

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

يسعدني المواصلة معكم في تقديم شرح المحاضرة الحادية عشرة لمادة الإحصاء علماً أن حفظ القوانين هو المسيطر على هذه المحاضرة كاملة .

قبل البدء في الشرح لا بد من أمر في غاية الأهمية (الشاي)



الانحراف المعياري

هو أدق مقاييس التشتت وأكثرها شيوعاً وهو عبارة عن الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحراف المتوسط . ويرمز له بالرمز ع

القوانين المطلوب حفظها (مهمة جداً)

استخدامه	تعريف الرموز	القانون
إن طلب الانحراف المعياري للدرجات للبيانات الخام	ع = الانحراف المعياري س = الدرجة الخام م = متوسط الدرجات الخام ن = عدد البيانات (الأعداد)	$ع = \sqrt{\frac{\sum (س - م)^2}{ن}}$
إن طلب انحراف معياري لدرجات خام مكرره	ك = التكرار	$ع = \sqrt{\frac{\sum (ك \cdot س^2)}{ن} - \frac{2 \sum (ك \cdot س)}{ن}}$
إن طلب الانحراف المعياري لقيم مبويه (جدول تكراري)	كل القيم نعرفها من فوق فقط ركز في الحل	$ع = \sqrt{\frac{\sum (ك \cdot س^2)}{ن} - \frac{2 \sum (ك \cdot س)}{ن}}$
إيجاد الانحراف الفرضي بالاعتماد على الانحراف الفرضي	ع = الانحراف المعياري ل = طول الفئة (الحد الأعلى - الحد الأدنى + 1) خ = الانحراف الفرضي	$ع = ل \times \sqrt{\frac{\sum (ك \cdot خ^2)}{ن} - \frac{2 \sum (ك \cdot خ)}{ن}}$

طرق حساب الانحراف المعياري

حساب الانحراف المعياري من قيم
مبوبة (مصنفة بجدول تكراري)

$$\sigma = \sqrt{2 \left(\frac{\sum f_k s^2}{n} \right) - \frac{2 \sum f_k s}{n}}$$

أو بقانون
الانحراف
الفرضي

$$\sigma = \sqrt{2 \left(\frac{\sum f_k s^2}{n} \right) - \frac{2 \sum f_k s}{n}} \times J$$

حساب الانحراف المعياري من
القيم الخام مباشرة

إذا كانت قيم
مكرره

$$\sigma = \sqrt{2 \left(\frac{\sum f_k s^2}{n} \right) - \frac{2 \sum f_k s}{n}}$$

إذا كانت قيم
غير مكرره

$$\sigma = \sqrt{2 \left(\frac{\sum f_k s^2}{n} \right) - \frac{2 \sum f_k s}{n}}$$

طبعاً فيه قوانين كثيرة شوفها في المحاضرة بس أنا أشوف إن هذه
كفاية والباقية طالع فيها في المحاضرة يعني زي مهارتك مع

طرق حساب الانحراف المعياري

نتكلم الآن عن البيانات الخام المباشرة لقيم غير مكرره

$$\text{القانون / ع} = \sqrt{\frac{\sum (م - س)^2}{ن}}$$

الخطوات /

- ١ نجيب متوسط الدرجة الخام $م = \frac{\sum م}{ن}$
 - ٢ ثم نطرح من كل عدد المتوسط بمعنى (س - م)
 - ٣ - ثم نجيب تربيع كل عدد بمعنى (س - م)^٢
 - ٤ نطبق القانون
- يعني لو جاب مسألة فيها أرقام كذا وطلب منك حساب الانحراف المعياري للدرجات

٧ ، ٣ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٨

لاحظ مافي قيم مكرره معناه القانون الأول
نطبق الخطوات

$$١ \text{ نجيب متوسط الدرجة الخام } م = \frac{\sum م}{ن}$$

$$م = \frac{7+3+2+4+5+5+6+8}{7} = م$$

$$م = ٥$$

٢ ثم نطرح من كل عدد المتوسط بمعنى (س - م)

س - م	س
٣ = ٥ - ٨	٨
١ = ٥ - ٦	٦
٠ = ٥ - ٥	٥
١ = ٥ - ٤	٤
٣ = ٥ - ٢	٢
٢ = ٥ - ٣	٣
٢ = ٥ - ٧	٧

