

تمارين الواجب :

١- إذا $A=\{2,3,4,5,6\}$ و $B=\{5,9,13\}$ وكانت

$$f_1 = \{(5,2), (9,3), (13,4)\}$$

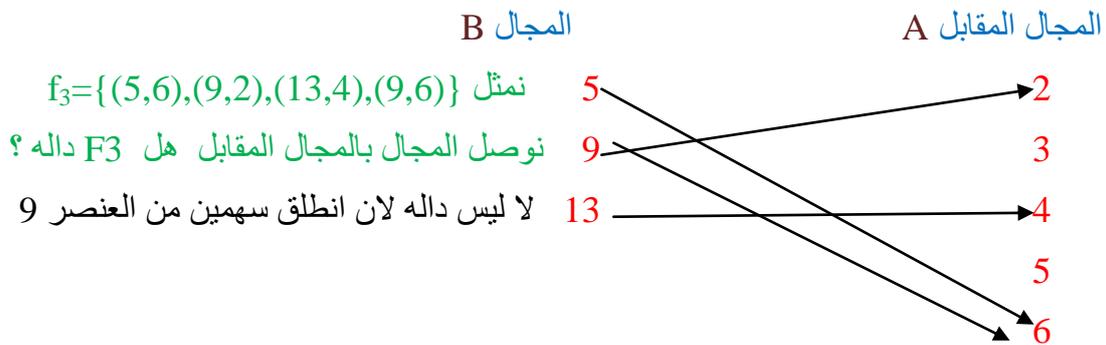
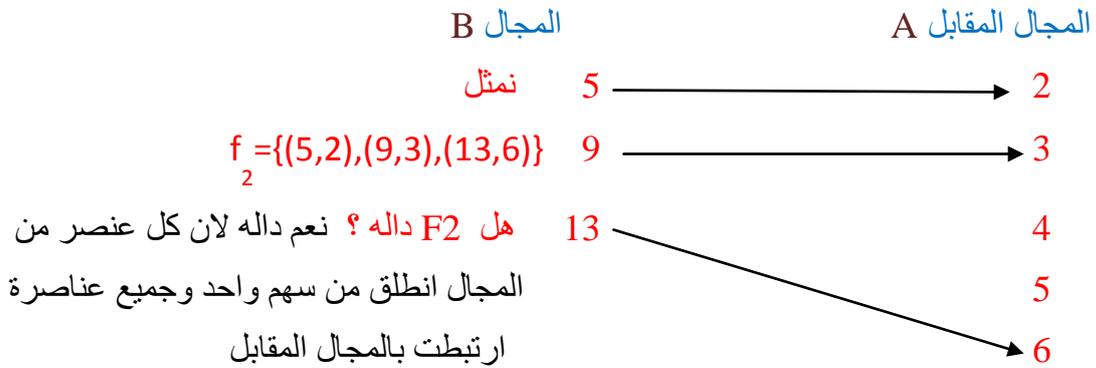
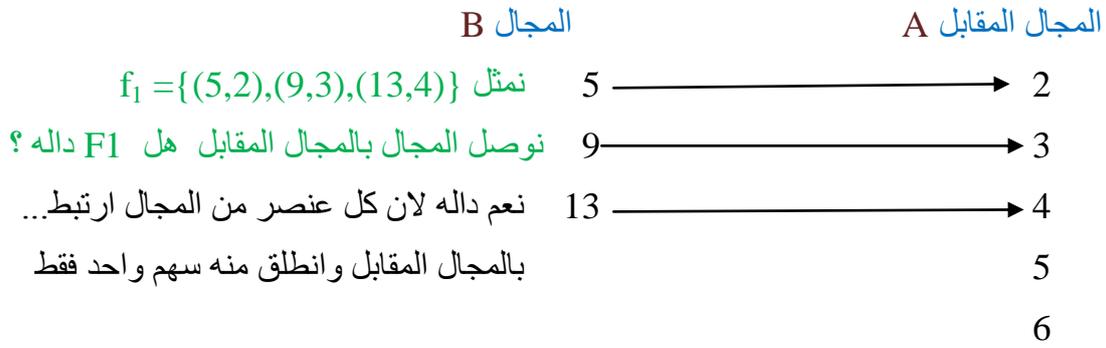
$$f_2 = \{(5,2), (9,3), (13,6)\}$$

$$f_3 = \{(5,6), (9,2), (13,4), (9,6)\}$$

فهل f_1, f_2, f_3 دوال من B إلى A ؟

اولا نلاحظ المجال من B الي A

نجي نمثل المجال والمجال المقابل



٢- أي من العلاقات التالية تمثل دالة :

