مع تمنياتنا لكم بالتوفيق أعضاء مجموعة الأساليب الكمية في الإدارة لعام1436/1435
طرطيعة – أبو شيماء -hadialdossery - Abo Rahma

بسم الله الرحمن الرحيم

الأساليب الكميــة في الإدارة 1436/1435

(دكتور العطاء) د/ملفي الرشيدي

الأهداف التفصيلية للمقــرر:

- مفهــوم و تعريف الأساليب الكميــة.
- التطــور التاريخي لبحوث العمليـــات.
- أهميــة و استخدامـــات بحوث العمليـــات.
- مراحل و أساليب المنهج العلمي في اتخــاذ القرارات.
- صياغة المشكلة الادارية رياضياً (بناء النماذج الرياضية).
- التعرف على البرمجة الخطية كأحد اكثر اساليب بحوث العمليات انتشاراً و تطبيقاً.
- استخدام المدخل البياني لحل مشاكل البرمجة الخطية.
- معرفة خطوات الرسم البياني والحالات الخاصة
- استخدام طريقة السمبلكس لحل مشاكل البرمجة الخطية.
- معرفة خطوات طريقة السمبلكس.
- التعرف على المسألة الثنائية وتحديد علاقات البرامج الأولي-الثنائي.
- التعرف على طريقة التخصيص.
- التعرف على مشكلة النقل
- التعرف على أساليب إدارة المشاريع (رسم شبكة المشروع، المسار الحرج، طريق بيرت).
- **المرجع الأســاسي:**
- مقدمة في بحوث العمليات
- 2008 تأليف: رشيق فتحي مرعي ، فتحي خليل : دار وائل للنشر

II. المحــاضرات الدراسية و الشــرائح الخاصة بالمقــرر

III. مقدمة في بحوث العمليات ، تأليف حمدي طه (ترجمة احمد حسين علي حسين) : دار المريخ للنشر

http://www.4shared.com/rar/1VeJB5kmba/___online.html	كتاب بحوث العمليات الأساليب

المحاضرة الاولى :

مفهوم الأساليب الكمية:

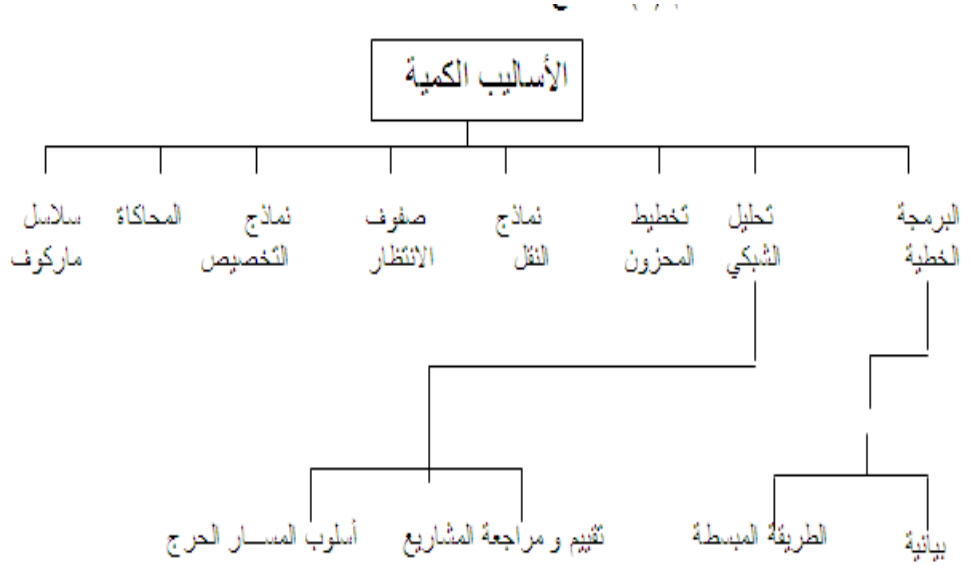
- تعتبر الأساليب الكمية ، أسلوب رياضي يتم من خلاله معالجة المشاكل الاقتصادية،الإدارية ،التسويقية و المالية بمساندة الموارد المتاحة من البيانات والأدوات والطرق التي تستخدم من قبل متخذي القرار لمعالجة المشاكل.

تعريف الأساليب الكمية:

- يمكن تعريفها بعدة تعايف من بينها : " مجموعة الطرق والصيغ والمعدات والنماذج التي تساعد في حل المشكلات على أساس عقلاني "
- من هذا التعريف يمكننا إدراج مختلف هذه الأساليب تحت عنوان اشمل وهو بحوث العمليات حيث توجد عدة تعار يف من أبرزها.
- التعريف الذي اعتمدته جمعية بحوث العمليات البريطانية بأنها " استخدام الأساليب العلمية لحل المعضلات المعقدة في إدارة أنظمة كبيرة من القوى العاملة ، المعدات ، المواد أولية ، الأموال في المصانع والمؤسسات الحكومية وفي القوات المسلحة "
- أما جمعية بحوث العمليات الأمريكية فقد اعتمدت التعريف التالي :

" تربط بحوث العمليات باتخاذ القرارات العلمية حول كيفية تصميم عمل أنظمة المعدات ، القوى العاملة وفقا للشروط تتطلب تخصيصها في الموارد النادرة "

الأساليب الكمية المستخدمة ضمن بحوث العمليات:



التطـور التاريخـي:

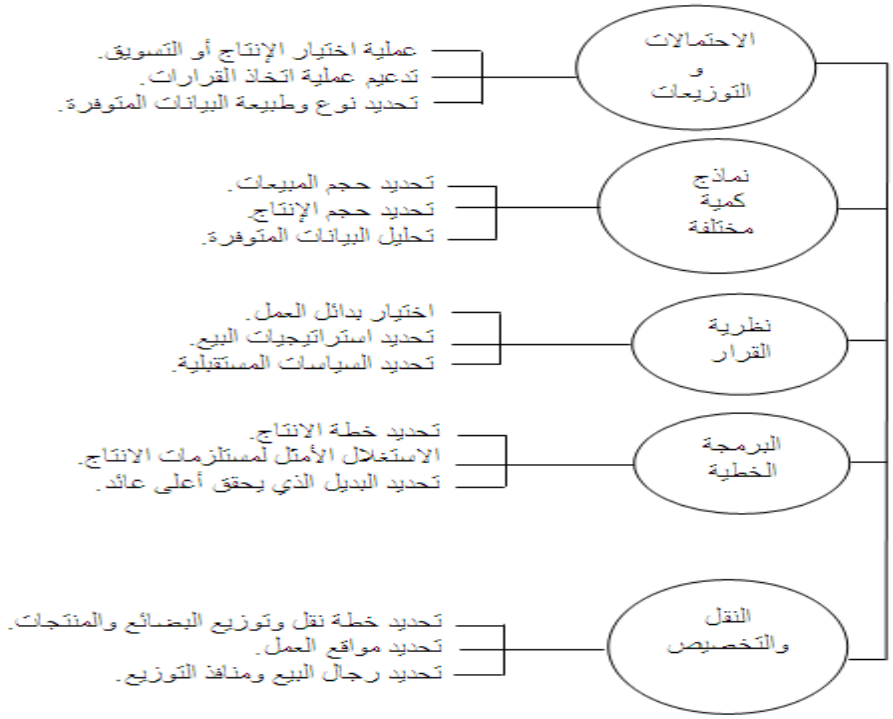
- ✓ تعتبر بحوث العمليات امتداداً لحركة الإدارة العلمية على يد فردريك تيلور كتابه بعنوان (الإدارة العلمية 1911)، الذي دعا فيه إلى ضرورة استبدال طريقة الحكم الشخصي والتجربة والخطأ بطريقة أخرى تعتمد على البحث العلمي.
- ✓ بحوث العمليات ظهرت كحلا علمياً مستقلاً في بداية الحرب العالمية الثانية. حيث شكَّلَت بريطانيا و الولايات المتحدة الأمريكية فرقاً من العلماء يشمل مختلف المجالات العلمية للبحث عن أفضل الأساليب والوسائل العلمية لاستخدامها في طريقة توزيعٍ أفضل للقوات العسكرية، وكذلك في استخدام الأجهزة المتطورة كقاذفات القنابل والرادارات. سُمِّيَت مثل هذه الفرق بفرق بحوث العمليات.
- ✓ بعد نهاية الحرب، بدأت القطاعات الاقتصادية بالاستفادة من هذه الأساليب في زيادة إنتاجها وربحها عن طريق الاستغلال الأفضل لمواردها.
- ✓ أحد أهم العوامل التي ساعدت في تطور بحوث العمليات هو الرواج الاقتصادي الذي أعقب الحرب العالمية الثانية و ما صاحب ذلك من الاتساع في استخدام المقننة و الوسائل الآلية و تقسيم العمل و الموارد، الأمر الذي أدى إلى ظهور مشاكل إدارية كثيرة و معقدة مما دفع بعض العلماء و الباحثين إلى دراسة تلك المشكلات و إيجاد أفضل الحلول لها.
- ✓ يعد ظهور الحاسب وتطوره السريع عاملاً أساسياً في ازدهار بحوث العمليات و التوسع في استخدامها.

أهمية بحوث العمليات:

- وسيلة مساعدة في اتخاذ القرارات الكمية باستخدام الطرق العلمية الحديثة .
- يعتبر علم بحوث العمليات من الوسائل العلمية المساعدة في اتخاذ القرارات بأسلوب أكثر دقة وبعيد عن العشوائية الناتجة عن التجربة والخطأ .
- تعتبر بحوث العمليات فن وعلم في آن واحد فهي تتعلق بالتخصيص الكفء للموارد المتاحة وكذلك قابليتها الجديدة في عكس مفهوم الكفاءة والندرة في نماذج رياضية تطبيقية .
- يسعى هذا العلم إلى البحث عن القواعد والأسس الجديدة للعمل الإداري ، وذلك للوصول إلى أفضل المستويات من حيث الجودة الشاملة ، ومقاييس المواصفات العالمية (الايزو) .
- أنها تساعد على تناول مشاكل معقدة بالتحليل والحل والتي يصعب تناولها في صورتها العادية .

- **أنها تساعد على تركيز الاهتمام على الخصائص الهامة للمشكلة دون الخوض في تفاصيل الخصائص التي لا تؤثر على القرار ، ويساعد هذا في تحديد العناصر الملائمة للقرار واستخدامها للوصول إلى الأفضل.**

استخدامـــات بحوث العمليات:



نماذج بحوث العمليات:

١. البرمجة الخطية Linear programming

٢. البرمجة العددية Integer programming

٣. المحاكـاة Simulation

٤. التحليل الشبكي Network analysis

٥. نظرية صفوف الانتظار Queuing theory

٦. البرمجة الديناميكية Dynamic programming

٧. نظرية القرارات Decision Theory

٨. البرمجة اللاخطية Non-Linear Programming

استخدام بحوث العمليات في منظمات الإعمال:

الإدارة المالية	إدارة الموارد البشرية	التخزين	النقل والتسويق	الإنتاج وإدارة العمليات	الوظائف الأساليب
توزيع الموارد الحالية بشكل امثل	الاستغلال الأمثل للموارد البشرية			تخطيط الإنتاج	البرمجة الخطية
		نقل المشتريات من المخزن	تسويق المصانع	تداول بين خطوط الإنتاج	نماذج النقل
			تدفق الموارد والسلع	تنفيذ المشاريع	شبكات الأعمال
تحديد أفضل الفوائد المستثمرة		تحديد مصدر الشراء الأفضل		طرح منتج حديث	تحليل القرار
		تحديد حجم الدفعة الاقتصادية			السيطرة على المخزون

نموذج قرار بسيط:

- **نموذج القرار: أداة لتلخيص مشكلة القرار بطريقة تسمح بتعريف و تقييم منظم لكل بدائل القرار في المشكلة.**
- **عناصر نموذج القرار:**

١. تحديد بدائل القرار.

٢. تصميم مقاييس او معايير لتقييم كل بديل.

٣. استخدام هذا المعيار كأساس لاختيار أفضل بديل من البدائل المتاحة.

نهاية المحاضرة الأول :

بسم الله الرحمن الرحيم

الأساليب الكميــة في الإدارة1436/1435

(دكتور العطاء) د/ملفي الرشيدي

المحاضرة الثانية:

المصطلحات الهامة في بحوث العمليات :

1)النظام system:

عبارة عن مجموعة من العناصر المتداخلة المترابطة معا في علاقات معينة ومعزولة الى حد ما عن أي نظام اخر . مثل (الطائرة ،شركة التجارية)

تفضيلات النظام :

أ)الأنظمة الحتمية Determinis c systems:يتم التنبؤ عن سلوك عناصر النظام بطريقة محددة تماما (جميع متغيرات النظام المعروفة)

ب)الأنظمة الاحتمالية Probabilis c systems:تخضع بعض العناصر إلى مفهوم التوزيعات الإحصائية بسبب اعتمادها على الإحداث العشوائية التي تتغير باستمرار .

2)النموذج The Model:

صورة مبسطة للتعبير عن نظام عملي من واقع الحياة أو فكرة مطروحة لنظام قابل للتنفيذ.

***)مراحل دراسة بحوث العمليات :**

1)الملاحظة observa on:ادارك وجود المشكلة وتحديدها(حقائق ،أراء ،إعراض)

2)تعريف المشكلة Problem definition: بعبارات محددة وواضحة (الهدف،المتغيرات ،الثوابت والقيود المفروضة)

3)بناء النموذج model construcon: تطوير النموذج الرياضي الذي يتفق مع أهداف المسائلة

4)حل النموذج Model soluon: التوصل ألي الحل الذي يحقق أفضل قرار

5)التحقق من صحة النموذج Model validity: عن طريق مقارنة النتائج مع قيم سبق اختبارها أو عن طريق استخدام الاختبارات الإحصائية .

6)تنفيذ النتائج implementa: ترجمة النتائج إلى تعليمات تشغيلية تفصيلية .

تعريف البرمجة الرياضية Mathematical Programming:

العلم الذي يبحث في تحديد القيمة (أو القيم)العظمى آو الصغرى لدالة محددة تسمى دالة الهدف Objective function والتي تعتمد على عدد نهائي من المتغيرات Variablesوهذه المتغيرات قد تكون مستقلة عن بعضها أو قد تكون مرتبطة مع بعضها بما يسمى القيود Constraints.

البرمجة الخطية Linear Programming:

مكونات نموذج البرمجة الخطية : يتكون نموذج البرمجة الخطية من أربعة عناصر:

1-دالة الهدف Objective Function

الهدف في جميع مشاكل البرمجة الخطية يكون إما تحقيق "أقصى" maximum أو "أقل" minimum كمية ما، وهذا ما يعرف في لغة الرياضيات بالا مثلية optimization.

2-متغيرات القرار Decision Variables

تدخل ضمن دالة الهدف المراد تعظيمه أو تقليله وهي متغيرات من الدرجة الأولى ، وهذه المتغيرات إما أن تكون صفرية أو موجبة.

3-القيود Constraints

وجود قيود أو محددات أو متباينات على إمكانية تحقيق الهدف.

ويعبر عن القيود في شكل معادلات خطية ، وهي كما يلي:

أ. متساوية : (=) equality

ب. متباينة : أقل من (≥) less than or equal to

ج. متباينة : أكبر من (≤) more than or equal to

4-شرط عدم ألسالبيه Nonnegative

يعني الحل يجب أن يكون دائمًا في الربع الأول الموجب.

دالة الهدف		
تعظيم متغيرات القرار		تقليل متغيرات القرار
قيود	= ≥ ≤	موارد
متغيرات القرار موجبة أو صفرية " عدم السلبية "		

الشكل العام للبرمجة الخطية

Max/Min $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

subject to:

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \ (\leq, =, \geq)\ b_1$

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \ (\leq, =, \geq)\ b_2$

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \ (\leq, =, \geq)\ b_m$

x_j = متغيرات القرار

b_i = الموارد المتاحة أو المتطلبات

c_j = معاملات المتغيرات في دالة الهدف

a_{ij} = معاملات المتغيرات في القيود

حيث ان:

$i=1,2,\dots,m$ تمثل عدد القيود

$j=1,2,\dots,n$ تمثل عدد المتغيرات

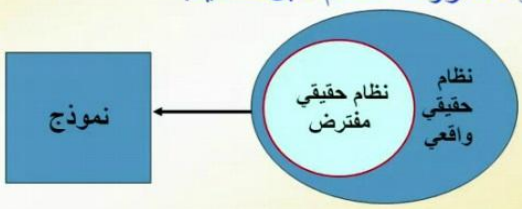
تم أضافه الصور للتوضيح أكثر حسب ملاحظه الأخت

رانيا ع

النمذجة Modeling

b) النموذج The Model

صورة مبسطة للتعبير عن نظام عملي من واقع الحياة او فكرة مطروحة لنظام قابل للتنفيذ.