٣ ثم نجيب تربيع كل عدد بمعنى (س - م)^٢

س	س - م	(س - م) ^٢
٨	٨ - ٥ = ٣	٩
٦	٦ - ٥ = ١	١
٥	٥ - ٥ = ٠	٠
٤	٤ - ٥ = -١	١
٢	٢ - ٥ = -٣	٩
٣	٣ - ٥ = -٢	٤
٧	٧ - ٥ = ٢	٤
٣٥	صفر	٢٨

٤ نطبق القانون

$$\sqrt{\frac{\text{مجم (س-م)}^2}{ن}} = ع$$

$$\sqrt{\frac{28}{7}} = ع$$

$$\sqrt{4} = ع$$

ع = ٢ وهكذا استخرجنا الانحراف المعياري

نتكلم الآن عن البيانات الخام المباشرة لقيم مكرره

$$\sqrt{2 \left(\frac{\text{مجم ك س}}{ن} \right) - \frac{\text{مجم ك س}^2}{ن}} = ع \quad / \quad \text{القانون}$$

اعمل جدول وحاول يكون كامل كل ماكان الجدول كامل كل ما استغيت عن التعب وسهلت على نفسك تقدر تجيب الحل بأكثر من طريقة لكن أفضل طريقة تعمل جدول فيه كل

المطلوب منك في القانون

يعني مثل طريقة المثال في الأسفل تماماً

مثال /

احسب الانحراف المعياري للدرجات التالية :

٢٠	١٩	١٧	١٣	١٢	٩	الدرجة
٤	٥	٨	١	٤	٢	التكرار

الحل / نعمل جدول ونحاول يكون كامل تسهيلاً لنا

ك × س ^٢	ك × س	س ^٢	ك	س
١٦٢	١٨ = ٢ × ٩	٨١	٢	٩
٥٧٦	٤٨ = ٤ × ١٢	١٤٤	٤	١٢
١٦٩	١٣ = ١ × ١٣	١٦٩	١	١٣
٢٣١٢	١٣٦ = ٨ × ١٧	٢٨٩	٨	١٧
١٨٠٥	٩٥ = ٥ × ١٩	٣٦١	٥	١٩
١٦٠٠	٨٠ = ٤ × ٢٠	٤٠٠	٤	٢٠
٦٦٢٤	٣٩٠		٢٤	٣٥

الآن كل شي صار جاهز وما علينا إلا تنزيل القانون والتعويض فيه

$$\sqrt{2 \left(\frac{\text{مج ك س}}{\text{ن}} \right) - \frac{2 \text{ مج ك س}}{\text{ن}}} = \sigma$$

$$\sqrt{2 \left(\frac{390}{24} \right) - \frac{6624}{24}} = \sigma$$

$$\sqrt{2(16.25) - 276} = \sigma$$

$$\sqrt{(264.0625) - 276} = \sigma$$

$$\sqrt{(264.0625) - 276} = \sigma$$

الآن نقوم بتربيع ١٦.٢٥

$$\sqrt{11.9375} = \epsilon$$

$$\text{إذن } \epsilon = 3.455 \text{ بالتقريب } 3.46$$

حساب الانحراف المعياري من قيم مبوبة (مصنفة بجدول تكراري)

مثال / فيما يلي بيانات خاصة بالتحصيل الدراسي لمجموعة مكونة من ٢٠٠ طالب والمطلوب حساب الانحراف المعياري

الفئات	٦٢-٦٠	٦٥-٦٣	٦٨-٦٦	٧١-٦٩	٧٤-٧٢
التكرارات	٥	١٨	٤٢	٢٧	٨

الحل

بما أن المسألة فئات نتجه مباشرة للقانون الخاص بالفئات

$$\epsilon = \sqrt{2 \left(\frac{\text{مجم ك س}}{ن} \right) - \frac{\text{مجم ك س}^2}{ن}}$$