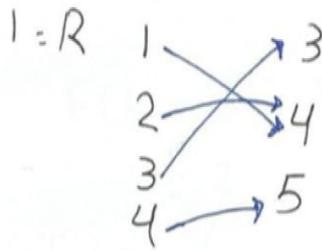
$$1-R = \{(1,4), (2,4), (3,3), (4,5)\}$$

$$2-R = \{(2,4), (3,1), (3,2), (4,1), (5,2)\}$$

$$3-R = \{(-1,0), (-4,4), (2,3), (1,9)\}$$

أولاً :- نبي نحل كل دالة بمجال والمجال المقابل

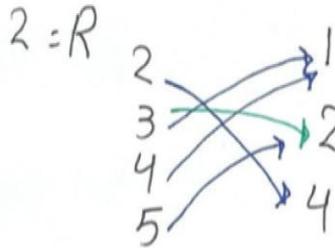
المثال الأول :-



هل R1 دالة ؟

نعم دالة لأن كل عنصر بالمجال
ارتبط بالمجال المقابل وانطلق
منه سهم واحد فقط ...

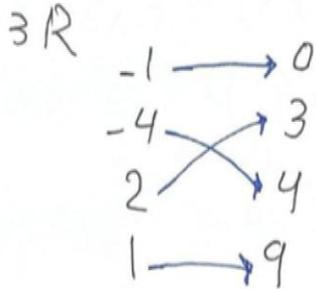
المثال الثاني :-



هل R2 دالة ؟

لا ليست دالة لأن انطلق
من العنصر 3 سهمين
لا نقبل دالة ...

المثال الثالث :-



هل R3 دالة ؟

نعم دالة لأن جميع عناصر المقابل
ارتبطت بالمجال المقابل وانطلق
منه سهم واحد فقط

ملاحظة /
ليدال نقسم بالمجال فقط لو لاحظ انه بالمجال قد يرتبط مرتين بالمجال المقابل
لا يهم الا قسم المجال لا ينطلق منه سهمين

٣- للدالة $f(x) = 2x^3 + 10x^2 - 15$ أحسب $f(1) + f(3)$

٤- إذا كانت $f(x) = 6x + 3$ و $g(x) = 10$ فأوجد:

$(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \times g)(x)$, $(\frac{f}{g})(x)$

حل المثال ٣ :- أولاً نأخذ المعادلتين المعطاه ونقوم بتبسيط

$$عند قيمته (x) = 2x^3 + 10x^2 - 15$$

$$F(1) = 2(1)^3 + 10(1)^2 - 15 = \\ = 2 + 10 - 15 = -3$$

$$F(3) = 2(3)^3 + 10(3)^2 - 15 = \\ = 54 + 90 - 15 = 129$$

$$F(1) + F(3) \text{ احسب :-} \\ -3 + 129 = \underline{\underline{126}}$$

حل المثال ٤ :-

$$أولاً اوجد $(F+g)(x) = 6x+3+10 = 6x+13$$$

$$\text{ثانياً } (F-g)(x) = (6x+3) - (10) = 6x-7$$

$$\text{ثالثاً } (F \times g)(x) = (6x+3) \times (10) = 60x+30$$

$$\text{رابعاً :- } (\frac{F}{g})(x) = \frac{6x+3}{10}$$

٥- أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(6, \frac{-3}{4})$ و $B(4, \frac{8}{5})$.

٦- أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$ و $B(7, \frac{-5}{8})$.