البرمجة الخطية Linear Programming

- ❖ *حالة خاصة من البرمجة الرياضية*
- ❖ *دالة الهدف & القيود -------> خطية*
- ✓ البرمجة (Programming)
- ✓ الخطية (Linearity)

مكونات نموذج البرمجة الخطية

ا. وجود عدد من المتغيرات (متغيرات القرار decision variables) التي يجب تحديد قيمها للوصول الى الهدف المنشود. سنرمز لهذه المتغيرات بـ

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

مثـــال:

١- كمية الانتاج لسلع معينة (طاولات, اقلام, سيارات, حقائب)

II. وجود هدف يُراد الوصول اليه, ويعبر عنه رياضياً بدالة خطية تسمى دالة الهدف وتأخذ الشكل العام التالي:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

حيث c_j اعداد حقيقية تسمى بمعاملات المتغيرات

$$(j = 1, 2, \ldots, n)$$

وتصنف الاهداف الى مجموعتين:

A. تعظيم دالة الهدف (Maximization). السعي الى تحقيق الربح لأقصى حد ممكن. سنرمز له

$$Max \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

B. تصغير دالة الهدف (Minimization). السعي الى تخفيض التكاليف لأدنى حد ممكن

$$Min \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

III. وجود علاقة بين المتغيرات يعبر عنها رياضياً بمتباينات تسمى القيود الخطية (قيود المسألة) constraints وتأخذ احد الشكلين:

A. $$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \leq b_i$$

غالباً اذا كانت الدالة من نوع التعظيم أي max

A. $$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \geq b_i$$

غالباً اذا كانت الدالة من نوع التصغير أي Min

حيث

n تعبر عن عدد المتغيرات

m تعبر عن عدد قيود المسألة

a_{ij} اعداد حقيقية تسمى معاملات المتغيرات في القيود

b_i اعداد حقيقية تعبر عن الموارد المتاحة او المتطلبات اللازمة لكل قيد من القيود

المتغيرات = الأعمدة ,,,,,,, القيود = الصفوف

IV. **وجود شروط اخرى بصرف النظر عن الهدف**

- كأن لا تقل قيمة احد المتغيرات عن كمية معينة بسبب التزامات معينة.
- كأن لا تزيد قيمة احد المتغيرات عن كمية معينة بسبب وجود منافسة على سبيل المثال.
- الاشتراط على المتغيرات ان تكون غير سالبة (شرط مفروض على جميع النماذج) ***قيد عدم السالبية*** $x_j \geq 0$

1. تحديد المتغيرات x_j حيث j=1,2,...,n وتعريفها مع تعريف وحدات القياس المستعملة لكل متغير
2. تحديد معاملات المتغيرات في دالة الهدف c_j مع تعريف الوحدات المستخدمة لقياس هذه المعامل
3. تحديد دالة الهدف مع التأكد من استخدام وحدات القياس نفسها
4. تحديد معاملات المتغيرات في القيود a_{ij} مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل

صياغة نموذج برمجة خطية

5. تحديد معاملات الطرف الايمن (الموارد او الالتزامات) b_i مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل

٦- قيد عدم السالبية

نهاية المحاضرة الثانية :

الملاحظة :حفظ الرموز وماذا تعنى مهم لحل المسائل وفهم المطلوب من السؤال و مدخل للمحاضرة الثالثة لن كامل المحاضرة مسائل وطرق حلها (وبأذن اعمل على توضيح طريقة الحل بتلخيص المحاضرة الثالثة قدر المستطاع)أبو رحمة Abo Rahma.

بسم الله الرحمن الرحيم

الأساليب الكميــة في الإدارة

1436/1435

(دكتور العطاء) د/ملفي الرشيدي

المحاضرة الثالثة:

قبل البداية بشرح المحاضرة اتمنا الانتباه للنقاط التالية :

١ - البرنامج الخطي لايطلبنا ان نوجد ناتج فقط مطالبين بناء او صياغة برنامج خطي
٢ - اتمنا الانتباه للون لني بظلل كل شي يرمز لشي بنفس لونه للتوضيح أكثر

مراحل بناء النموذج الخطي :

مثال 1:

تقوم الشركة العربية للمنظفات بإنتاج أنواع مختلفة من مساحيق غسيل الملابس. إذا تسلمت الشركة طلبات من احد التجار للحصول على 12 كيلو جرام من مسحوق معين من منتجات الشركة. إذا كان المسحوق المطلوب يتم تصنيعه من خلال مزج ثلاثة أنواع من المركبات الكيمائية هي C,B,A

إذا علمت أن المواصفات المطلوبة لهذا المسحوق كما ورد في الطلب كانت ما يلي:

شرط القيود:

I. يجب أن يحتوي المسحوق على 3 كيلو جرام على الأقل من المركب B
II. يجب أن لا يحتوي المسحوق على أكثر من 900 جرام من المركب A
III. يجب أن يحتوي المسحوق على 2 كيلو جرام بحد أدنى من المركب C
IV. يجب أن يحتوي المزيج على 4 كيلو جرام على الأكثر من A,C.

إذا علمت أن تكلفة تصنيع الكيلو جرام الواحد من المركب A تساوي 6 ريال، وان تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب B تساوي 12 ريال في حين تبلغ تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب C تساوي 9 ريال.

المطلوب: صيــاغة برنامج خطي

الحل : قبل البداية بالحل

1-احدد دالة الهدف إذا تكلفة (min)وإذا إرباح (max)

2- احدد المتغيرات وهي المعطيات مزيج(المركبات ABC)التي سوف نرمز لها برموز المتغير

...X1,X2,X3حسب معطيات المسائلة مع الانتباه لوحدة القياس المطلوبة الكيلو جرام والمسائلة يوجد بها جرام لذلك لابد ان أحول للكيلو جرام

3-القيود

نبدأ بالحل من معطيات المسائلة

أ-داله الهدف

Min Z=6X1+12X2+9X3 (داله الهدف تدنئه أي تصغير من كلمه تكلفة إلي بالمسائلة)

ب- المتغيرات

S.T

X 2≥ 3 المركب B

X1≤ 900 المركب A (ملاحظه هنا أعطاني 900جرام وإنا مطالب بالكيلو لذلك يجب ان أحول بقسمه 900جرام /1000كيلو =0.9كيلو جرام واعيد كتابة قيد المركب A)

X1≤ 0.9المركب A

X3≥ 2 المركب C

X1+X3≤ 4المركبين C,A

ج- قيد الطلبيه (أي الشرط الذي يقيدني بمعني أشوف أي شرط بالمسائلة واكتبه قيد طلبيه)

X1,X2,X3=12 قيد الطلبيه

X1,X2,X3 ≥0 قيد عدم السالبية (وهذا القيد لابد ان يكتب بجميع البرنامج الخطي)

وبكذا انهينا البرمجة الخطية للمسائلة .

(ملاحظه هذا كشكل عام للحل لكن بالاختبار يجي السؤال على شكل خيارات ويطلب مثلا ان نختار داله الهدف او قيد او متغير)

مثال 2:

تمتلك شركة مصنعاً صغيراً لإنتاج السيراميك من النوع الممتاز والعادي وتوزيع الإنتاج على تجار حيث تبلغ الكميات المتاحة B, A الجملة. يحتاج إنتاج السيراميك إلى نوعين أساسين من المواد الخام

من كل منهما يومياً 12 طن، 25 طن على التوالي. الجدول التالي يظهر احتياجات إنتاج الطن من السيراميك الممتاز

B, A وإنتاج الطن من السيراميك العادي من المادتين الخام

	احتياجات السيراميك من المواد الخام الممتاز العادي	المتاح بالطن
A مادة خام	2 ملا حضه المحتوى يختلف عن المحاضرة 1	12
B مادة خام	3 4	25

وقد أظهرت دراسات السوق ان الطلب على السيراميك العادي يزيد عن الطلب على السيراميك الممتاز، كما أظهرت دراسات السوق أيضا ان الحد الأقصى للطلب اليومي على السيراميك العادي هو 5 طن. يبلغ هامش ربح الطن من السيراميك الممتاز 3000 ريال في حين يبلغ هامش الربح من النوع العادي 2000 ريال.

المطلوب: صياغة برنامج خطي مناسب للمشكلة.

الحل : نفس خطوات الحل للمسائلة الأول (نحدد داله الهدف +المتغيرات +القيود (ونضع بالأخير قيد عدم السالبيه)

1-المتغيرات :من المسائلة نوع السيراميك (ممتاز ،والعادي)ونرمز لها برمز

X1=عدد الأطنان من السيراميك الممتاز

X2=عدد الأطنان من السيراميك العادي

2-داله الهدف من كلمة أرباح (MAX)

MAX Z=3000X1+2000X2

3-القيود : S.T

12≤ X2 1+X1 2 A قيد المادة الخام

25 ≤ X2 4 +X1 3 B قيد المادة الخام

X1 ≥ X2 قيد الطلب على النوعين

5 ≤ X2 قيد الطلب على السيراميك العادي

0 ≥ X2 , X1 قيد عدم السالبيه

الملاحظات التي يجب الانتباه لها إثناء الحل

1-داله الهدف (تكلفة (min)وإذا إرباح (max)

2قيد عدم السالبيه يكتب بالاخير بكل حل لي مسائله

3-المتغيرات ترمز لها برموز (.....X1,X2,X3!)

4-الانتباه لوحدة القياس المطلوبة او المستخدمة (وتوحيدها مثل ريال /ريال ،طن /طن كيلو ،كيلو)

اتمنا إذا فيه أخطاء تنبيهي او ملاحظات او استفسار عن أي نقطه

انتهت المحاضرة الثالثة بحمد الله

بسم الله الرحمن الرحيم

الأساليب الكميــة في الإدارة 1436/1435

(دكتور العطاء) د/ملفي الرشيدي

المحاضرة الرابعة :

حل مسائل البرمجة الخطية:

✓ **Graphical Method** طريقة الرسم البياني

✓ **Simplex Method** طريقة السمبلكس

متى استخدم احدى الطريقتين :

يعتمد على عدد المتغيرات في المسألة

١-اذا كان متغيرين (**استخدم طريقة الرسم البياني**)

٢-اذا كان اكثر من متغييرين (استخدم طريقة السمبلكس)

- ✓ **تقع جميع الحلول الممكنة في منطقة محدبة، وتكون مجموعة نقاطها مجموعة محدبة.**

المنطقة المحدبة: هي المنطقة التي تكون فيها كل النقاط الواقعة على الخط المستقيم الموصل بين أي نقطتين تقع كذلك في المنطقة المحدبة نفسها.

- ✓ **مجموعة الحلول الممكنة محدودة بعدد نهائي من الجوانب**
- ✓ **أي حل أمثل لا بد وأن يقع على احد أركان منطقة الحلول الممكنة (النقاط الركنية).**

طريقة الرسم البياني :

✓ **الخطوة الأولى ..**

تحديد منطقة الحلول المقبولة أو الممكنة

Feasible solutions

التي تتحقق عندها المتباينات او القيود

(منطقة تقاطع مناطق الحل للقيود = التي تتحقق عندها جميع قيود المســـألة)

✓ **الخطوة الثانية**

الحصول على قيمة دالة الهدف عند كل نقطة من نقاط رؤوس المضلع المحدب (النقــاط الركنيــة) في منطقــة الحلول المقــبولة، تكون عندها دالة الهدف أكبر(أصغر) ما يمكن.

حالات خاصة في البرمجة الخطية:

✓ **قد يوجد تكرار (تحلل) Degenerate (في الطريقة المبسطة)**

✓ **قد يوجد حلول مثلى متعددة Optimal solutions (بمجرد النظر الى المسألة)**

✓ **قد لا يوجد لها حل Infeasible (من الرسم البياني)**

قد يوجد لها حل غير محدود Unbounded (من الرسم البياني)

للتوضيح أكثر لنقاط بالإعلاء

*** متكرر (طريقة السمبلكس) لمن يكون عندك قيمة سالبة في الجدول معناه الحل مستمر معانا يعني في مجال لتحسين الحل**

*** غير محدد (من الرسم البياني) أذا لم يكن هناك سقف أعلى لمنطقة الحلول المقبولة**

*** متعدد الحلول المثلى (أذا كان معاملات احد القيود هي نفسها معاملات دالة الهدف)**

*** لا يوجد حلآ امثلا (لا تتقاطع القيود في الرسم البياني)**

خطوات طريقة الرسم البياني:

1- تحويل متباينات القيود الى معادلات، و عملية التحويل هذه تجعل القيد في صيغة معادلة خطية يمكن تمثيلها بخط مستقيم.

2- تحديد نقاط تقاطع كل قيد مع المحورين والتوصيل بين هاتين النقطتين بخط مستقيم لكل قيد.

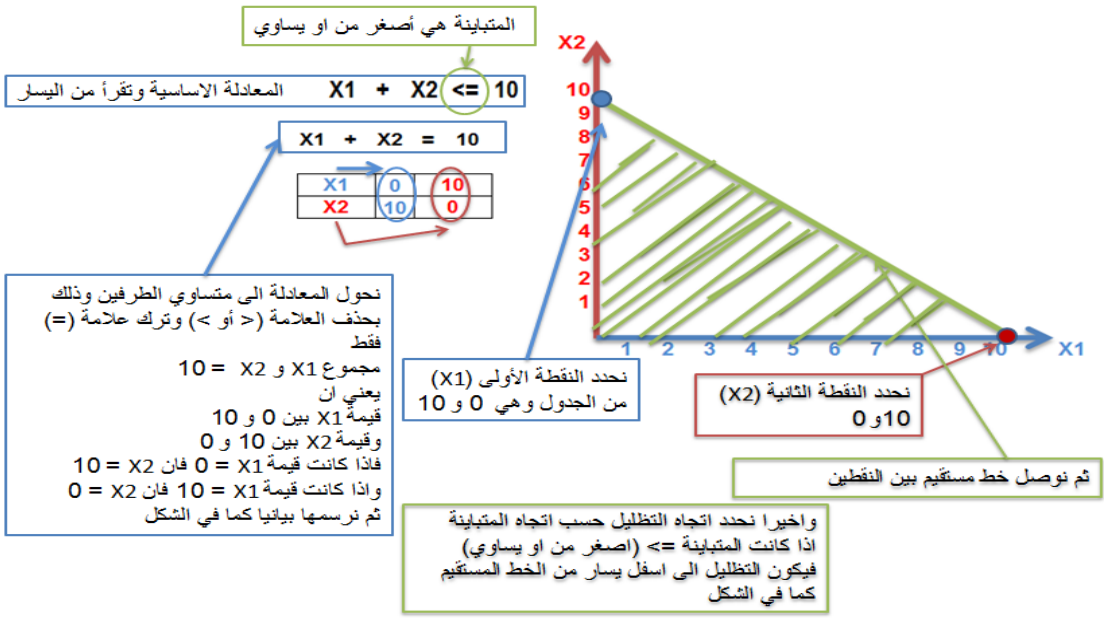
3- رسم القيود على الشكل البياني بعد ان يتم تحديد نقاط التقاطع وتحديد منطقة الحل الممكن.

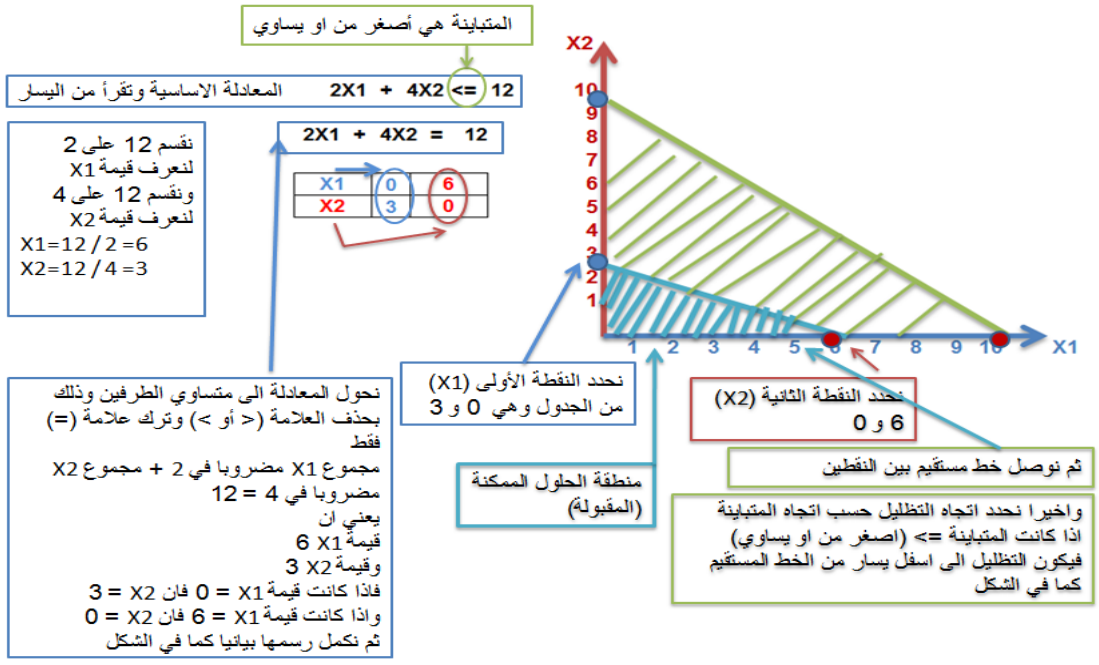
4- تحديد الحل الأمثل (الحلول المثلى) والذي يقع على أحد نقاط زوايا المضلع (نقطة ركنية) من خلال:

أ- إيجاد قيم المتغيرات عند هذه النقاط.

