مثال :-

إذا كان احتمال نجاح الطالب في مقرر الرياضيات هو 0.6 واحتمال نجاحه في مقرر الاقتصاد هو 0.7 أحسب الاحتمالات التالية إذا علمت أن هذه الاحداث مستقلة :-

١ - إحتمال النجاح في المقررين معاً ؟

الحل

P(A) = 0.6 (احتمال النجاح في مقرر الرياضيات)

P(B) = 0.7 (احتمال النجاح في مقرر الاقتصاد)

احتمال النجاح في المقررين معاً يساوي :-

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.6 \times 0.7 = 0.42$$

٢ - إحتمال الرسوب في المقررين معاً ؟

الحل

P(A) = 0.6(احتمال النجاح في مقرر الرياضيات)

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.6 = 0.4$ **(احتمال الرسوب في الرياضيات)**

P(B) = 0.7(احتمال النجاح في مقرر الاقتصاد)

$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.7 = 0.3$ **(احتمال الرسوب في الاقتصاد)**

$$P(\bar{A}) \times P(\bar{B}) = 0.4 \times 0.3 = 0.12$$

٣ - احتمال نجاح الطالب في مقرر واحد فقط ؟

الحل

P(A) = 0.6(احتمال النجاح في مقرر الرياضيات)

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.6 = 0.4$ **(احتمال الرسوب في الرياضيات)**

P(B) = 0.7(احتمال النجاح في مقرر الاقتصاد)

$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.7 = 0.3$ **(احتمال الرسوب في الاقتصاد)**

$$P = 0.6 \times 0.3 + 0.7 \times 0.4 = 0.18 + 0.28 = 0.46$$

٤ - احتمال النجاح في مقرر واحد على الأقل ؟

الحل

P(A) = 0.6(احتمال النجاح في مقرر الرياضيات)

P(B) = 0.7(احتمال النجاح في مقرر الاقتصاد)

P(A∩B)= 0.42

احتمال النجاح في مقرر واحد على الاقل يقصد بذلك الاتحاد :-

P(A∪B)= P(A) + P(B) - P(A∩B) = 0.6 + 0.7 – 0.42 = 0.88

-_-_-_-_-_-_--_-_-_-_-_-_--_-_-_-_-_-_--_-_-_-_-_-_-

المتغيرات العشوائية :-

المتغير العشوائي هو الذي يأخذ قيما حقيقية مختلفة تعبر عن نتائج فراغ العينة، ومن ثم مجال هذا المتغير، يشمل كل القيم الممكنة له، ويكون لكل قيمة من القيم التي يأخذها المتغير احتمال معين، وينقسم المتغير العشوائي إلى قسمين هما:

١- *المتغير العشوائي المنفصل :-* Discrete Random Variables

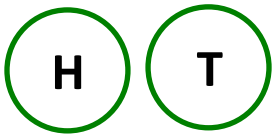
هو المتغير العشوائي الذي يأخذ قيماً حقيقية مختلفة (وبمعنى أخر فهو يشمل جميع القيم الصحيحة دون القيم الكسرية مثل عدد الطلاب في فصل دراسي ٥، ٤، ٣، ٢، ١، ....لا يمكن أن يأخذ صورة كسرية).

٢ - *المتغير العشوائي المتصل :- (المستمر)* Continuous Random Variables

ويطلق علية المتغير العشوائي المستمر فذلك المتغير يأخذ عدد لا نهائي من القيم المتصلة (ومن ثم فإنه يأخذ القيم الصحيحة و جميع القيم الكسرية التي تقع بين هذه القيم و كمثال على هذه المتغيرات درجات الحرارة ٣٥,٧أو أطوال الطلاب أو المعدلات التراكمية للطلاب)

مثال :-

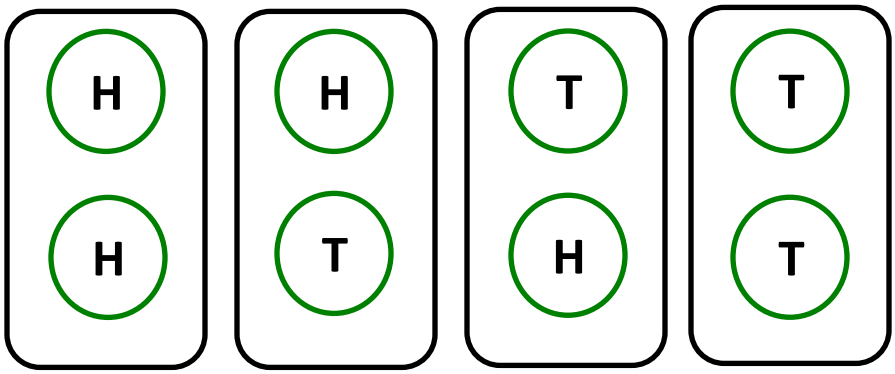
في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين إذا كان المتغير العشوائي X هو عدد مرات ظهور الصورة ، فأوجد القيم التي يأخذها ذلك المتغير واحتمالاته ؟