٧- أوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته :-

$$-5x + 3y - 8 = 0$$

٨- أوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته :-

$$12x = -9y + 30$$

حل سؤال ٥ /

$$A(6, \frac{-3}{4}) \quad B(4, \frac{8}{5})$$

$$x_1=6 \quad y_1= -3/4 \quad x_2=4 \quad y_2=8/5$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} =$$

$$\frac{8/5 - (-3/4)}{4 - 6} = \frac{-47}{40}$$

حل سؤال ٦ /

نفس طريقه السؤال السابق

نجي نعوض

$$m = \frac{-5/8 - 9/2}{7 - 3/2} = \frac{-41}{44}$$

حل سؤال ٧ /

$$-5x + 3y - 8 = 0$$

$$m = \frac{-a}{b}$$

$$= \frac{-(-5)}{3} = \frac{5}{3}$$

حل سؤال ٨ /

$$12x + 9y - 30 = 0 \text{ نرتب المعادله}$$

$$\frac{-4}{3} = \text{الناتج} \quad m = \frac{-a}{b} = \frac{-12}{9} = \frac{-4}{3}$$

٩- هل المستقيمان $8x - 2y - 4 = 0$ و $4y = 16x + 4$ متوازيان ؟

١٠- هل المستقيمان $3y - 12x - 6 = 0$ ، $8y + 2x - 30 = 0$ متعامدان ؟

١١- أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة $(9, -2)$ و ميله يساوي 5- ؟

حل المثال ٩ /

المعادلة الاولى نقوم بترتيبها $-2y + 8x - 4 = 0$

$$a = -2 \quad b = 8$$

$$m1 = \frac{-a}{b} = \frac{-(-2)}{8} = \frac{1}{4}$$

نقوم بترتيب المعادلة الثانيه $4y - 16x - 4 = 0$ $a = 4$ $b = -16$

$$M2 = \frac{-a}{b} = \frac{-4}{-16} = \frac{1}{4}$$

هل المستقيمان متوازيان ؟ نعم متوازيان $m1 = m2$

حل المثال ١٠ /

هل المستقيمان $3y - 12x - 6 = 0$ ، $8y + 2x - 30 = 0$ متعامدان ؟

المعادلة الاولى $3y - 12x - 6 = 0$ $a = 3$ $b = -12$

$$M1 = \frac{-3}{-12} = \frac{1}{4}$$

المعادلة الثانيه $8y + 2x - 30 = 0$ $a = 8$ $b = 2$

$$M2 = \frac{-8}{2} = -4$$

هل المستقيمان متعامدان ؟ لا $m1 \neq m2$

حل المثال ١١ /

- أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة $(9, -2)$ و ميله يساوي 5- ؟

اولا نعرف القانون لهذه المعادلة $y - y1 = m(x - x1)$

من المعطيات $m = -5$ $y1 = -2$ $x1 = 9$

الان نعوض المعطيات بالمعادلة

$y - (-2) = -5(x - 9)$ نضرب السالب بالقوس (-2) ... نقوم بضرب 5- ما بداخل القوس $(x - 9)$

$y + 2 = -5x + 45$ نقوم بنقل 2 الي الجهة الاخرى مع الانتباه لتغير الاشاره فتصبح

$$y = 5x + 43$$

تمرين 1 :-

أوجد قيمة كل مما يأتي :-

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (10 - 2x + x^2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 12} (3x + 6)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} (9x - 2)$$

الحل /

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5 = 5 \quad \begin{array}{l} \text{ببساطة العدد نفسه ما هو} \\ \text{عندما لا يوصف } x \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (10 - 2x + x^2) \quad \text{نحوضه بصيغة } x$$
$$(10 - 2(5) + (5^2)) = \cancel{10} - \cancel{10} + 25 = \underline{\underline{25}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 12} (3x + 6) = 3(12) + 6 = 36 + 6 = \underline{\underline{42}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} (9x - 2) = (9(\frac{2}{3}) - 2) = 6 - 2 = \underline{\underline{4}}$$

تمرين ٢ :-

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 20$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -15$

فأوجد ما يلي :- $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 18.5$

$$1- \lim_{x \rightarrow 2} [h(x) + f(x)]$$

$$2- \lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - g(x)]$$

$$3- \lim_{x \rightarrow 2} [g(x) \times f(x)]$$

$$4- \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{g(x)}{f(x)} \right]$$

أولاً السؤال يوجد فيه خطأ

بسؤال $\lim_{x \rightarrow 2}$ فأول الس 2

وبالعصيان فأول الس 5
والصحيح اننا فأول الس 2

نقوم بالحل

$$1- \lim_{x \rightarrow 2} [h(x) + f(x)]$$

الحل بسيط نقوم بالتعويض بقيمة كل من h و f

$$\lim_{x \rightarrow 2} = 18.5 + 20 = 38.5$$

$$2- \lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - g(x)] = 18.5 - (-15)$$

$$= 18.5 + 15 = 33.5$$

$$3- \lim_{x \rightarrow 2} [g(x) \times f(x)] =$$

$$= -15 \times 20 = -300$$

$$4- \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{g(x)}{f(x)} \right] = \frac{-15}{20} = \frac{-3}{4}$$