ب- اختيار أكبر (أصغر) قيمة بعد التعويض بدالة الهدف

شرح الأمثلة





المثال الثاني

صيـــاغة البرنامج الخطي

مثـــال معرض الهفوف للرفـوف

الوقت المتاح يومياً	الكراسي (للكرسي)	الطاولات (للطاولة)	
	5	7	ربح القطعة بالريال
2400	ساعة 4	ساعة 3	**النجارة**
1000	ساعة 1	ساعة 2	**الطلاء**

قيود أخـــرى:

- عدد الكراسي المُصنعة لا يزيد عن 450 كرسي
- يجب تصنيع 100 طاولة على الأقل يومياً

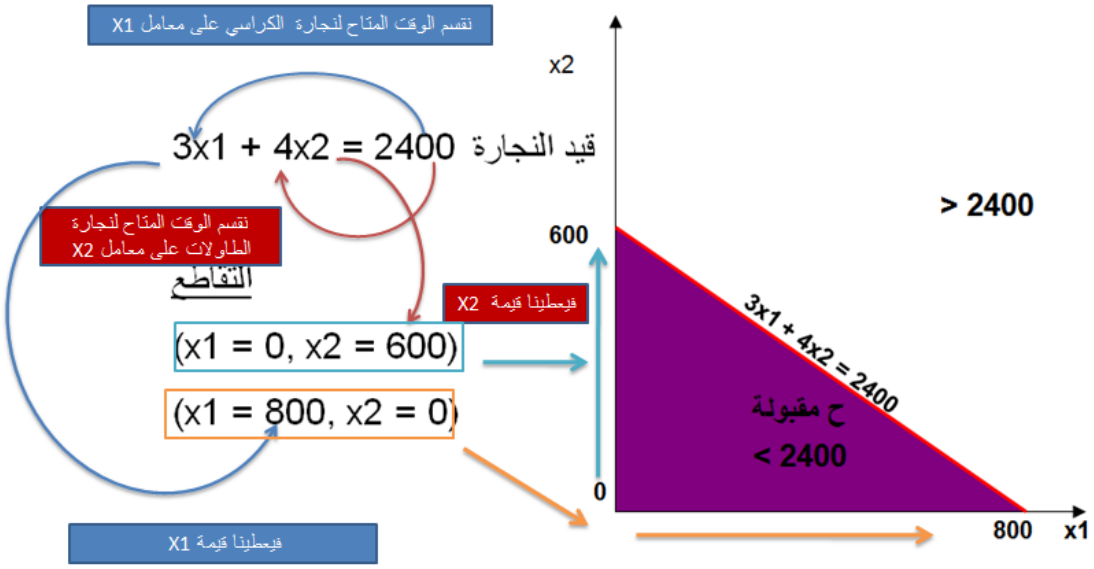
الربح في الطاولة = 7 ريال
الربح في الكرسي = 5 ريال
نحدد المتغيرات بناءا على الشيئ الذي سننتجه او نصنعه او نبيعه
عدد الطاولات X1
عدد الكراسي X2
دالة الهدف **تعظيم** لأن المطلوب **ربح**

MAX Z = 7 X1 + 5X2

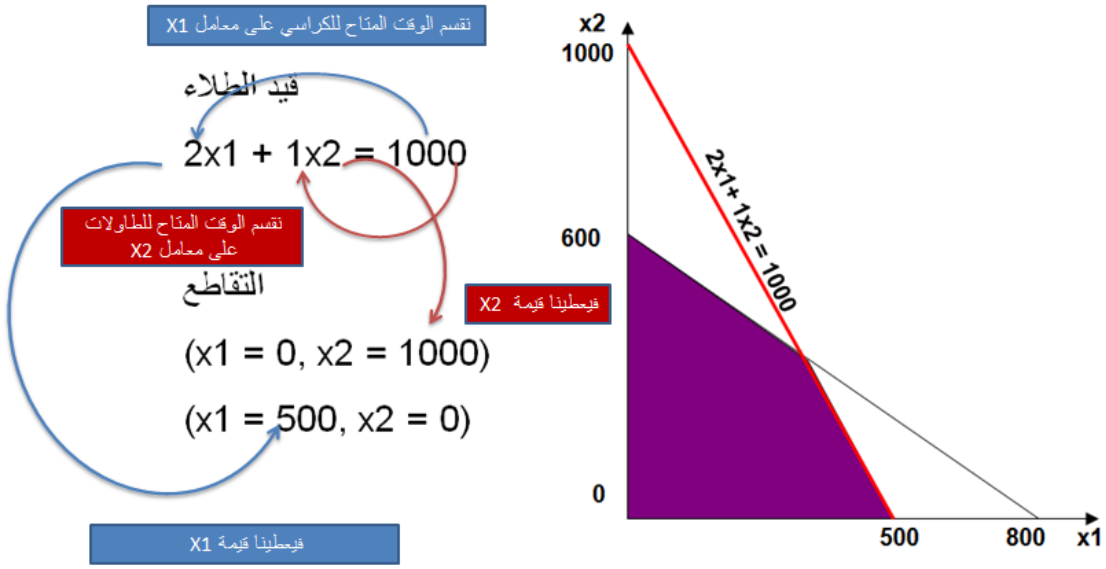
S.T.

القيود	
قيد النجارة	3X1 + 4X2 <= 2400
قيد الطلاء	2X1 + X2 <= 1000
قيد عدد الكراسي	2X <= 450
قيد عدد الطاولات	X1 >= 100
قيد عدم السالبية	X1 , X2 >= 0

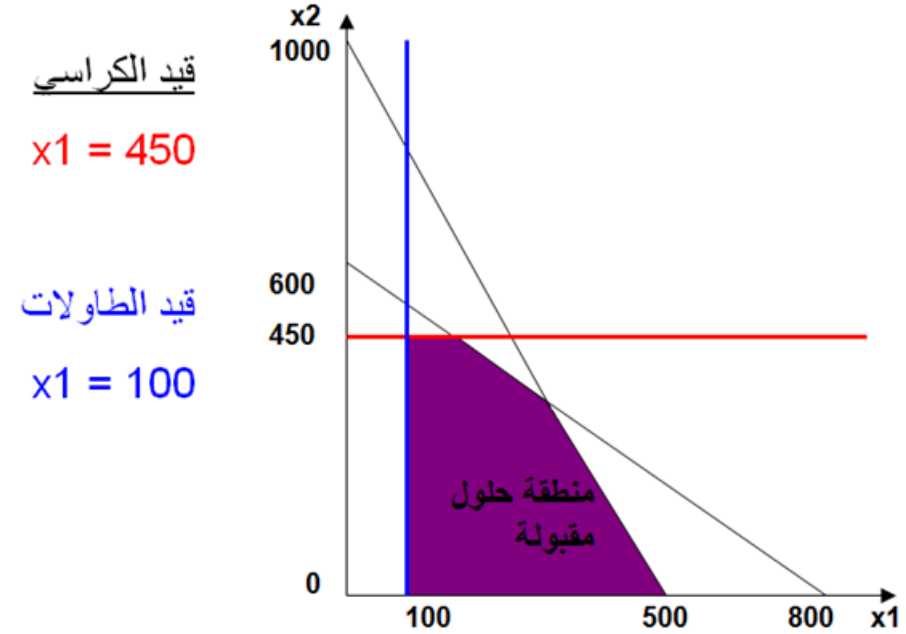
شرح القيود
MAX Z = 7 X1 + 5X2 يعني تعظيم الربح في عدد الكراسي والطاولات المصنعة
قيد النجارة معناه انه يجب الانتهاء من اعمال النجارة لعدد 450 كرسي **او اقل** و عدد 100 طاولة **او اكثر** خلال وقت **لا يزيد عن** 2400 دقيقة
قيد الطلاء معناه انه يجب الانتهاء من اعمال الطلاء لعدد 450 كرسي **او اقل** و عدد 100 طاولة **او اكثر** خلال وقت **لا يزيد عن** 1000دقيقة
قيد عدد الكراسي معناه ان المطلوب صناعة 450 كرسي أو أقل (=< أقل من أو يساوي)
قيد عدد الطاولات معناه ان المطلوب صناعة 100 طاولة أو أكثر (=< أكبر من أو يساوي)
قيد عدم السالبية معناه ان عدد الكراسي + عدد الطاولات لا يكون أقل من 0



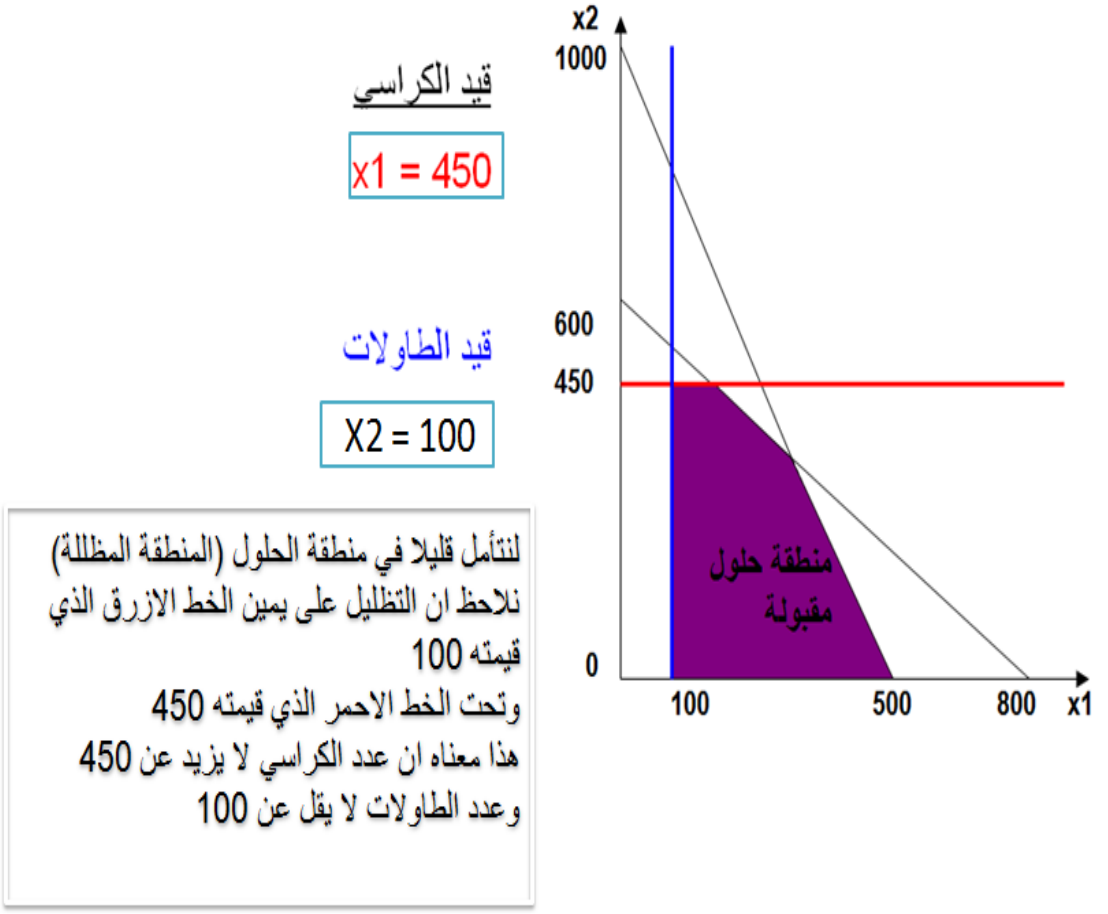
يجب ملاحظة انه
لتحديد النقطة الاولى على الرسم البياني فاننا نبدأ من الأسفل الى الأعلى
وعند تحديد النقطة الثانية نبدأ من اليسار الى اليمين



بعد رسم قيد الطلاء نقصت منطقة الحلول الممكنة



وهنا بعد تحديد عدد الكراسي وعدد الطاولات نقصت منطقة الحلول الممكنة



والشكر لله ثم لعمل الأخ/طموح شايب لما قام به من شرح لهذي الشرائح

اتمنا إذا فيه أخطاء تنبيهي او ملاحظات او استفسار عن أي نقطه

انتهت المحاضرة الرابعة بحمد الله

الأساليب الكمية

د. ملفـي الرشيـدي

ترآتيل المسآء

المحاضره الخامسة

$\max z=45x_1+65x_2$

s.t

$5x_1+15x_2 \geq 375$

$3x_1+6x_2 \geq 450$

الحل

نساوي القيود $5x_1+15x_2 = 375$

رسم الجدول

X_1	0	75
X_2	25	0

$15x_2 = 375 = x_2 = 375 \div 15 = 25$

$5x_1 = 375 = x_1 = 375 \div 5 = 75$

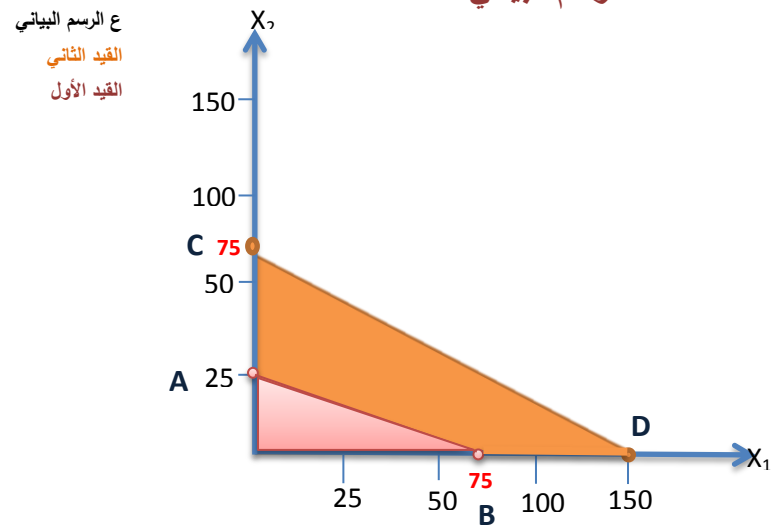
نساوي القيد الثاني $3x_1+6x_2 = 450$

X_1	0	150
X_2	75	0

$6x_2\ 450 = x_2 = 450 \div 6 = 75$

$3x_1 = 450 = x_1 = 450 \div 3 = 150$

الرسم البياني



داله الهدف برسم الجدول التالي الداله

النقاط	$Z=45X_1+65X_2$
A(0.25)	ZA=45(0)+65(25)=1625
B(75.0)	ZB=45(75)+65(0)=3375
C(0.75)	ZC=45(0)+65(75)=4875
D(150.0)	ZD=45(150)+65(0)=6750

أكبر قميه لدالة الهدف = ٦٧٥٠ وتحققت عند النقطه D (150.0)

أذن Z=6750 ، D= (150.0) ، $X_1=150$ ، $X_2=0$

أذا أعطيت البرنامج الخطي التالي :

$$\max z=6x_1+4x_2$$

$$s.t$$

$$10x_1+10x_2 \leq 100$$

$$7x_1+3x_2 \leq 42$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

اجاد الحل الأمثل لهذا البرنامج الخطي ..!

