

المحاضرة الحادية عشر

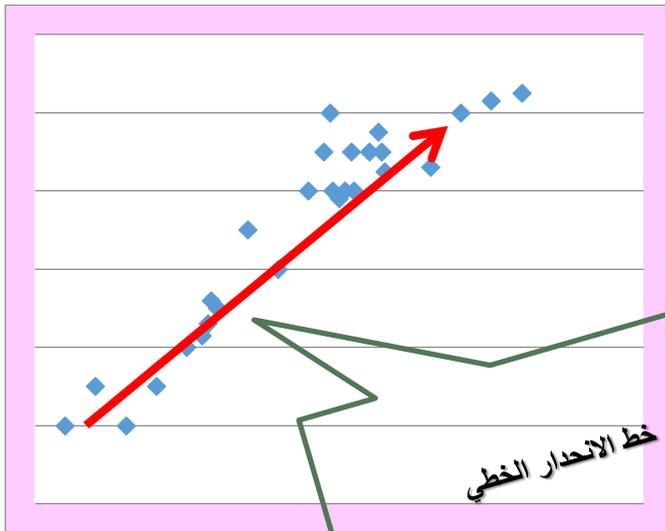
مقدمة الى الانحدار

الانحدار:

. والانحدار هو أسلوب يمكن بواسطته تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الآخر عن طريق معادلة الانحدار

$$\hat{y} = a + bx$$

. الانحدار الخطي البسيط : فكلما " بسيط " تعني أن المتغير التابع Y يعتمد على متغير مستقل واحد وهو X وكلمة " خطي " تعني أن العلاقة بين المتغيرين (X, Y) علاقة خطية.



خط الانحدار الخطي

عند دراسة الارتباط
الخطي بين
ظاهرتين ندرس
شكل الانتشار

خطوات التنبؤ

الخطوة الأولى :
تعيين خط الانحدار و يمثل بمعادلة رياضية.
الخطوة الثانية :
استخدام المعادلة في التنبؤ.

الانحدار الخطي البسيط:

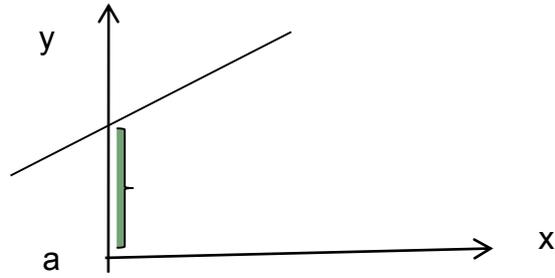
بعد تمثيل الأزواج المرتبة بالمستوى نحصل على شكل الانتشار فإذا أظهر الشكل الانتشاري للبيانات أن هناك علاقة خطية بين المتغيرين نقوم بتقدير خط الانحدار بواسطة العلاقة:

$$\hat{y} = a + bx$$

حيث **a** : ثابت الانحدار أو الجزء المقطوع من محور **y**

b : ميل الخط المستقيم أو معامل انحدار

$$\hat{y} = a + bx$$



عند وجود متغير مستقل واحد

ثابت الانحدار أو الجزء المقطوع من محور **y**

ميل الخط المستقيم أو معامل انحدار **y** على **x** أو $\frac{y}{x}$

$$\hat{y} = a + bx$$

إشارة معامل الانحدار تدل على نوع الارتباط طردي أو عكسي

ميل الخط يمثل كمية التغير في **y** المناظرة للتغير في **x** بمقدار وحدة واحدة

إيجاد قيمة a و b

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$
$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$

مثال :

لدراسة علاقة الاستهلاك المحلي (y) بالإنتاج (x) لمادة الإسفلت (بالمليون برميل) خلال عدة سنوات، أخذنا عشر قراءات تقريبية كما يلي :

y	6	8	9	8	7	6	5	6	5	5
x	10	13	15	14	9	7	6	6	5	5

أوجدني معادلة الانحدار الخطي البسيط، وتوقعي قيمة الاستهلاك عندما يصل إنتاج ١٦ مليون برميل .

الحل :

	x	y	xy	x ²
	10	6	60	100
	13	8	104	169
	15	9	135	225
	14	8	112	196
	9	7	63	81
	7	6	42	49
	6	5	30	36
	6	6	36	36
	5	5	25	25
	5	5	25	25
∑	90	65	632	942
	= ∑ x	= ∑ y	= ∑ xy	= ∑ x ²

$$b = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{6320 - (90)(65)}{9420 - 90^2} = \frac{6320 - 5850}{9420 - 8100} = \frac{470}{1320} = 0.36$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n} = \frac{65 - (0.36 \times 90)}{10} = 3.26$$

معادلة خط الانحدار البسيط في هذه الحالة :

$$\hat{y} = 3.26 + 0.36x$$

- ولتوقع قيمة الاستهلاك المحلي عندما يصل الإنتاج **16** مليون برميل،
- وبالتعويض في المعادلة السابقة نجد أن:

$$x = 16$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$= 3.26 + (0.36 \times 16) = 9.02$$

أي أن الاستهلاك قد يصل إلى **9.02** مليون برميل خلال السنة.

مثال :

سجلت درجات الطلاب في مقرري الرياضيات و الإحصاء كما في الجدول التالي

درجات الرياضيات x	٢٠	١٩	12	10	11	15
درجات الإحصاء y	٢٥	22	15	10	6	15

أوجد تقديراً لدرجة الطالب في الإحصاء إذا كانت درجته في الرياضيات = ١٨

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{6(1489) - (87)(93)}{6(1351) - (87)^2} = \frac{8934 - 8091}{8106 - 7569}$$

$$= \frac{843}{537} = 1.57$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n}$$

$$a = \frac{93 - 1.57 \times 87}{6}$$

$$= \frac{93 - 136.59}{6} = -7.27$$

$$\hat{y} = -7.27 + 1.57x$$

معادلة الانحدار
الخطي البسيط

$$x = 18$$

عندما تكون درجة
الطالب في الرياضيات
18 =

$$y = -7.27 + 1.57(18)$$

$$= 20.99 \approx 21$$

نعوض في معادلة
الانحدار الخطي

مثال: أخذت عينة عشوائية مؤلفة من ١٢ زوج (x,y) فأعطت النتائج التالية:

$\sum x$	$\sum y$	$\sum xy$	$\sum x^2$	$\sum y^2$
300	342	9020	8040	11380

• أوجد خط الانحدار للعلاقة.

• أوجد قيمة تقديرية لـ y إذا كانت $x=30$

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$= \frac{12(9020) - (300)(342)}{12(8040) - (300)^2}$$

$$0,87 = \frac{5640}{6480}$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n}$$

$$6.75 = \frac{342 - 0.87(300)}{12}$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$\hat{y} = 6.75 + 0.87(30)$$

$$32.85 =$$

((الحل شخصي))