المحاضرة التاسعة

الفصل الثالث : التوزيعات الاحتمالية المتصلة

المتغير العشوائي Z والذي يقابل المتغير العشوائي X حيث ينتمي هنا المتغير Z الذي توزيعه الطبيعي المعياري الذي وسطه العدد 0 وتباينه العدد 1	المتغير العشوائي X ينتمي الى التوزيع الطبيعي الذي معدلة μ وتباينه σ^2

وهنالك صيغة تحويل يتم من خلالها إيجار قيمة Z المقابلة لقيم X المختلفة والتي تعطي على الشكل التالي :

μ = الوسط الحسابي للتوزيع الاصلي / σ = الانحراف المعياري للتوزيع الاصلي / X = قيمة المتغير العشوائي

مثال

إذا كان لدينا التوزيع الطبيعي المعياري $Z; N(0, 1)$ ، أوجد مايلي :

1) $P(Z < 1)$
2) $P(Z < -1.96)$
3) $P(Z > 2.57)$
4) $P(-1.23 < Z < -0.68)$

الحل :

1- $P(Z < 1)$= 0.8413

z	0.00	0.01	0.02
1.0	0.8413	0.8438	0.8461
1.1	0.8643	0.8665	0.8686

نستخرج هذه القيمة من الجدول مباشرة (لان الجدول دائماً تعطينا المساحات التي تقع على يسار قيمة معيارية معينة)

z	0.09	0.08	0.07	0.06
−1.9	0.0233	0.0239	0.0244	0.0250
−1.8	0.0294	0.0301	0.0307	0.0314
−1.7	0.0367	0.0375	0.0384	0.0392
−1.6	0.0455	0.0465	0.0475	0.0485
−1.5	0.0559	0.0571	0.0582	0.0594

2- $P(Z < -1.96)$=0.0250
مباشرة من الجدول

3- $P(Z > 2.57)$
سيتم تحويلها لان يتجه لليسار فإن راح نقول

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962

1-$P(Z < 2.57)$ = 1- 0.9949 = 0.0051

4- $P(-1.23 < Z < -0.68)$ = P (Z< - 0.68) – P (Z< - 1.23) = 0.248 – 0.1093 = 0.139
نطرح الاكبر من الاصغر

z	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03
−1.4	0.0681	0.0694	0.0708	0.0721	0.0735	0.0749	0.0764
−1.3	0.0823	0.0838	0.0853	0.0869	0.0885	0.0901	0.0918
−1.2	0.0985	0.1003	0.1020	0.1038	0.1056	0.1075	0.1093
−1.1	0.1170	0.1190	0.1210	0.1230	0.1251	0.1271	0.1292
−1.0	0.1379	0.1401	0.1423	0.1446	0.1469	0.1492	0.1515
−0.9	0.1611	0.1635	0.1660	0.1685	0.1711	0.1736	0.1762
−0.8	0.1867	0.1894	0.1922	0.1949	0.1977	0.2005	0.2033
−0.7	0.2148	0.2177	0.2206	0.2236	0.2266	0.2296	0.2327
−0.6	0.2451	0.2483	0.2514	0.2546	0.2578	0.2611	0.2643
−0.5	0.2776	0.2810	0.2843	0.2877	0.2912	0.2946	0.2981

إذا كان لدينا التوزيع الطبيعي X;N(65,36)أوجد:

1) P (X > 55)
2) P (X < 68)
3) P (50 < X< 70)

الحل : لابد من عملية تحويل قيم المتغير العشوائي X والتي تنتمي الى المعطى الى قيم معيارية مقابلةZ ولإيجاد المساحات المطلوبة

1) P (X > 55)

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{55-65}{6} = -\frac{10}{6} = -1.67$$

$$\sigma^2 = 36 , \sqrt{\sigma} = \sqrt{36} , \sigma = 6$$

P (X > 55) = P (Z > - 1.67)

نفس المثال اللي قبل راح نقلبها

= 1- P (Z < - 1.67) = 1 – 0.0475 = 0.9525

من الجدول

2) P (X < 68)

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{68-65}{6} = 0.5$$

P (X < 68) = P (Z < 0.5) = 0.6915

من الجدول

3) P (50 < X< 70)

$$Z_1 = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{50-65}{6} = -2.5$$

$$Z_2 = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{70-65}{6} = 0.83$$

P (50 < X< 70) = P (-2.5 < Z< 0.83)

P (Z < 0.83) – P (Z < - 2.5)

= 0.7967 – 0.0062 = 0.7905

تطبيقات على التوزيع الطبيعي-:

مثال-:

تخضع اوزان عبوات احدى انواع الحلويات لتوزيع طبيعي وسطه الحسابي 85 غم وانحرافه يساوي 2.5 غم:

أ) ماهو احتمال ان وزن احدى العبوات والتي اخذت بشكل عشوائي تزيد عن 90 غم
ب) ماهو احتمال ان وزن احدى العبوات والتي اخذت بشكل عشوائي تقل عن 82 غم

المطلوب($X ; N (85 , 2.5^2)$ -:

A) P (X> 90)
B) P (X< 82)

الحل : لابد من ان احول القيم كما في المثال السابق:

A) P (X> 90)

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{90-85}{2.5} = 2$$

P (X > 90) = P (Z > 2)
= 1 – 0.9772 = 0.0228

B) P (X< 82)

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{82-85}{2.5} = -1.2$$

P (X< 82) = P (Z< -1.2)
= 0.1151

مثال:

تخضع تكاليف الولادة الطبيعية في مستشفيات بلد ما لتوزيع طبيعي وسطه 115 دولار وتباينه 49 دولار ، ما احتمال ان تكون تكاليف احدى الولادات الطبيعية في هذا البلد بين العددين 104 دولار و 122 دولار ؟

المعطى : X;N (115, 49)

المطلوب : P (104 < X < 122)

الحل:

P (X < 122) – P (X < 104)

$$Z_1 = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{122-115}{7} = 1\ ,\ Z_2 = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{104-115}{7} = -1.57$$

P (Z < 1) – P (Z < -1.57)
0.8413 – 0.0582 = 0.7831

تلخيص سرّو ..