الخطوه الأولى مساوات المعادله $10x_1+10x_2 = 100$

رسم الجدول

X_1	0	10
X_2	10	0

$10x_2 = 100 \Rightarrow X_2 = 100 \div 10 = 10$

$= 100 \Rightarrow X_1 = 100 \div 10 = 10$

2- $7x_1+3x_2 = 42$

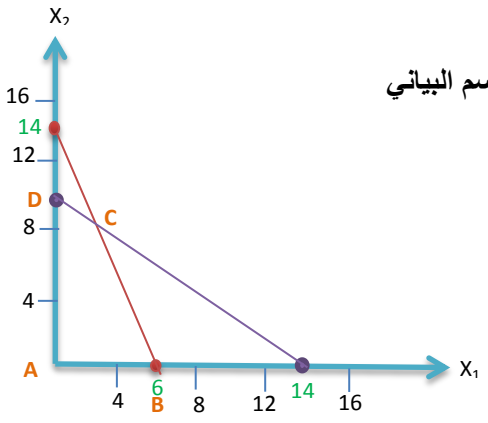
رسم الجدول

X_1	0	6
X_2	14	0

$X_2 = 42 \div 3 = 14$

$X_1 = 42 \div 7 = 6$

الرسم البياني



هنا بالرسم البياني وضح لنا جميع قيمه النقاط معادا C

ونوجد قيمه C بحل المعادلتين

$10X_1+10X_2=100$ $\times 7$

$7X_1+3X_2=42$ $\times 10$

نضرب المعادلتين بمعامل كل
بمعامل المعادله الثانيه

$70X_1+70X_2=700$

$-\quad 70X_1+30X_2=420$

$0+40X_2=280$

$X_2=280\div 40=7$

لتعويض بأحدى المعادلات لأجاد متغير X_1

$10X_1+10(7)=100$

$10X_1+70=100$

$10X_1=100-70=10X_1=30$

$X_1=30\div 10=3$

$X_1=3$

أذن لـ C= (3,7)

اجاد داله الهدف ..

النقاط	$Z=6X_1+4X_2$
A(0.0)	ZA=6(0)+4(0)=0
B(6.0)	ZB=6(6)+4(0)=36
C(3.7)	ZC=6(3)+4(7)=18+28=46
D(0.10)	ZD=6(0)+4(10)=40

الحل الامثل عند النقط C لانها اعلى قيمه

$Z=46 \quad , \quad X_1=3 \quad , X_2=7$

الأساليب الكمية

د. ملفـي الرشيـدي

ترآتيل المسآء

المحاضرة السادسة

الطريقة المبسطة Simplex Method

المؤسس: Dr. Dantzing عام 1947

وسيلة رياضية ذات كفاءة عالية في استخراج الحل الأمثل لمسائل البرمجة الخطية، بغض النظر عن عدد متغيرات المسألة.

ساعد في انتشارها إمكانية برمجة المشكلات ذات العلاقة والتوصل الى نتائج باستخدام الحاسب الآلي.

اساسيات طريقة السمبلكس

تقوم فكرة السمبلكس على وجود الحل الامثل دائما عند احد اركان منطقة الحلول الممكنة. لكن بدلاً من ميزة رؤية هذه الاركان كما يظهرها الرسم البياني، تستخدم طريقة السمبلكس

عملية التحسن التدريجي:

١. **يجب ان يكون الركن التالي مجاور للركن الحالي.**
٢. **لا يمكن ان يعود الحل في اتجاه عكسي الى ركن تم تركه.**

الشكل القياسي (الصورة القياسية) Standard Form

يعتبر الشكل القياسي من الأشكال المهمة حيث لا يمكن تطبيق الطريقة المبسطة إلا بعد تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي:

١. **تتخذ دالة الهدف صفة التعظيم أو التصغير.**
٢. **جميع القيود الموجودة على شكل متباينات تتحول الى مساواة في الشكل القياسي على الشكل التالي:**

I. **إذا كانت إشارة القيد على شكل ≥ فإننا نضيف متغير راكد الى الطرف الأيسر في القيد.**
II. **إذا كانت إشارة القيد على شكل ≤ فإننا نطرح متغير راكد من الطرف الأيسر في القيد.**
III. **جميع المتغيرات (بما فيها المتغيرات الراكدة) غير سالبة.**
IV. **نقوم بنقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر (عند Z) مع اضافة المتغيرات الراكدة بمعاملات ص**
V. **فرية مساوية لعدد القيود.**

مثـــــال

حول النموذج التالي الى الشكل القياسي.

$$\text{Max } Z = 5*X1 + 3*X2$$

s.t.

$$4\times X_1 + 3\times X_2 <= 2$$
$$2\times X_1 + X_2 >= 3$$
$$X_1, X_2 >= 0$$

- ✓ **ننقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر ليصبح:**

$$\text{Max } Z - 5\times X_1 - 3\times X_2 = 0$$

- ✓ **نضيف متغير راكد موجب مثل S1 في الطرف الايسر للقيد الأول ليصبح:**

$$4\times X_1 + 3\times X_2 + S1 = 2$$

- ✓ **نطرح متغير راكد موجب مثل S2 في الطرف الايسر للقيد الثاني ليصبح:**

$$2\times X_1 + X_2 - S2 = 3$$

نسمي S1, S2 متغيرات راكدة Slack Variables

الشكل القياسي للمثال السابق :

$$\text{Max } Z - 5\times X_1 - 3\times X_2 = 0$$

s.t.

$$4\times X_1 + 3\times X_2 + S1 = 2$$

$$2\times X_1 + X2 - S2 = 3$$

$$X_1, X_2, S1, S2 >= 0$$

المطلوب اجاد تحويل البرنامج الي برنامج (الشكل)القياسي

$$\text{Max } z=3x_1-2x_2+10x_3$$

s.t

$4x_1 - 10x_2+3x_3 \le 100$

$-3x_1+ 4x_2 \ge 80$

$X_2 - x_3 \ge 40$

$X_1 ,x_2, x_3 \ge 0$

المثال هذا يتكون من ثلاث متغيرآت مع اختلاف الاشارات المعاملات
أذا اول خطوه بالحل سوف تكون بنقل معاملات داله الهدف من
الطرف الايمين الي الايسر مع مرعاه تغير الاشارات

الحل يبدأ

Max $z -3x_1+2x_2-10x_3 = 0$

s.t

$4x_1 - 10x_2+3x_3 + S_1 = 100$

$-3x_1 + 4x_2 - S_2 = 80$

$x_2 +x_3 - S_3 = 40$

$X_1 ,x_2, x_3 ,s_1,s_2,s_3 \ge 0$

القيد الاول $4x_1 - 10x_2+3x_3 \le 100$

الخطوه الثانيه النظر الي اشارات القيود نجد ان $\le$ هنا سوف
يضاف راكد اول هو S_1 لتخلص من المتباينه الاولى

القيد الثاني$-3x_1+ 4x_2 \ge 80$

هنا الاشاره $\ge$ سوف يطرح راكد الثاني s_2 لتخلص من المتباينه

القيد الثالث $X_2 - x_3 \ge 40$
لا يوجد معامل لـx_1 اذا فهو صفر وسوف نطرح راكد S_3
لتخلص من المتباينه مع ترتيب القيد

خطوات الحل باستخدام طريقة السمبلكس

- **اولاً:** تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form
- **ثانياً:** تفريغ المعاملات الواردة في النموذج القياسي في جدول يطلق عليه جدول الحل الابتدائي (الأولي).

المتغيرات الاساسية .Basic Var	المتغيرات غير الاساسية X1 X2 … Xm	S1 S2 … Sn	الثابت Solutions
S1	a11 a12… a1m	1 0 … 0	b1
S2	a21 a22 … a2m	0 1 … 0	b2
:	: : :	: : :	:
Sn	an1 an2 anm	0 0 1	bn
Z	c1 c2 … cm	0 0 …0	0

معاملات القيد ١,٢,٣...القيد الاخير sn

Z مع الصف تمثل داله الهدف

تمثل معامل المتغيرات بالقيود

مصفوفات قطريه اذا كان ١ فهو اضيف واذا كان بـ سالب ١ فهو طرح

هو طرف ثابت الذي يكون ع يمين اشاره المساواه

مثال

Max $z =10x_1-3x_2$

s.t

$4x_1 + 3x_2 \leq 12$

$x_1 + 5x_2 \leq 10$

$x_1 \geq 2$

$Max \quad z - 10x_1 + 3x_2 = 0$

s.t

$4x_1 + 3x_2 + s_1 = 12$

$x_1 + 5x_2 + s_2 = 10$

$x_1 - s_3 = 2$

$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$

- ١- تحويل جميع عناصر z للاتجاه الاخر مع تغيير الاشاره
- ٢- ثم اضافه الراكد لكل قيد
- ٣- نشكل الجدول الأولى بناء ع البيانات
- ٤- نرتب المعاملات x وَ s اما الاصفار لعدم وجود معاملات لها وضحتها بالاسهم بأول قيد

متغيرات اساسيه	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	الثابت
S_1	4	3	1	0	0	12
S_2	1	5	0	1	0	10
S_3	1	0	0	0	-1	2
z	-10	3	0	0	0	0

الحل الأمثل لوجود –

ثالثاً: التحقق من الأمثلية

يتم الحكم من خلال النظر الى صف z فإذا كانت جميع قيم المعاملات في هذا الصف صفريه اوموجبه فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل.

أما اذا كان هناك على الاقل معامل واحد سالب فهذا يعني ان هناك مجال لتحسين الحل،

رابعاً: تحسين الحل: تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج

- المتغير الداخل:

في مسائل التعظيم، المتغير الداخل هو المتغير الذي له أكبر معامل سالب في دالة الهدف في جدول الحل.
ويطلق عليه العمود المحوري Pivot Column

- المتغير الخارج:

يتحدد عن طريق قسمة عمود الثوابت على القيم المناظرة لها في العمود المحوري مع إهمال المتغيرات ذات القيم السالبة او الصفرية. ويكون المتغير الخارج هو ذلك المتغير في الصف الذي يتضمن أقل خارج قسمة.
ويطلق عليه صف الارتكاز Pivot equation.

- نطلق على صف المتغير الخارج اسم معادلة الارتكاز. كما نطلق أسم "عنصر الارتكاز (العنصر المحوري)" pivot element على نقطة تقاطع العمود الداخل مع الصف الخارج

- نبتدي بتكوين الحل الاساسي الجديد بتطبيق طريقة "جاوس جوردان Gauss-Jordan" و التي تقوم على نوعين من العمليات الحسابية:

خامساً: تكوين الجدول الجديد

النوع ١ (معادلة الارتكاز)

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

النوع ٢ (كل المعادلات الاخرى بما فيها z).

معاملها معادلة

المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة – في العمود * الارتكاز

الداخل الجديدة

- **ملاحظات:**

عمليات النوع الاول: ستجعل من عنصر الارتكاز يساوي ١ في معادلة الارتكاز الجديدة.

عمليات النوع الثاني: ستجعل كل المعاملات الاخرى في العمود الداخل مساوية للصفر.

تمثل نتائج كلا النوعين من العمليات الحسابية الحل الاساسي الجديد من خلال احلال المتغير الداخل في كل المعادلات الاخرى ما عدا معادلة الارتكاز

بسم الله الرحمن الرحيم

الأساليب الكميــة في الإدارة1436/1435

د/ملفي الرشيدي

المحاضرة السابعة :

المثال الاول ::

اوجد الحل الامثل للبرنامج الخطي باستخدام السمبلكس

Max z = 2x1+3x2

s.t

X1+2x2=<20

X1+x2=<12

X1,x2=>0

خطوات الحل ::

الخطوة الاولى : نبني الشكل القياسي ..

Max z - 2x1-3x2=0

ننقل قيم الطرف الايمن الى الطرف الايسر مع تحويل الاشارات واضافة صفر

s.t

X1+2x2+s1 = 20

نضيف متغير راكد اول للتخلص من المتباينة وحذف علامة اصغر واستبدالها بالموجب

X1+x2 +s2= 12

نضيف متغير راكد ثاني ايضاً

نضيف المتغيرات الراكدة الاس 1 والاس2 X1,x2,s1 ,s2=>0

الخطوة التالية ::

نفرغ المعاملات في جدول ..

من القيد الاول : X1+2x2+s1 = 20 نستخرج قيم المتغيرات X1=1, x2=2,s1=1,s2=0,

من القيد الثاني : X1+x2 +s2= 12 نستخرج قيم المتغيرات X1=1, x2=1,s1=0,s2=1,

ملاحظة : لعدم وجود اس 2 في القيد الاول نضع له صفر ، وعدم وجود اس 1 في القيد الثاني نضع قيمته 0 .

		هو المتغير الداخل ويسمى المحوري				
متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	ثابت او طرف ايمن	تحديد المتغير الخارج
S1	1	2	1	0	20	10=2/20
S2	1	1	0	1	12	12=1/12
Z	-2	-3	0	0	0	ونختار اقل قيمة هي 10 فهو المتغير الخارج ويسمى صف الارتكاز او معادلة الارتكاز
اذا كان z فيه قيمة سالبة 1 فهناك امكانية لتحسين الحل ونستمر في تطبيق الخطوات						

*** كيف نحدد المتغير الداخل ::**

في صف z اكبر معامل سالب هو العامود المتغير للداخل ... -3

*** كيف نحدد المتغير الخارج ::**

قاعدتها : نقسم عامود الثوابت على القيم المناظرة لها في العامود المحوري ، واستبعاد القيم السالبة والصفرية وصف z ايضاً .

ملاحظة ::تقاطع العامود المحوري مع صف الارتكاز عند رقم 2 فهو العنصر المحوري

الخطوة التالية ::

نكون جدول جديد بالمعطيات الجديدة ..

*** نستبدل s1 لانه متغير خارج ونضع بدلاً منه x2 لأنه المتغير الداخل**

مهم : كيف نستخرج الصف الجديد x2 باستخدام ::

القانون الاول :: قسمة عناصر صف الارتكاز من الجدول السابق(s1) على العنصر المحوري وهو 2

S1	1	2	1	0	20
X2الجديدة	0,5=2/1	1=2/2	0,5=2/1	0=2/0	10=2/20

الجدول الثاني بعد تطبيق القوانين	ثابت	S2	S1	X2	X1	متغيرات اساسية
	10	0	0,5	1	0,5	X2
	2	1	-0,5	0	0,5	S2
	30	0	1,5	0	-0,5	Z

القانون الثاني :: لاستخراج قيمة s2&Z ....

قيمة S2الجديدة = S2 القديمة – معاملها (معناه الرقم الخاص ب s2في العامود المحوري) مضروب في معادلة الارتكاز الجديدة (وهو x2)

S2 القديم	1	1 معاملها	0	1	12
نقوم بضرب X2 في المعامل 1 يعطي نفس الناتج ،	0,5	1	0,5	0	10
ثم عملية الطرح	0,5	0	-0,5	1	2

نفس القانون يطبق على z

قيمة Z الجديدة = Z القديمة – معاملها (معناه الرقم الخاص ب Z في العامود المحوري (-3)) مضروب في معادلة الارتكاز الجديدة (وهو x2)

X2	0,5	1	0,5	0	10

وعند تفصيل القانون نجد ان (-3) المعامل لـ Z وعلامة السالب للقانون

فلها طريقتين للحل ... نضرب سالب في السالب فيعطي +3 ، او نقوم بضرب -3 في صف x2

نستخدم الطريقة الثانية ::

0	0	0	3- معاملها	-2	Z القديمة
(-3)*(10)	(-3)*(0)	(-3)*(0,5)	(-3)*(1)	(-3)*(0,5)	نطبق باقي القانون –معامل zوهو 3- مضروب في الارتكاز الجديدة وهو x2
-30	0	-1,5	-3	-1,5	الناتج لصف X2
(0)-(-30)	0-0	(0)-(-1,5)	(-3)-(-3)	(-2)-(-1,5)	باقي القانون zالقديمة ناقص x2
30	0	1,5	0	2- في السالب =+2 ناقص 1,5 = 0,5-	الناتج لصف Z
					نراعي قانون الاشارات

ننظر الى الجدول الثاني بعد كتابة كل القيم ... في صف Z هل وصلنا الى الحل الامثل ...

Z	-0,5	0	1,5	0	30

لوجود السالب فهناك تحسين للحل ....

فنكرر نفس الخطوات والقوانين ....

	متغير الداخل					
متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	ثابت	تحديد المتغير الخارج او الارتكاز
X2	0,5	1	0,5	0	10	20=0,5/10 أي الرقم يتضاعف عند قسمته على 0,5
S2	0,5	0	-0,5	1	2	4=0,5/2 هو المتغير الخارج لأنه القيمة الاقل
Z	-0,5	0	1,5	0	30	

*** كيف نحدد المتغير الداخل ::**

في صف zاكبر معامل سالب هو العامود المتغير للداخل .. ولعدم وجود الا سالب واحد فلا مفاضلة -0,5.