تمرين ٣ :-

أوجد :-

$$1 - \lim_{x \rightarrow 1} [5x - 2]^2$$

$$2 - \lim_{x \rightarrow 2} [10 - 2x]^2$$

الحل

$$1 - \lim_{x \rightarrow 1} [5x - 2]^2 \quad \text{نعوض بقيمة } x =$$

$$[5(1) - 2]^2 = [5 - 2]^2 = [3]^2 = \underline{9}$$

$$2 - \lim_{x \rightarrow 2} [10 - 2x]^2 =$$

$$[10 - 2(2)]^2 =$$

$$[10 - 4]^2 =$$

$$[6]^2 = \underline{36}$$

تمرين 4 :-

أوجد نهاية كل من الدوال التالية :-

نعوض x بقيمة $\leftarrow 5$

$$1- \lim_{x \rightarrow 5} (2x^3 - 2x^2 - 50) = (2(5)^3 - 2(5)^2 - 50) = 250 - 50 - 50 = 150$$

$$2- \lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^x)$$

$$3- \lim_{x \rightarrow 1} \log(10x^4 + 15)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^x)$$

الحل 1
الحل 2
نعوض بقيمة x

$$4- \lim_{x \rightarrow 2} e^{2x^2 + 3x + 2}$$

$$(1 - e^0)$$

كيف نعرف نتيجة e^0 يوجد بالالة الحاسبة

$$5- \lim_{x \rightarrow 3} \ln(20x^2 - 5x + 10)$$

نضبط \ln في shift ونضع قيمة الالسي حتى e وفوقه الالسي حتى

$$= 1 - 1 = 0$$

الحل 3
بالالة الحاسبة نستخرج فيه \log

$$\lim_{x \rightarrow 1} \log(10x^4 + 15)$$

$$\log(10(1)^4 + 15) = \log(25)$$

$$\log(25) = 1,3979$$

الحل 4
اولاً نعوذ بفصل حتى الاقواس

$$\lim_{x \rightarrow 2} e^{2x^2 + 3x + 2} =$$

$$e^{2(2)^2 + 3(2) + 2} = e^{8+6+2} = e^{16}$$

الاقواس الاول (2) فيه 4 ونضرب بها 2 ونضرب بها 3 ونضرب بها 2 = 6

نعوض بقيمة x

$$\lim_{x \rightarrow 3} \ln(20x^2 - 5x + 10)$$

$$\ln(20(3)^2 - 5(3) + 10) =$$

$$(180 - 15 + 10) = 175$$

بالالة الحاسبة نستخرج فيه \ln

$$\ln(175) = 5.1647$$

تمرين 5 :-

إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} 30x^2 + 15 & , \quad x < 2 \\ 5x - 2 & , \quad x > 2 \end{cases}$$

الآن احسب $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ \rightarrow اليمين الأصغر من 2
الآن احسب $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ \rightarrow اليمين الأكبر من 2
فاوجد :-

1- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

2- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

الحل /
1- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

فيما اليمين الأكبر من 2 \rightarrow يعني نستخدم المعادلة الثانية

$$= 5(3) - 2 = 15 - 2 = 13$$

2- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

فيما اليمين أقل من 2 \rightarrow يعني نستخدم المعادلة الأولى

$$= 30(1)^2 + 15$$

$$= 30 + 15 = \underline{\underline{45}}$$

تمرين ٦ :-

هل الدالة المعرفة بـ

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad 0 < x < 1 \\ 3 + x^2 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

متصلة في $x = 10$ ؟

الحل / نفحص بتعويض بدالتي

$$1 = 2x \rightarrow 2(10) = 20$$

$$2 = 3 + x^2 \rightarrow 3 + (10)^2 =$$

$$3 + 100 = 103$$

إذا المتابع غير متساوية

إذا الدالة غير متصلة عند $x = 10$

المحاضرة الثانية

إذا كانت دالة الطلب هي $(D = 1.5x + 20)$ أحسب مرونة الطلب إذا علمت الكمية المطلوبه هي ٦٠٠ وحدة عند سعر ٢٠٠ ريال؟

