الفصل الخامس

المعادلات الخطية

تعريف : المعادلة التي تكتب على الصورة : $ax+b=0$ ، $a\neq 0$ ، $a,b\in R$
، x تسمى متغير

تسمى هذه المعادلة بالمعادلة الخطية لأنها تمثل خط مستقيم في المستوى الإحداثي

نظرية : خصائص التساوي

لكل $a,b,c\in R$

1) اذا كان $a=b$ فإن $a+b=b+c$ خاصية الإضافة

2) اذا كان $a=b$ فإن $a-c=b-c$ خاصية الطرح

3) اذا كان $a=b$ و $c\neq 0$ فإن $ca=cb$ خاصية الضرب

4) اذا كان $a=b$ و $c\neq 0$ فإن $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$

مثال : حل المعادلات الخطية التالية

1) $5x-4=2x+8$

2) $7x - 10 = 4x + 5$

مثال : حل المعادلات الخطية الكسرية التالية :

1) $\frac{x+1}{3} - \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$

2) $5 - \frac{3a-4}{5} = \frac{7-2a}{2}$

مثال : حل المعادلات التالية :

1) $4(x+3) = 6(x-2)$

2) $4-3(x+2)+x=5(x-1)-7x$

حل المعادلات الخطية ذات المجهولين :

أولا : طريقة الحل بالتعويض

1) حل النظام التالي باستخدام طريق التعويض $\begin{Bmatrix} 3x+y=10 \\ x-2y=1 \end{Bmatrix}$

2) $\begin{Bmatrix} x+3y=2 \\ 2x+y=4 \end{Bmatrix}$

(3
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 3y = -3 \end{cases}$$

ثانيا : طريق الحل بالحذف

مثال : حل أنظمة المعادلات الخطية التالية :

(1
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 3x - 3y = 4 \end{cases}$$

(2 $\begin{cases} x + 5y = -1 \\ -x + 2y = 8 \end{cases}$

(3 $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

(4 $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$

حل معادلات الدرجة الثانية بمجهول واحد

تعريف : المعادلة التربيعية في مجهول واحد هي على الصورة التالية :

$ax^2+bx+c=0$ حيث $a\neq 0$ و a,b,c و x هو المتغير

ويمكن حل هذه المعادلات بعدة طرائق مختلفة منها

أولا : طريقة الحل بالتحليل

ويمكن أن تكتب المعادلة $ax^2+bx+c=0$ كحاصل ضرب عاملين من الدرجة الأولى وذلك باستخدام التحليل

مثال : حل المعادلات التالية باستخدام التحليل :

1) $x^2+5x+6=0$

2) $x^2-3x-4=0$

3) $2x^2 = 5x$

4) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

5) $4x^2 = 3x$

6) $x^2 - 6x + 5 = -4$

ثانيا : حل المعادلات التربيعية باستخدام خاصية إكمال المربع

إذا كان لدينا x^2+bx فيمكننا إضافة مربع نصف معامل x : $(\frac{b}{2})^2$

ليصبح لدينا مربع كامل $x^2+bx+(\frac{b}{2})^2=(x+\frac{b}{2})^2$

مثال : أكمل العبارات التالية لتصبح مربعا كاملا

1) x^2-3x

2) x^2+5x

مثال : حل المعادلات التربيعية التالية باستخدام خاصية إكمال المربع

1) $x^2+6x-2=0$

2) $2x^2 - 4x + 3 = 0$

3) $x^2 + 3x - 2 = 0$

4) $3x^2 - 12x + 3 = 0$

ثالثا : حل معادلات الدرجة الثانية باستخدام القانون العام

إذا كان لدين المعادلة التالية : $ax^2+bx+c=0$ فإن :

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ يسمى القانون العام لحل المعادلات الدرجة الثانية في متغير واحد

ملاحظة : b^2-4ac يسمى المميز وهناك عدة حالات للحل حسب المميز نوضحها كما يلي :

1) إذا كان المميز b^2-4ac موجب فإنه يوجد حلان حقيقيان

2) إذا كان المميز b^2-4ac يساوي الصفر فإنه يوجد حل واحد حقيقي مكرر

3) إذا كان المميز b^2-4ac سالب فإنه يوجد حلان تخيليان (جذران مترافقان)

مثال : أوجد نوع الحلول للمعادلات التالية باستخدام المميز

1) $2x^2-4x+1=0$

2) $2x^2-4x+2=0$

3) $2x^2-4x+3=0$

تمارين : حل المعادلات التالية باستخدام القانون العام

1) $2x^2 - 6x + 5 = 0$

2) $x^2 + 3x + 2 = 0$

3) $x^2 + 3x + 6 = 0$

4) $x^2 + 3x = 0$

5) $x^2 - 4 = 0$