*** كيف نحدد المتغير الخارج ::**

قاعدتها : نقسم عامود الثوابت على القيم المناظرة لها في العامود المحوري ، واستبعاد القيم السالبة والصفرية وصف z ايضاً .

نخرج صف s2 المتغير الخارج ونستبدله بالمتغير الداخل x1 .

نطبق نفس القوانين السابقة لاستخراج قيم الجدول الجديد ::

القانون الاول :: لإخراج قيمة x1 :: قسمة عناصر صف الارتكاز من الجدول السابق (s2) على العنصر المحوري وهو 0,5

S2	0,5	0	-0,5	1	2
عند قسمتها على نصف وهو العنصر المحوري يضاعف العدد	1=0,5/0,5	0=0,5/0	-1=0,5/(-0,5)	2=1/0,5	4=0,5/2

القانون الثاني :لإخراج قيمة X2 الجديدة = x2 القديمة – معاملها (معناه الرقم الخاص بx2 في العامود المحوري وهو 0,5) مضروب في معادلة الارتكاز الجديدة (وهو هنا x1)

	X2	0,5	1	0,5	0	10	هنا قيم x2 القديمة من الجدول السابق
نضرب 0,5 في صف الارتكاز	X1	1	0	-1	2	4	هنا قيم x1 من الجدول الجديد بالاسفل
	=	0,5	0	-0.5	1	2	نطبق القانون ضرب المعامل في الارتكاز
الناتج هو قيم x2 الجديدة تكتب بالجدول النهائي	=	0	1	1	-1	8	باقي القانون طرح المعامل من x2 القديمة

ونكرر القانون الثاني لايجاد z الجديدة ..

= z القديمة – معاملها (معناه الرقم الخاص بـ z في العامود المحوري وهو 0,5 -) مضروب في معادلة الارتكاز الجديدة (وهو هنا x1)

	Z	-0,5	0	1,5	0	30	هنا قيم z القديمة من الجدول السابق
ضرب المعامل 0,5- في الصف الارتكازي	X1	1	0	-1	2	4	هنا قيم x1 من ناتج القانون الاول
	=	(1)*(-0,5) -0,5=	0*(-0,5) 0=	(-1)*(-0,5) 0,5=	2*(-0,5) -1=	4*(-0,5) -2=	الناتج نطرحه من z القديمة
	z	0	0	1	1	32	هنا قيمة z الجديدة

مهم :: يجب الانتباه لقانون الاشارات فعند طرح (-0,5) – (-0,5) = 0 لان ضرب سالب 0,5 في السالب يعطينا موجب 0,5 ثم طرحه من سالب 0,5 فتصبح النتيجة صفر ....

الجدول النهائي ....

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	ثابت
X2	0	1	1	-1	8
X1	1	0	-1	2	4
Z	0	0	1	1	32

ننظر لقيم الصف z فهل توصلنا للحل الامثل ؟

لعدم وجود السالب في صف Z فنعم توصلنا للحل

نفسر القيم :: ماهي قيمة z دالة الهدف العظمى ؟

Z = 32 اكبر رقم في صف Z

ماهي النقاط التي تحققت عندها هذه الدالة ؟

X1=4.....x2=8 (4,8)

سيضاف المثال الثاني ... الى المحاضرة الثامنة لتفصيل الحل

ارجو منكم دعوة كريمة ..... وتوجيهي في حال الخطأ ...

اختكم طرطيعة

بسم الله الرحمن الرحيم

الأساليب الكميــة في الإدارة1436/1435

د/ملفي الرشيدي

المحاضرة الثامنة ....

مثال رقم 2 تابع من نهاية السابعة

لدينا البرنامج الخطي ....

Max Z = 6x1+8x2

s.t

30x1+20x2<=300

5x1+10x2<=110

X1,x2>=0

أ - اكتب الشكل القياسي لهذا البرنامج الخطي ؟

خطوات حل البرنامج الخطي ::

الخطوة الاولى ... في دالة الهدف نقوم بنقل الطرف الايمن الى الطرف الايسر مع تغيير الاشارة ووضع صفر .....

Max Z -6x1-8x2 = 0

الخطوة الثانية ... التخلص من المتباينة (< >) بإضافة متغير راكد للقيد الاول والثاني (s1,s2) ، مع مراعاة الاشارات .

30x1+20x2+s1=300

5x1+10x2+s2 =110

X1,x2,s1,s2 >=0

ب – استخدم الجدول التالي لايجاد الحل الابتدائي ؟

ج – حدد المتغير الداخل والمتغير الخارج والعنصر المحوري ؟

الخطوة الثالثة ... نفرغ القيود في الجدول ونضع قيم المتغيرات ونحدد المتغير الداخل والخارج او صف الارتكاز

قيمة اكس 1 في المتغير الراكد الاول = 30 , وقيمة اكس 2 = 20 , واس 1 = 1 , ولعدم وجود اس 2 فتأخذ القيمة 0 , والطرف الثابت = 300 .

30x1+20x2+s1=300

		متغير داخل				
	طرف ثابت	S2	S1	X2	X1	متغيرات اساسية
300/20=15	300	0	1	20	30	S1
110/10=11	110	1	0	10	5	S2
اقل قيمة هو المتغير الخارج	0	0	0	-8	-6	Z

*** لوجود قيم سالبة في صف Z فهناك مجال لتحسين الهدف ...نختار المعامل الاكبر في السالب ...**

الخطوة الثالثة لها ثلاثة اقسام ...

- لتحديد المتغير الداخل : بمجرد النظر للجدول نبحث عن اكبر قيمة سالبة في دالة الهدف هنا (-8) اذن عامود اكس 2 هو المتغير الداخل

Z	-6	-8	0	0	0

- المتغير الخارج :: قسمة العامود الثابت على القيمة في العامود المحوري [المتغير الداخل] واستبعاد صف Z والقيم الصفرية والسالبة .... ونأخذ اقل قيمة

العنصر المحوري :: هي القيمة التي يتقاطع عندها عامود المتغير الداخل وهو x2 مع المتغير الخارج وهو s2 (10) .

الخطوة الرابعة :: نقوم بكتابة جدول جديد بالمعطيات الجديدة ، اضافة المتغير الداخل x2 وحذف المتغير الخارج s2 . ولها قانونين ...

القانون الاول : لإيجاد معادلة ارتكاز جديدة لصف (x2) = صف الارتكاز القديم (s2) ÷ العنصر المحوري (10) .

110	1	0	10	5	S2
110/10=11	10/1-0.1	10/0=0	10/10=1	5/10=0.5	الناتج قيمة x2 وينقل للجدول الجديد بالأسفل

القانون الثاني :: يبقى لدينا قيم (s1.Z) ويطبق عليها القانون التالي ::

S1 الجديدة = s1 القديمة – معاملها * معادلة الارتكاز الجديدة

S1	30	20	1	0	300

ناقص معاملها وهو التقاطع بين صف المتغير الداخل والخارج (20) ..

الارتكاز الجديدة	X2	0.5	1	0	0.1	11
= قيمة s1الجديدة	-(20)	20	0	1	-2	80

استخدام الحاسبة لسهولة استخراج النتيجة ...

ونكرر الخطوات لاستخراج قيمة Z الجديدة ...

Z الجديدة = Z القديمة – معاملها * معادلة الارتكاز الجديدة

Z	-6	-8	0	0	0

ناقص معاملها وهو التقاطع بين صف المتغير الداخل والخارج (8-) ..

الارتكاز الجديدة	X2	0.5	1	0	0.1	11
= قيمة Z الجديدة	(-8)	-2	0	0	0.8	88

ونكتب النواتج في الجدول النهائي ...

	متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	طرف ثابت
	S1	20	0	1	-2	80
معادلة الارتكاز الجديدة	X2	0.5	1	0	0.1	11
	Z	-2	0	0	0.8	88

نلاحظ :: تغير الدالة في صف Z من 0 الى 88 ... (0,11) , z=88

دالة اكس 1 غير موجودة في الجدول النهائي فتأخذ الصفر ... واكس 2 =11

فهنا حّسنا دالة الهدف Z من صفر في الجدول السابق الى 88 في الجدول الحالي .

هل هناك مجال لتحسين الحل ؟

نعم ... لوجود قيمة سالبه في دالة الهدف ...

ولا توجد مفاضلة لا نه لا يوجد الا سالب واحد فقط 2- .... فهو المتغير الداخل

نكرر نفس الخطوتين الثالثة والرابعة ...

الخطوة الثالثة لها ثلاثة اقسام ...

- لتحديد المتغير الداخل : بمجرد النظر للجدول نبحث عن اكبر قيمة سالبة في دالة الهدف هنا (2-) اذن عامود اكس 1 هو المتغير الداخل

Z	-2	0	0	0,8	88

- المتغير الخارج :: قسمة العامود الثابت على القيمة في العامود المحوري [المتغير الداخل] واستبعاد صف Z والقيم الصفرية والسالبة .... ونأخذ اقل قيمة فصف s1 هو المتغير الخارج

=	X1		طرف ثابت
4 هنا اقل قيمة	20	قسمة	80
22	0,5		11

العنصر المحوري :: هي القيمة التي يتقاطع عندها عامود المتغير الداخل وهو x1 مع المتغير الخارج وهو s1 (20) .

الخطوة الرابعة :: نقوم بكتابة جدول جديد بالمعطيات الجديدة ، اضافة المتغير الداخل x1 وحذف المتغير الخارج s1 . ولها قانونين ...

القانون الاول : لإيجاد معادلة ارتكاز جديدة لصف (x1) = صف الارتكاز القديم (s1) ÷ العنصر المحوري (20)

S1	20	0	1	-2	80	
÷(20)	1	0	0,05	0,1-	4	قيمة x1الجديدة

القانون الثاني :: يبقى لدينا استخراج قيم (Z, x2) ويطبق عليها القانون التالي ::

X2 الجديدة = x2 القديمة – معاملها * معادلة الارتكاز الجديدة

X2 القديمة	0.5(ناقص معاملها)	1	0	0.1	11
ضرب الارتكاز الجديدة x1	1	0	0,05	-0,1	4
= قيمة x2الجديدة	0	1	0,099	0,095	7

استخدام الحاسبة لسهولة استخراج النتيجة والتأكد منها ...اخطأ الدكتور في كتابة النتائج ، ولم اغيرها حتى لا يشكل علينا ...لان المهم , x1,x2وهي صحيحة ... اعتذر

نكرر القانون لاستخراج قيمة z

Z الجديدة = Z القديمة – معاملها * معادلة الارتكاز الجديدة

Z القديمة	-2(ناقص معاملها)	0	0	0,8	88
ضرب الارتكاز الجديدة x1	1	0	0,05	-0,1	4
= قيمة Z الجديدة	0	0	0,1	1	96

نفرغ ناتج القانونين السابقين في الجدول النهائي لنا بعد استخراج كافة القيم ....

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	طرف ثابت
X1	1	0	0.05	-0,1	4
X2	0	1	0,099	0,095	7
Z	0	0	0,1	1	96

بالنظر الى دالة الهدف Z لا يوجد قيم سالبة اذن توصلنا للحل الامثل ...

نفسر القيم ...

x2=7 x1=4 Z=96

وهذه القيم اكبر تعظيم للدالة

Max Z=6x1+4x2+5x3

s.t

x1+x2+2x3<=12

x1+2x2+x3<=12

2x1+x2+x3<=12

X1,x2>=0

أ – اكتب الصيغة القياسية لهذا البرنامج الخطي ؟

خطوات الحل ::

اربع خطوات متبعه للحل ...

الخطوة الاولى ... في دالة الهدف نقوم بنقل الطرف الايمن الى الطرف الايسر مع تغيير الاشارة ووضع صفر ..... **Max Z-6x1-4x2-5x3=0**

الخطوة الثانية ... التخلص من المتباينة (> <) بإضافة متغير راكد للقيد الاول والثاني والثالث (s1,s2,s3) ، مع مراعاة الاشارات .

x1+x2+2x3+s1=12

x1+2x2+x3+s2=12

2x1+x2+x3+s3=12

X1,x2,x3,s1,s2,s3>=0

ب- استخدم الجدول التالي لايجاد جدول الحل الابتدائي ؟

ج – على نفس الجدول حدد المتغير الداخل والخارج والعنصر المحوري ؟

الحل :

نقوم بإفراغ قيم المتغيرات في الجدول

	طرف ثابت	S3	S2	S1	X3	X2	X1	متغيرات اساسية
12=1÷12	12	0	0	1	2	1	1	S1
12=1÷12	12	0	1	0	1	2	1	S2
6=2÷12	12	1	0	0	1	1	2	S3
الخارج	0	0	0	0	-5	-4	-6	Z
							المتغير الداخل	

الخطوة الثالثة لها ثلاثة اقسام ...

- لتحديد المتغير الداخل : بمجرد النظر للجدول نبحث عن اكبر قيمة سالبة في دالة الهدف هنا (X1) اذن عامود اكس 1 هو المتغير الداخل

- المتغير الخارج :: قسمة العامود الثابت على القيمة في العامود المحوري [المتغير الداخل] واستبعاد صف Z والقيم الصفرية والسالبة .... ونأخذ اقل قيمة فصف هو المتغير الخارج s3

مهم :: لو اصبح لدينا في ناتج القسمة رقمين مكرره وهي اصغر قيمة لنا حرية الاختيار بين أي صف فمثلاً لو تكرر 12 , 6 , 6 ... فالاختيار متاح بين ايهما ، وكذلك في صف Z .

العنصر المحوري :: هي القيمة التي يتقاطع عندها عامود المتغير الداخل وهو x1 مع المتغير الخارج وهو s3 (2) .

نقوم الان بكتابة جدول جديد بالمعطيات الجديدة بالمتغير الداخل والخارج وتطبيق قوانين الخطوة الرابعة .

الخطوة الرابعة ::

ولها قانونين ...

القانون الاول : لإيجاد معادلة ارتكاز جديدة لصف (x1) = صف الارتكاز القديم (s3) ÷ العنصر المحوري (2) مثال : 2÷2=1 وهكذا على كامل صف s3

القانون الثاني :: يبقى لدينا استخراج قيم (s1.s2.Z) ويطبق عليها القانون التالي ::

S1 الجديدة = s1 القديمة – معاملها * معادلة الارتكاز الجديدة

مثال : معاملها 1 .... = 1 – 1*(1) =0 وهكذا على باقي الصف

S2 الجديدة = s2 القديمة – معاملها * معادلة الارتكاز الجديدة

معاملها 1 ..... = 1 – (1) * 1= 0

Z الجديدة = Z القديمة – معاملها * معادلة الارتكاز الجديدة

(-6)– (6-) *1=0

بالنظر لصف Z نجد قيمتين سالبة .... اذن هناك مجال لتحسين الحل ...

نكرر الخطوة الثالثة والرابعة ....

	متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	ثابت
الارتكاز الجديد	X1	1	0,5	0,5	0	0	0,5	6
	S1	0	0,5	1,5	1	0	-0,5	6
	S2	0	1,5	1,5	0	1	-0,5	6
	Z	0	-1	-2	0	0	3	36

حل سريع ... بالنظر لأكبر قيمة سالبة هي 2- ... و x3 هو المتغير الداخل ...

المتغير الخارج = قسمة الطرف الثابت على القيمة في العامود المحوري ، ونأخذ القيمة الاقل

12=0,5÷6 4=1,5÷6 4=1,5÷6

لنا حرية الاختيار بين S1,S2

نختار S1 ليكون المتغير الخارج ،،،،،،، والعنصر المحوري = 1,5

نكتب جدول جديد بالقيم الجديدة واستبدال المتغير الخارج بالداخل ....

القانون الاول : لإيجاد معادلة ارتكاز جديدة لصف (x3) = صف الارتكاز القديم ÷ العنصر المحوري (1,5)

القانون الثاني :: يبقى لدينا استخراج قيم (x1.s2.Z) ويطبق عليها القانون التالي ::

x1 الجديدة = x1 القديمة – معاملها * معادلة الارتكاز الجديدة

ثابت	S3	S2	S1	x3	x2	X1	م اساسية
4	0,35	0	0	0,35	0,35	0,67	X1
4	0,33	0	0	0,33	0,33	0,66	X3
0	-0,95	1	0	1,05	1,05	-0,99	S2
44	3,66	0	0	-1,34	-0.34	1,32	Z

وهناك مجال لتحسين الحل لوجود السالب في صف Z ....

ونقوم بالتكرار للخطوات الثالثة والرابعة ....