أولاً نوجد المشتقة الاولى لدالة الطلب

$$\text{تفاضل } 1.5x = 1.5$$

$$\text{تفاضل } 20 = 0$$

$$D/ = 1.5$$

ثانيا التعويض في القانون:-

م = المشتقة الاولى لدالة الطلب x السعر / المطلوبة الكمية

$$م = (1.5)x \frac{200}{600}$$

$$= 0.5$$

إذا الناتج اقل من واحد اذا الطلب قليل المرونه او غير مرن

واجب المحاضره الخامسه والسادسه

تمارين واجب :-

مثال :-

إذا أعطيت الجدول التالي :-

المجموع	B	A	
55	45	10	X
45	15	30	Y
100	60	40	المجموع

المطلوب حساب الاحتمالات التالية :-

$$1- P(A) = \frac{40}{100} = 0,4$$

$$2- P(\bar{A}) = 1 - \frac{40}{100} = 0,6$$

$$3- P(X) = \frac{55}{100} = 0,55$$

$$4- P(\bar{X}) = 1 - \frac{55}{100} = 0,45$$

$$5- P(B \cap X) = \frac{45}{100} = 0,45$$

$$6- P(B \cup Y) = P(B) + P(Y) - (B \cap Y) = \frac{60}{100} + \frac{45}{100} - \frac{15}{100} = 0,9$$

$$7- P(A \cup Y) = P(A) + P(Y) - (A \cap Y) = \frac{40}{100} + \frac{45}{100} - \frac{30}{100} = 0,55$$

$$8= P(A \cap X) = \frac{10}{100} = 0,1$$

$$9- P(A|Y) = \frac{P(A \cap Y)}{P(Y)} = \frac{\frac{30}{100}}{\frac{45}{100}} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$$

$$10- P(B|Y) = \frac{P(B \cap Y)}{P(Y)} = \frac{\frac{15}{100}}{\frac{45}{100}} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

مثال :-

الجدول التالي يوضح توزيع مجموعة من الاشخاص تبعاً للنوع و تقديرات التخرج :-

النوع / المستوى التعليمي	جيد A	ممتاز B	المجموع
ذكر X	200	300	500
أنثى Y	400	100	500
المجموع	600	400	1000

من خلال الجدول السابق المطلوب :-

١ - أحسب احتمال أن يكون ذكر أو حاصل على تقدير جيد ؟

قال او يعني اتحاد اخذ قانون الاتحاد

$$P(X \cup A) = P(X) + P(A) - (X \cap A)$$

$$P(X \cup A) = \frac{500}{1000} + \frac{600}{1000} - \frac{200}{1000} = 0,9$$

٢ - أحسب احتمال أن تكون أنثى و حاصلة على تقدير ممتاز ؟

قال و يعني تقاطع

$$P(Y \cap B) = \frac{100}{1000} = 0,1$$

٣ - إذا علمت أنها أنثى فما هو احتمال أن تكون حاصلة على تقدير جيد ؟

هنا يبني الاحتمال الشرطي

$$- P(A|Y) = \frac{P(A \cap Y)}{P(Y)} = \frac{\frac{400}{1000}}{\frac{500}{1000}} = \frac{400}{500} = 0,8$$

إذا أعطيت الجدول الاحتمالي التالي :-

X	0	1	2	3
P(x)	0.2	0.1	0.3	?

المطلوب :-

(١) $p(3)$

(٢) الوسط الحسابي .

(٣) التباين .

(٤) الانحراف المعياري .

(٥) $P(x \geq 2)$.

x	0	1	2	3	Σ	قيم المتغير
P(x)	0.2	0,1	0,3	0,4	1	الاحتمال
$E(x)=x.P(x)$	0	0,1	0,6	1,2	1,9	التوقع
$E(X^2)=x.E(x)$	0	0,1	1,2	3,6	4,9	مربع التوقع

$v(x) = \sigma^2$	$= E(x^2) - E(x)^2$	$4,9 - (1,9)^2 =$	1,29	التباين
σ	$\sqrt{\sigma^2}$	$= \sqrt{1,29}$	1,135	الانحراف المعياري

الحل . $P(x \geq 2)$ (١)

$$= P(2) + P(3) = 0.3 + 0.4 = 0.7$$