نقوم بعمل جدول يحقق الحل السريع كما سبق

الفئة	ك	مركز الفئة س	س ^٢	ك × س	ك × س ^٢
٦٢-٦٠	٥	٦١	٣٧٢١	٣٠٥ = ٦١ × ٥	١٨٦٠٥
٦٥-٦٣	١٨	٦٤	٤٠٩٦	١١٥٢ = ٦٤ × ١٨	٧٣٧٢٨
٦٨-٦٦	٤٢	٦٧	٣٣٨٩	٢٨١٤ = ٦٧ × ٤٢	١٨٨٥٣٨
٧١-٦٩	٢٧	٧٠	٤٩٠٠	١٨٩٠ = ٧٠ × ٢٧	١٣٢٣٠٠
٧٤-٧٢	٨	٧٣	٥٣٢٩	٥٨٤ = ٧٣ × ٨	٤٢٦٣٢
المجموع	١٠٠	//	//	٦٧٤٥	٤٥٥٨٠٣

الآن صار القانون جاهز فقط تنزيل المحتويات فيه ☺

$$\epsilon = \sqrt{2 \left(\frac{\text{مجم ك س}}{ن} \right) - \frac{\text{مجم ك س}^2}{ن}}$$

$$\epsilon = \sqrt{2 \left(\frac{6745}{100} \right) - \frac{455803}{100}}$$

$$\epsilon = \sqrt{2(67.45) - 4558.03}$$

$$\sqrt{4549.5025 - 4558.03} = \epsilon$$

$$\sqrt{8.5275} = \epsilon$$

إذن $\epsilon = 2.92$ (جرب حل المثال باستخدام القانون الأخر)

مميزات وعيوب الانحراف المعياري

- (١) أكثر مقاييس التشتت ثباتا
- (٢) يستخدم عادة في البحوث النفسية والتربوية بكثرة
- (٣) يستخدم لتوضيح التشتت عندما يعتمد المتوسط الحسابي المقياس للنزعة المركزية

اختصارا لقياس مجموعتين لها متوسطان مختلفان م١ و م٢ وإنحرافان معياريان ع١ وع٢ ويطلب الانحراف المشترك أو الكلي ولحل مثل هذه الأمثلة نتبع القانون التالي

$$\epsilon = \sqrt{\frac{2^2[m-2m]2^{n+2}[m-1m] \times 1^{n+2} 2 \times 2^{n+2} 1 \times 1^{n+2}}{2^{n+1}n}}$$

حيث أن م = المتوسط الوزني للمجموعتين وتحسب بالقانون التالي /

$$m = \frac{2m 2^{n+1} + 1m 1^n}{2^{n+1}n}$$

مثال /

احسب الانحراف المعياري الكلي لأعمار مجموعتين حجمهما على التوالي ٢٥ و ٧٥

ومتوسط الأعمار ٨٠ و ٧٠ والانحراف المعياري ١٥ و ٢٥

الحل

نحسب المتوسط الحسابي الوزني

$$\frac{2m_2n+1m_1n}{2n+1n} = m$$

$$72,5 = \frac{70 \times 75 + 80 \times 25}{75 + 25} = m$$

الآن نوجد الانحراف الكلي من القانون الخاص

$$\sqrt{\frac{2^2[75.5-70]75+2^2[72.5-80] \times 25+2^2 25 \times 75+2^2 15 \times 25}{75+25}} = \sigma$$

مع نفسك طبعاً حلها <<< باستخدام الحاسبة

الناتج يطلع

$$\sigma = 23.32$$

رلانحراف المعياري تربطه علاقات ببعض الإحصاءات الأخرى

علاقة الانحراف المعياري بالمدى

إذا كانت البيانات موزعة توزيعاً طبيعياً وحجم العينة كبيراً جداً وليكن ٤٠٠ مثلاً ،

$$\frac{\sigma}{6} = \sigma$$

حيث σ الانحراف المعياري و (σ) المدى

علاقة الانحراف المعياري بالانحراف المتوسط

إذا كانت البيانات موزعة توزيعاً طبيعياً

$$\frac{5}{4} = \sigma$$

علاقة الانحراف المعياري بنصف المدى الربيعي

إذا كانت البيانات موزعة توزيعاً طبيعياً

$$\frac{3}{2} = \sigma$$

محبكم دوماً وأبداً

أخوكم / مجهر