حل التمرين هو مجهود شخصي ... ارجو توجيهي في حال الخطأ

بسم الله الرحمن الرحيم

الأساليب الكميــة في الإدارة1436/1435

(دكتور العطاء) د/ملفي الرشيدي

المحاضرة التاسعة:

تحليل القرارات

تحليل القرار Decision Analysis يساعد على اتخاذ القرار وذلك بإختيار قرار(بديل) من مجموعة من القرارات(البدائل) Alternatives الممكنة تحت ظروف معينة عندما يكون هناك عدم تأكد Uncertainity.

1. **تحديد المشكلة.**
2. **تحديد البدائل المختلفة لحل المشكلة تمهيدا لاختيار إحداها.**
3. **تحديد بعض الأهداف والتي عليها يترتب المفاضلة بين البدائل المختلفة.**
4. **دراسة البدائل المطروحة لاختيار أفضلها في ظل الإمكانات المتاحة.**
5. **تحديد المناخ الذي يُتخذ في ظله القرار وما يتضمنه من اعتبارات**

مثل:

- **شخصية متخذ القرار مثل الشخصية التفاؤلية أو التشاؤمية.**
- **الظروف المحيطة بعملية اتخاذ القرار : التأكد والمخاطرة، أو عدم التأكد.**
- **المتغيرات البيئية الخارجة عن نطاق السيطرة.**

جدول العوائد (Payoff table) :

- البدائل: عبارة عن مجموعة الأساليب و الطرق التي تمكن متخذ القرار من تحقيق أهدافه Alternatives(Actions) ونرمز له $a_1, a_2, \dots, a_n$
- الطبيعة او الحالة الفطرية للظروف التي تواجه متخذ القرار State of Nature و نرمز له

$$S_1, S_2, \dots, S_k$$

- الاحتمالات الخاصة بإمكانية حدوث كل حالة Probability
- النتائج المتحققة-العائد- من احتمال حدوث كل حالة طبيعة Payoff و نرمز له

$$\Pi_{ij}$$

		State of Nature (حالة الطبيعة)				
Action (الفعل)		S_1	S_2	S_3	…	S_k
	a_1	π_{11}	π_{12}	π_{13}	…	π_{1k}
	a_2	π_{21}	π_{22}	π_{23}	…	π_{2k}
	a_3	π_{31}	π_{32}	π_{33}	…	π_{3k}
	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
	a_n	π_{n1}	π_{n2}	π_{n3}	…	π_{nk}

مثال على تحليل القرارات و جدول العوائد:

يتضمن عملية اتخاذ القرارات عدة خطوات كما ذكر سابقا:

1- تحديد المشكلة فعلى سبيل المثال قد تواجه شركة ما مشكلة توسيع خط الإنتاج وزيادة إنتاجيتها لتغطية احتياجات السوق المختلفة.

2- هنا تبدأ الإدارة العليا في الشركة تحديد الإستراتيجيات أو البدائل من أجل مواجهة هذه المشكلة وقد يكون أمامها البدائل الآتية :

على سبيل المثال:

- **توسيع المصنع الحالي.**
- **بناء مصنع جديد بطاقات إنتاجية كبيرة.**
- **التعاقد مع منظمة أخرى لتلبية الطبيات الداخلية.**

3- بعد ذلك تعمل الإدارة العليا بترتيب قائمة لتحديد الاتجاهات المستقبلية والتي ممكن وقوعها، والتي عادة تكون خارجة عن نطاق سيطرة متخذي القرار. أما بالنسبة للإدارة فقد تكون أكثر الحالات الطبيعية أو الأحداث المستقبلية المؤثرة هي الحالات الخاصة بحجم الطلب على المنتج. فقد يحصل إن يكون حجم الطلب عالي High demand أو متوسط Moderate demand و الذي قد ينتج نتيجة قبول الزبون للمنتج وحصول منافسة عالية. أو يحصل إن يكون حجم الطلب منخفض لتغير نظرة الزبون للمنتج أو وجود منتج بديل.

4- ومن ثم تعمل الإدارة على إعداد قائمة للعوائد أو الأرباح التي يمكن تحقيقها في ظل الإستراتجيات والحالات المختلفة (جدول العوائد)

البدائل والإستراتيجيات Alternative Strategies	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج) State of nature			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

5- بعد ذلك تعمل الإدارة على اختيار وتطبيق نموذج نظرية القرار. و تعتمد أنواع القرار الإدارية على مقدار المعلومات أو المعرفة حول الحالة المعنية باتخاذ القرار.

لذا يمكن تصنيف القرارات في المنظمة إلى:

- القرارات في حالة التأكد Decisions under certainty
- القرارات في حالة عدم التأكد Decisions under uncertainty
- القرارات في حالة المخاطرة Decisions under risk

معايير اتخاذ القرار فى ظل عدم التأكد :

- يكون متخذ القرار هنا على معرفة بحدوث حالات الطبيعة، ولكن تنقصه المعلومات بشأن احتمالات وقوعها ومثال ذلك القرار الخاص بإنتاج منتج جديد.
- في ظل هذه الظروف لابد من الاستعانة بمعيار معين لاختيار الإستراتيجية وإقرار المناسب، ومن بين المعايير المستخدمة لمساعدة متخذ القرار الآتي:

أ- معيار أقصى الأقصى (المتفائل) (Maximax criterion)

ب- معيار أقصى الأدنى (المتشائم) (Maximin criterion)

ج- معيار الندم (ادني الأقصى) (Minimax Regret criterion)

أ- معيار أقصى الأقصى Maximax

- يوفر هذا المعيار لمتخذ القرار لاختيار البديل الأفضل ويطلق عليها بالإستراتيجية التفاؤلية (Optimistic strategy).إذ يتم اختيار أقصى الممكن من الأرباح لكل بديل، ثم نختار المكسب الأكبر ضمن هذه المجموعة (الحد الأقصى للحدود القصوى في حالة الربح).
- يطبق معيار أقصى الأقصى (الإستراتيجية التفاؤلية) كما في المثال التالي:

البدائل و الإستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)				الأقصى في الصفوف
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب	
التوسع	30	15	-15	-23	30
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60	50 أقصى الاقصى
التعاقد	20	10	-1	-5	20

ب- معيار أقصى الأدنى Maximin

- يطلق عليه في بعض الأحيان معيار (Wald) أي الإستراتيجية التشاؤمية (Pessimistic strategy) ، وفي هذه الظروف يحاول متخذ القرار تفادي الخسائر المحتملة من خلال اختيار أسوأ النتائج ومن ثم يتم اختيار أفضلها. (الحد الأقصى للحدود الدنيا في حالة الربح).
- يبين الجدول التالي كيفية تطبيق هذا المعيار.

طرطيعة – Abo Rahma

البدائل و الإستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)				الأقصى في الصفوف
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب	
التوسع	30	15	-15	-23	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60	-60
التعاقد	20	10	-1	-5	-5 أقصى الادنى

معايير اتخاذ القرارات في حالة عدم التأكد

معيار **أقصى الأقصى (MAXIMAX)**
(الاستراتيجية التفاؤلية)
نبحث عن اكبر قيمة في الصفوف
فنجده 50 وهو في صف البديل "بناء مصنع جديد"
فيكون بناء مصنع جديد هو البديل المناسب

البدائل والإستراتيجيات Alternative Strategies	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج) State of nature			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

معيار **أقصى الأدنى (MAXIMIN)**
(الاستراتيجية التشاؤمية)
نبحث عن أصغر قيمة في كل صف
فنجده 23- في البديل "التوسع"
و60- في البديل "بناء مصنع جديد"
و 5- في البديل "التعاقد"
ثم نأخذ اكبر رقم من هذه الارقام الثلاثة وهو (5-)
فيكون التعاقد هو البديل المناسب

ج- معيار الندم/الأسف (أدنى الأقصى) Minimax Regret

- يطلق عليه معيار (Savage) او الفرصة الضائعة و يُفترض فيه إن متخذ القرار قد يندم على القرار الذي يتخذه، وعليه فإنه يحاول تقليل قيمة الندم أو الفرصة الضائعة، ويمكن تحديده بمقدار الفرق بين ما يفترض اختياره وما تم اختياره فعلا.

أما عن خطوات الحل فهي كالآتي:

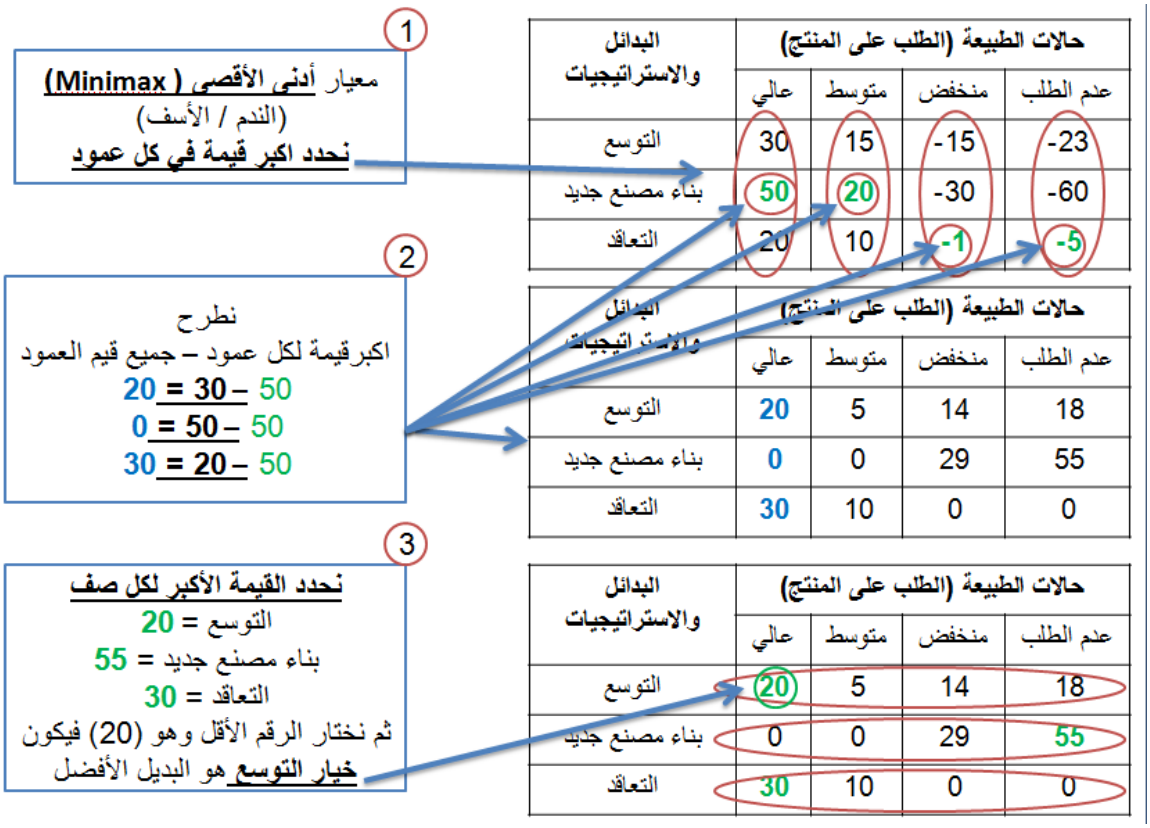
1- في البداية يتم تحديد أعلى قيمة لكل حالة من حالات الطبيعة، ومن ثم إيجاد الفرصة الضائعة من خلال حساب الفرق بين أعلى قيمة وكل قيمة لهذه الحالة.

2- تحديد أقصى قيمة للندم لكل بديل او إستراتيجية.

3- اختيار البديل ذو القيمة الأقل في المجموعة.

الجدول التالي يمثل العوائد بآلاف الدولارات، المطلوب تطبيق معيار الندم لاتخاذ أفضل قرار.

البدائل والإستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5



4- معايير اتخاذ القرار فى ظل المخاطرة :

- في هذه الظروف يكون متخذ القرار على علم باحتمال وقوع كل حالة من حالات الطبيعة، إذ تستخرج هذه الاحتمالات من سجلات الماضي أو من خلال حكم متخذ القرار فيها.
- توجد عدة معايير مساعدة وتسهل عملية اتخاذ القرار في حالة المخاطرة. مثل:

أ- معيار القيمة المتوقعة (Expected value criterion) ويطلق عليها أيضا بمعيار (Expected Monetary Value) حيث يتطلب هذا المعيار حساب القيمة المتوقعة لكل بديل والذي هو مجموع أوزان هذه البدائل، إذ تمثل الأوزان بحاصل ضرب الأرباح أو التكاليف بالاحتمالات المقابلة لها لحالات الطبيعة المختلفة. و عادة تستخدم شجرة القرارات في عرض وتحليل البيانات و خصوصا عندما يكون عدد البدائل كثيرة.

- **متى نستخدم القيمة المتوقعة؟**

معيار القيمة المتوقعة يفيد في حالتين:

1- في حالة التخطيط لأمد طويل و حالات اتخاذ القرارات تكرر نفسها.

2- متخذ القرار محايد بالنسبة للمخاطر.

- **القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة**

Expected Value of Perfect Information (EVPI)

الحصيلة Gain فى العائد المتوقع Expected Return والذي نتحصل عليه من المعرفة الأكيدة عن حالات الطبيعة المستقبلية.

Erv = r1.p(r1) +r2.p(r2) +…+rn.p(rn) (القانون)

حيث Erv تمثل مجموع قيم العائد المتوقعة, r تمثل العائد, pاحتماله

مثال/

ب- معيار خسارة الفرصة المتوقعة:

(Expected opportunity loss criterion)

خسارة الفرصة هو مقدار ما يخسره متخذ القرار من العائد الأمثل إذا حدثت حالة طبيعية j علما بأن قراره هو البديل Ai.

لدينا البدائل في الجدول التالي
مع احتمال ان يكون الاستثمار في السندات ممتاز بنسبة 30 %
ويكون احتمال الاستثمار ضعيف في الاسهم بنسبة 70 %

القاعدة
Eev = r1.p(r1) + r2.p(r2) + rn.p(rn)

شرح القاعدة
Erv هي مجموع قيم العائد المتوقعة
r هي العائد
P الاحتمالية

الحالات

	ممتاز 30%	ضعيف 70%
سندات	100	200
اسهم	300	100

نضرب الكميات في الاحتمالية ثم نجمع
(0.70 * 200) + (0.30 * 100)
(0.70 * 100) + (0.30 * 300)

Erv السندات = 30 + 140 = 170

Erv الأسهم = 90 + 70 = 160

ثم نأخذ اكبر قيمة متوقعة ويكون هو البديل الأمثل (170 هو العائد من الاستثمار في السندات

5- شجرة القرار :

شجرة القرار Decision Tree :

- **هي آدا مساعدة في عرض وتحليل أي مشكلة قرار في ظل المخاطرة. و هي تمثيل تصويري للعناصر المرتبطة بمشكلة القرار والعلاقات التي تربط بينهم. حيث تسهل على عملية اتخاذ القرار . وتكمن أهميتها في حالة القرارات ذات المراحل المتعددة والتي يصعب عرضها وتحليلها بمصفوفة عوائد أو تكاليف.**

غالبا ما تستخدم هذه الطريقة عند:

1- اتخاذ قرارات بشأن المشاكل كبيرة الحجم أو متعددة المراحل (القرارات المتتالية).

2- عندما يكون عدد الخيارات وكذلك حالات الطبيعة محصورة .