الحل

١ - فراغ العينة (S):-

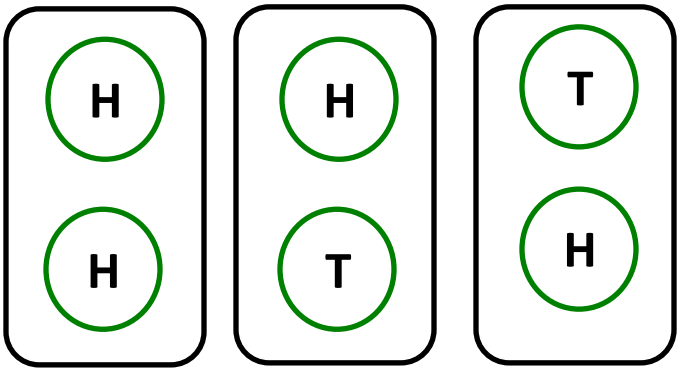
S = { HH ,HT,TH,TT}



٢ - الحدث (A):-

(تمثل وصف لنتائج التي يمكن أن يأخذها المتغير)

A ={HH ,HT,TH}



٣ - المتغير العشوائي (X):-

(وصف رقمي لعدد مرات ظهور الصورة)

X = {2 , 1 , 0 }

٤ - احتمال تحقق القيم المختلفة للمتغير p(x):-

P(x=0) = ¼ where (TT)

P(x=1) = 2/4 = ½ where (HT , TH)

P(x=2) = ¼ where (HH

لاحظ أن مجموع الاحتمالات دائماً تساوي واحد :-

P(x=0) + P(x=1) +P(x=2) =

= ¼ + ½ + ¼ = 1

-_-_-_-_-_--_-_-_-_-_--_-_-_-_-_--_-_-_-_-_-

مثال :-

في تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين إذا كان المتغير العشوائي X هو مجموع العددين الظاهرين فأوجدي القيم التي يأخذها المتغير X وأوجدي احتمال الحصول على كل من هذه القيم ؟

الحل

١- فراغ العينة (S):-

S = { (1,1), (1,2) , (1,3) , (1,4) , (1,5) ,(1,6) ,

(2,1) , (2,2) , (2,3) , (2,4) , (2,5) , (2,6) ,

(3,1) , (3, 2) , (3, 3) , (3, 4) , (3, 5) , (3, 6) ,

(4, 1) , (4, 2) , (4, 3) , (4, 4) , (4, 5) , (4, 6) ,

(5, 1) , (5, 2) , (5, 3) , (5, 4) , (5, 5) , (5, 6) ,

(6, 1) , (6, 2) , (6, 3) , (6, 4) , (6, 5) , (6, 6) }

٢- المتغير العشوائي (X):-

(وصف رقمي لمجموع العددين الظاهرين)

X = {2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12 }

٣- احتمال تحقق القيم المختلفة للمتغير p(x):-

P(x=2) = 1/36 P(x=3) = 2/36

P(x=4) = 3/36 P(x=5) = 4/36

P(x=6) = 5/36 P(x=7) = 6/36

P(x=8) = 5/36 P(x=9) = 4/36

P(x=10) = 3/36 P(x=11) = 2/36

P(x=12) = 1/36

لاحظ أن مجموع الاحتمالات دائماً تساوي واحد :-

P(x=0) + P(x=1) +P(x=2) ..... +P(x = 12) = 1

-_-_-_-_-_-_--_-_-_-_-_-_--_-_-_-_-_-_--_-_-_-_-_-_-

تمارين واجب :-

مثال :-

إذا أعطيت الجدول التالي :-

	A	B	المجموع
X	10	45	55
Y	30	15	45
المجموع	40	60	100

المطلوب حساب الاحتمالات التالية :-

1- P(A) 2- $P(\bar{A})$

3- P(X) 4- $P(\bar{X})$

5- P(A∩X) 6- P(B∩X)

7- P(A∪Y) 8- P(B∪Y)

9- P(A|Y) 10- P(B|Y)

مثال :-

الجدول التالي يوضح توزيع مجموعة من الاشخاص تبعاً للنوع و تقديرات التخرج :-

النوع / المستوى التعليمي	جيد A	ممتاز B	المجموع
ذكرX	200	300	500
أنثى Y	400	100	500
المجموع	600	400	1000

من خلال الجدول السابق المطلوب :-

١- أحسب إحتمال أن يكون ذكر أو حاصل على تقدير جيد ؟

٢- أحسب أحتمال أن تكون أنثى و حاصلة على تقدير ممتاز ؟

٣- إذا علمت أنها أنثى فما هو أحتمال أن تكون حاصلة على تقدير جيد ؟