تمثيل شجرة القرار (Decision Tree Representation)

- عقدة قرار (اختيار بديل) تمثل بـ □
- عقدة مخاطرة أو عدم تأكد : القرار يمر بعدة حالات طبيعة تمثل بـ ○
- الروابط بين العقد تسلسل القرار
- أطراف الشجرة تمثل العائد النهائي للتابع القرار لهذا الطرف

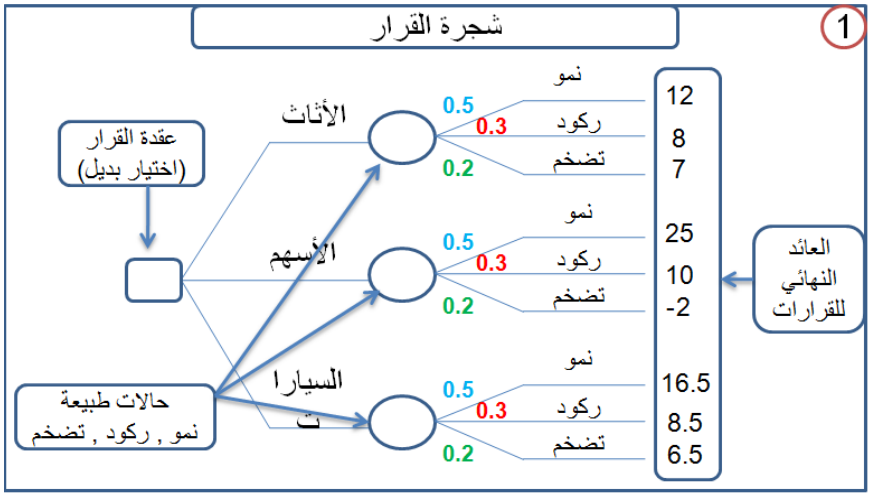
مثال: ترغب شركة باستثمار مبلغ من المال خلال عام. ولدى الشركة ثلاث فرص استثمارية : شركة بيع أثاث ، أو شراء أسهم ، أو تسويق سيارات . وقد دلت الدراسات الإحصائية على أن الوضع الاقتصادي في البلد قد يكون إما في حالة نمو بنسبة 50% أو في حالة ركود بنسبة 30% أو في حالة تضخم بنسبة 20% . ومن خلال استقراء الشركة لحالات الاقتصاد تتوقع أن تكون نسبة الأرباح من كل نشاط كالتالي :

حالة النمو: بيع أثاث = 12 % أسهم = 25 % تسويق سيارات = 16.8 %

حالة الركود : بيع أثاث = 8 % أسهم = 10 % تسويق سيارات = 8.5 %

حالة التضخم :بيع أثاث = 7 % أسهم = -2 % تسويق سيارات = 6.5 %

ارسم شجرة القرار.



لحل شجرة القرار يتم بالمراحل التالية :
- ✓تحديد المعيار المناسب للمخاطرة او عدم التأكد
- ✓تقييم العقد على الشجرة من الاطراف الى اليسار
- ✓تقييم عقدة المخاطرة او عدم التأكد بمعيار مناسب
- ✓تقييم عقدة القرار حسب افضل البدائل كالتالي :

1) الأكبر في حالة الربح ويأخذ الدالة (MAX)
2) الأقل في حالة التكاليف ويأخذ الدالة (MIN)

2 نحل شجرة القرار وذلك بضرب العائد النهائي لكل بديل في جميع الاحتمالات لكل بديل ثم نجمع (تقييم عقدة المخاطرة E[i])

E[2]= 0.5(12) + 0.3**[8]** + 0.2[7] = 9.8%
E[3]= 0.5(25) + 0.3**[10]** + 0.2[-2] = 15.1%
E[4]= 0.5(16.5) + 0.3**[8.5]** + 0.2[6.5] = 12.1%

3 تقييم عقدة القرار (D[i]) وبما ان القرار قرار استثماري يعني ارباح والمطلوب تعظم الربح فنختار اكبر ناتج جمع وتكون الدالة MAX

الأثاث E[2]= 0.5(12) + 0.3**[8]** + 0.2[7] = 9.8%
الأسهم E[3]= 0.5(25) + 0.3**[10]** + 0.2[-2] = 15.1%
السيارات E[4]= 0.5(16.5) + 0.3**[8.5]** + 0.2[6.5] = 12.1%
D[I]= MAX {9.8% , 15.1% , 12.1% } = 15.1%

- لحل شجر القرار يجب تحديد معيار مناسب لتحديد القرار في حالة المخاطرة ومعيار مناسب لتحديد القرار في حالة عدم التأكد
- يتم تقييم العقد على شجرة القرار ابتداء من أطراف (أوراق) شجرة القرار رجوعاً إلى جذر الشجرة
- تقيم عقدة المخاطرة على أساس معيار المخاطرة المناسب
- تقيم عقدة عدم التأكد على أساس معيار حالة عدم التأكد المناسب
- تقيم عقدة القرار (الاختيار) على أساس أفضل البدائل عند هذه العقدة:
  - الأكبر في حالة الأرباح
  - الأقل في حالة التكاليف

المحاضرة العاشرة :

طريقة المســـار الحرج CPM = Critical Path Method

طريقة تقييـم المشـــاريع و مـراجعتهـا PERT=Project Evaluation & Review Technique

الاختلاف بين الطريقتين:

أزمنة مؤكدة في طريقة المسار الحرج

أزمنة احتمالية في طريقة تقييم المشاريع و مراجعتها

تستخدم جدولة المشاريع من قبل الإداريين لضمان إنجاز المشروع في الوقت المحدد لإيجاد مؤشرات منبهة للحالات الغير اعتيادية حين ظهورها والمرونة في إعادة تخطيط المشروع وفقا لذلك وتشخيصها في ثلاث مراحل تنفيذية:

أولاً: إنشاء شبكة الأعمال للمشروع :

أ/ تحليل المشاريع إلى أنشطة وأحداث . ب/تتابع الأنشطة والأحداث .

ج/ رسم تخطيطي للمشروع . د/ تقدير الأزمنة لكل نشاط .

ثانياً: تخطيط المشروع:

تعريف أنشطة المشروع حسب التسلسل الزمني وتحديد التالي :

أ/أنشطة والأحداث الحرجة . ب/ المسار الحرج . ج/ حساب الفائض من كل نشاط .

ثالثاً: ضـبـط المشروع:

تقدير مراقبة الأنشطة ومتابعتها :

أ/ مراقبة الأزمنة ومقارنتها مع خطة المشروع النظرية .ب/ محاولة قدر المستطاع إتباع الخطة المقرر تنفيذها .ج/ نقل الإمكانيات من نشاط ذات فائض إلى الحرج إن أمكن .

فإن أهمية أسلوب المسار الحرج ، وبيرت تكمن في الخطوات التالية :

1)مساعدة المدراء على التعرف على الأنشطة الحرجة .

2)حساب مرونة الأنشطة غير الحرجة لإتاحة الفرص لنقل الموارد إلى الأنشطة الحرجة .

3)التعرف على الأزمنة المبكرة والمتأخرة لانتهاء المشروع .

4)حساب التكلفة النهائية للمشروع.

المصطلحات المستخدمة في جدولة المشاريع:

المصطلح	التعريف
الحدث Event	الوصول الى نقطة معينة من الزمن ولا يحتاج الى بداية ونهاية
النشاط Activity	مجهود يحتاج الى نقطة بداية ونهاية وموارد لتنفيذه
النشاط الوهمي Dummy Activity	لا يحتاج الى زمن او موارد لتنفيذه , يُستعمل فقط للدلالة على تتابع الأنشطة منطقيا ويُرسم بخط متقطع
النشاط الحرج Critical Activity	اذا تأخر انتهائه فإنه يتسبب في تأخير المشروع
المسار الحرج Critical Path	مجموعة من الأنشطة الحرجة تبدأ من بداية المشروع الى نهايته
المشروع Project	مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة حسب تسلسل منطقي
شبكة الأعمال Network	مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة بطريقة منطقية لتسلسل الأنشطة
زمن البداية المبكر للنشاط Earliest Start	الزمن الذي يبدأ فيه النشاط إذا أنجزت جميع الأنشطة السابقة في وقتها (E.S)
زمن النهاية المبكر للنشاط Earliest Finish	الزمن الذي يمكن ان ينجز فيه النشاط إذا بدأ في وقته المبكر (E.F) نهاية مبكرة = بداية مبكرة + وقت النشاط
زمن النهاية المتأخر Latest Start	آخر زمن يمكن إتمام النشاط فيه بدون أن بسبب تأخير لأي أنشطة لاحقة (L.F)
زمن البداية المتأخر	آخر وقت يمكن ان يبدأ فيه النشاط بشرط عدم تأخير الأنشطة اللاحقة

Latest Start	(L.S) بداية متأخرة = نهاية متأخرة – وقت النشاط
Slack Time الفائض	الفائض في النشاط = زمن بداية متأخر – زمن بداية مبكر ST = LS – ES

قواعد هامة في رسم الشبكة:

1) يبدأ المشروع عند نقطة بداية وينتهي عند نقطة نهاية ، تسمى النقطة الوهمية (Milestone).

2) الترقيم يبدأ من بداية الشبكة إلى النهاية .

3)لا يمكن البدء في عدد من العقد .

4) لا يجوز العودة إلى النشاط السابق .

5) لا يجوز ترك نشاط بدون تسلسل .

6) تحديد الأزمنة وفترة السماح لكل نشاط

ES زمن البداية المبكر	EF زمن النهاية المبكر
Activity رمز النشاط	Time الوقت
LS زمن البداية المتأخر	LF زمن النهاية المتأخر

مهم حفظ ترتيب الجدول من حيث

البدايات والنهايات لتسهل عمليه الحل

كيفية رسم الشبكة: كيفية تحديد أقرب موعد لبداية النشاط (ES) وأقرب موعد لنهاية النشاط (EF):

1/ابدأ من بداية المشروع وتقدم أمام الشبكة.

2/حدد أقرب موعد لبدء المشروع بحيث يكون مساوي للصفر.

3/احسب أقرب موعد لنهاية كل نشاط من خلال إضافة المدة التي تستغرقها إلى أقرب موعد لبدايته.

4/بالنسبة لكل نشاط متسلسل لا يسبقه مباشرة إلا نشاط واحد، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوي لأقرب موعد لنهاية النشاط السابق .

5/بالنسبة لكل نشاط متسلسل يسبقه أكثر من نشاط واحد، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوياً لأقرب موعد نهاية للأنشطة السابقة .

6/دوّن أقرب موعد بداية، وأقرب موعد نهاية .

7/كرر الخطوات من (3) إلى (6) حتى تصل إلى نهاية المشروع. لا يمكن تحديد أقرب موعد لبداية نشاط إلا بعد تحديد أقرب موعد لنهاية جميع الأنشطة السابقة له .

حساب فترات السماح والأنشطة الحرجة:

1/بالنسبة لكل نشاط يتطابق أقرب موعد لبدايته مع آخر موعد لبدايته، وأقرب موعد لنهايته وآخر موعد لنهايته، فإن فترة سماحه تساوي صفر.

2/وفيما عدا ذلك، فإن فترة السماح هي الفرق الزمني بين أقرب وآخر موعد لبداية كل نشاط، أو بين أقرب وآخر موعد لنهاية، أي:

$$ST = LS - ES \quad \text{أو} \quad ST = LF - EF$$

3) راجع الحسابات الخاصة بكل نشاط بإضافة المدة التي يستغرقها، وفترة السماح الخاصة به إلى تاريخ اقرب موعد لبدايته .حيث يجب أن يساوي المجموع تاريخ آخر موعد لنهاية النشاط.

4) أي نشاط تساوي فترة سماحة صفراً هو نشاط حرج.

5) تسلسل الأنشطة الحرجة من بداية إلى نهاية المشروع هو المسار الحرج للمشروع

اتمنى إذا فيه أخطاء تنبيهي او ملاحظات او استفسار عن أي نقطه

انتهت المحاضرة العاشرة بحمد الله

بسم الله الرحمن الرحيم

الأساليب الكميــة في الإدارة1436/1435

د/ملفي الرشيدي

المحاضرة الحادية عشر:

قوانين تحكم مرحلة التقدم الى الأمـــام Forward Pass

وقت البداية المبكر ES = Earliest Start for activity I

وقت النهاية المبكر EF = Earliest Finish for activity I

الوقت اللازم لإنجـاز النشـــاط T = Time (يتكرر في كل القوانين)

وقت النهاية المبكر = وقت البداية المبكرة + وقت النشاط (EF = ES + T) (مهم حفظ القانون)

ES = Max (EF of the activities directly preceding it)

وقت البداية المبكر = (أعظم قيمة) للنهايات المبكرة للأنشطة السابقة

قوانين تحكم مرحلة الرجوع إلى الخلفBackward Pass

وقت البداية المتأخر LS = Latest Start for activity I

وقت النهاية المتأخر LF = Latest Finish for activity I

وقت البداية المتأخرة = وقت النهاية المتأخرة – وقت النشاط (LS = LF – T)

(مهم حفظ القانون)

LF = Min (LS of the activities directly succeeding it)

وقت النهاية المتأخرة = (اقل قيمة) للبدايات المتأخرة للأنشطة اللاحقة

لسهوله حفظ القوانين (اعرف انه يوجد لدي بداية ونهاية مبكرة استخدم (الجمع+)

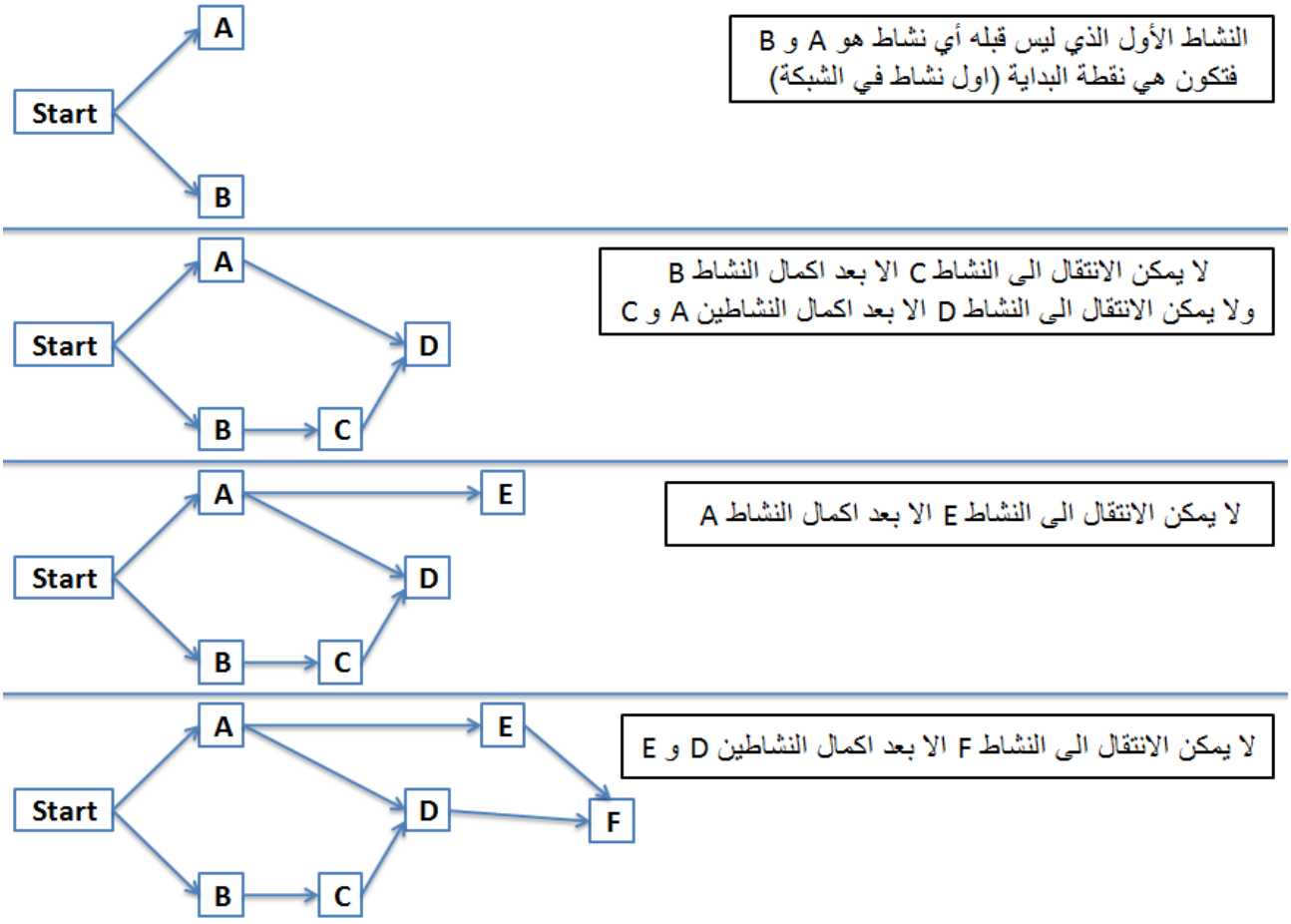
ويوجد لدي بداية ونهاية متأخرة استخدم (- الطرح)

مثال على طريقة رسم شبكة المشروع وطريقة المسار الحرج

الجدول التالي يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة لها مع الوقت اللازم لإكمـال النشـاط

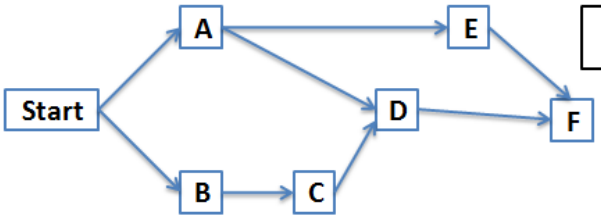
النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9

نبدأ عملية رسم الشبكة



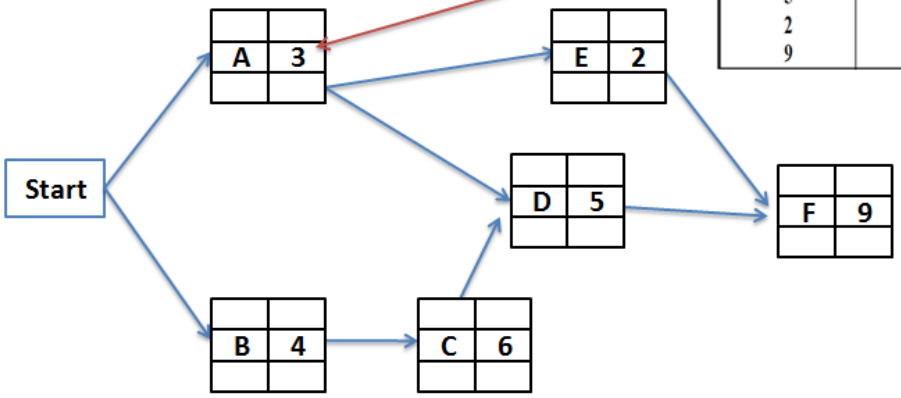
طريقة – Abo Rahma -

بعد اكتمال الشبكة يمكن تحويلها الى طريقة المسار الحرج



نفس مخطط الشبكة مع اضافة جداول لكل نشاط تحتوي على معطيات الوقت من الجدول

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9



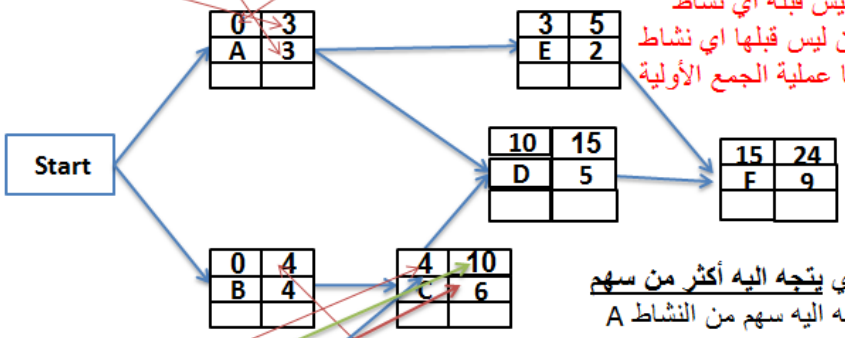
نطبق قانون التقدم الى الامام EF = ES + T

وقت النهاية المبكر = وقت البداية المبكرة + وقت النشاط (مدته)

Time + *Earliest Start* = *Earliest Finish*

نبدأ عملية التقدم للأمام FP (من اليسار الى اليمين) نقوم بعملية **جمع بداية النشاط الأول** + **مدته** والناتج في هذه الخانة

النشاط الأول هو الذي ليس قبله اي نشاط
وفي هذا المثال نجد نشاطين ليس قبلها اي نشاط
وهي A و B فتنطبق عليها عملية الجمع الأولية



يجب الانتباه الى النشاط الذي **يتجه اليه أكثر من سهم**
مثل النشاط D نجد انه يتجه اليه سهم من النشاط A وسهم من النشاط C
في هذه الحالة **نأخذ القيمة الأكبر** بين A(3) و C(10)
ثم نكمل عملية الجمع

ايضا النشاط F يتجه اليه سهم من النشاط E وسهم من النشاط D
في هذه الحالة نأخذ القيمة الأكبر بين D(15) و E(5)
ثم نكمل عملية الجمع

نهاية النشاط الأول تكون هي **بداية النشاط الذى يليه**

ونكمل عملية الجمع **بداية النشاط (4)** + **مدته(6)** = 10

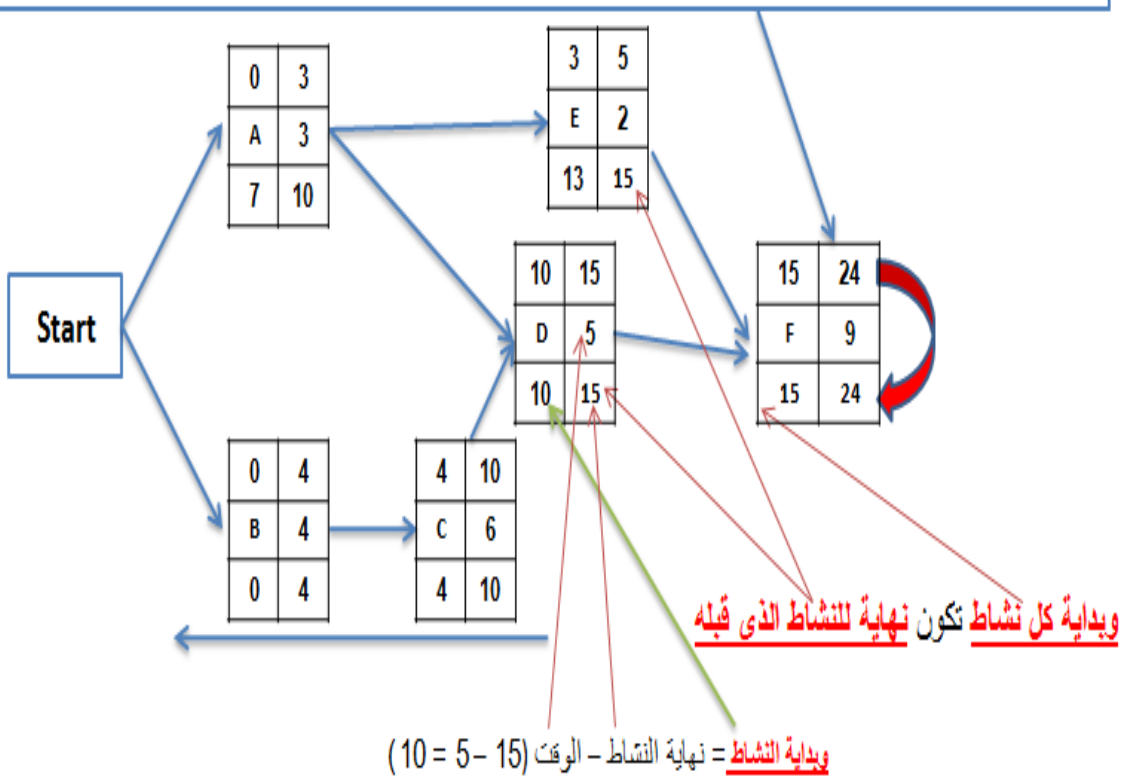
بعد الانتهاء من تطبيق قانون التقدم الى الامام نبدأ في تطبيق قانون الرجوع الى الخلف

قانون الرجوع الى الخلف LS = LF – T

وقت البداية المتأخرة = وقت النهاية المتأخرة – وقت النشاط (مدته)

Time – *Latest Start* = *Latest Finish*

نبدأ عملية الرجوع للخلف BP (من اليمين الى اليسار) بنقل القيمتين في الجدول الاخيرمن اعلى الجدول الى اسفل الجدول

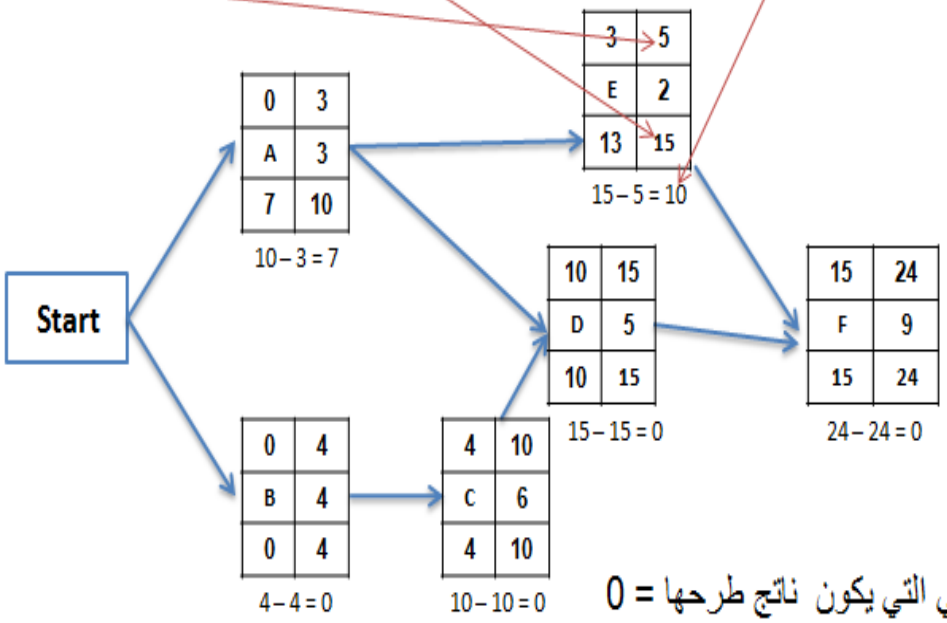


يجب الانتباه الى النشاط الذي **يخرج منه أكثر من سهم** مثل النشاط A يخرج منه سهم الى النشاط E وسهم الى النشاط D في هذه الحالة **نأخذ القيمة الأصغر** بين الجدولين التي تتجه اليها الاسهم E(13) و D(10) ثم نكمل عملية الطرح

بعد الانتهاء من تطبيق قانون التقدم الى الامام وقانون الرجوع الى الخلف

بقي أن نحسب فترة السماح (الفائض لكل نشاط) و زمن المشروع

لحساب فترة السماح (الفائض لكل نشاط) نطرح النهاية المتأخرة – النهاية المبكرة لكل نشاط)



الزمن	النشاط السابق	النشاط
3	-	A
4	-	B
6	B	C
5	A,C	D
2	A	E
9	D,E	F

الأنشطة الحرجة هي التي يكون ناتج طرحها = 0

وهي B , C , D , F

وزمن المشروع هو مجموع اوقات الأنشطة الحرجة

B=4 , C=6 , D=5 , F=9

4 + 6 + 5 + 9 = 24

زمن المشروع هو 24

المحاضرة الثانية عشر

يتبع PERT في حساب متوسط فترة إنجاز النشاط ثلاثة أزمنة تقديرية، وبالتالي فإن متوسط الفترة تفترض طريقة الأسلوب الاحتمالي.

1 أزمنة النشاط التقديرية: وتشمل ما يلي:

- الزمن المتفائل (S) : هو أقل وقت لإتمام النشاط.

- الزمن الأكثر احتمالا (M): هو الزمن الأكثر تكرارا لإتمام النشاط.

- الزمن المتشائم (L): هو أطول زمن لإتمام النشاط.

2 تقدير متوسط زمن أداء النشاط:

بعد تقدير الأزمنة الثلاثة يتم حساب متوسط زمن أداء النشاط، كالتالي:

$$\frac{S + 4 * M + L}{6}$$

زمن انتهاء المشروع النهائي يتبع التوزيع الطبيعي، وهذا يعني أن المشروع سوف ينتهي عند النقطة المحددة باحتمال 50%

1) تحديد أنشطة المشـــروع:

بعد حساب جميع التقديرات الزمنية للأنشطة ثم رسم شبكة الإعمال و تحديد المسار الحرج يتم تقدير التباين لجميع الأنشطة الحرجة

$$\text{التباين} = \left(\frac{L-S}{6}\right)^2$$

ويقصد بالانحراف المعياري الابتعاد عن القيمة الزمنية المتوقعة (بالأيام، بالأسابيع، أو بالأشهر)، إذا كان الانحراف المعياري يساوي (صفر) فيدل ذلك على أن التقديرات دقيقة، وإذا كبرت قيمة الانحراف المعياري، زادت درجة عدم اليقين في تقدير الأزمنة.

1) حساب التباين للمســـار الحرج :

من خلال جميع التباين لكل الأنشطة الحرجة

التباين للمسار الحرج = (تباين النشاط الحرج1 + تباين النشاط الحرج2 +. . .+ تباين النشاط الحرج n)

المتفائل(S) + (4 * الأكثر احتمالا (M)) + المتشائم (L) / 6

$$\frac{S+4*M+L}{6}$$

رقم ثابت — رقم ثابت

لدينا المثال التالي والمطلوب :
الوقت المتوقع لكل نشاط
التباين لكل نشاط
زمن الانتهاء من المشروع (المسار الحرج)

النشاط	الزمن التقديري			الوقت المتوقع	التباين
	المتفائل S	الأكثر احتمالا M	المتشائم L		
A	2	4	6	4	0.44
B	1.5	3	4.5	3	0.25
C	3	4.5	7	4.6	0.44

نطبق قاعدة الوقت المتوقع : المتفائل(S) + (4 * الأكثر احتمالا (M)) + المتشائم (L) / 6

$$\frac{S+4*M+L}{6}$$

الأرقام من الجدول مباشرة (مع تطبيق القانون (4,6)ثابتة

الوقت المتوقع للنشاط A=2+4(4)+6/=2+16+6/6=4

الوقت المتوقع للنشاط B=1.5+4(3)+4.5/6=1.5+12+4.5/6=3

الوقت المتوقع للنشاط C=3+4(4.5)+7/6=3+18+7/6=4.6

زمن انتهاء المشروع (طول المسار الحرج) هو جمع للوقت المتوقع

4+3+4.6= 11.6

لتقدير التباين للانشطة الحرجة نطبق قاعدة التباين = الزمن المتشائم (L) – الزمن المتفائل(S) / 6 الكل تربيع

$$\text{التباين} = \left(\frac{L-S}{6}\right)^2$$

رقم ثابت

$$\left(\frac{6-2}{6}\right)^2 = \frac{4}{6^2} = \frac{16}{36} = 0.44$$

$$\left(\frac{4.5-1.5}{6}\right)^2 = \frac{3^2}{6^2} = \frac{9}{36} = 0.25$$

$$\left(\frac{7-3}{6}\right)^2 = \frac{4}{6^2} = \frac{16}{36} = 0.44$$

تباين المسار الحرج

0.44 + 0.25 + 0.44 = 1.13

زمن انتهاء المشروع 11.6

تباين المسار الحرج 1.13

المحاضرة الثالثة عشر

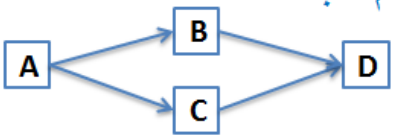
المثال التالي يوضح كيفية:

1- رسم شبكة بسيطة2- حساب الوقت المتوقع3- تحديد المسار الحرج4- حساب التباين للأنشطة الحرجة

(هذا المثال شامل للمحاضرات 10 + 11 + 12)

النشاط	النشاط السابق	الزمن التقديري			الوقت المتوقع	التباين
		المتفائل S	الأكثر احتمالا M	المتشائم L		
A	..	2	4	7	4.1	0.69
B	A	3	16	20	14.5	8.02
C	A	4	7	7	6.5	——
D	B,C	3	6	8	5.8	0.69

1 نرسم الشبكة



2 نحسب الزمن المتوقع نطبق القاعدة

$$\frac{S+4*M+L}{6}$$

الوقت المتوقع للنشاط A = 2 + 4(4) + 7 / 6 = 2 + 16 + 7 / 6 = 4.1

الوقت المتوقع للنشاط B = 3 + 4(16) + 20 / 6 = 3 + 64 + 20 / 6 = 14.5

الوقت المتوقع للنشاط C = 4 + 4(7) + 7 / 6 = 4 + 28 + 7 / 6 = 6.5

الوقت المتوقع للنشاط D = 3 + 4(6) + 8 / 6 = 3 + 24 + 8 / 6 = 5.8

3 نرسم مخطط الشبكة مع جداول لكل نشاط تحتوي على معطيات الوقت من الجدول ونقوم بعملية التقدم للامام والرجوع للخلف وتحديد الانشطة الحرجة

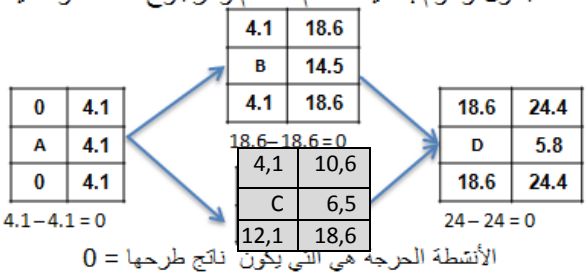
4 تقدير التباين للانشطة الحرجة نطبق القاعدة

$$\text{التباين} = \left(\frac{L-S}{6}\right)^2$$

A $\left(\frac{7-2}{6}\right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36} = 0.69$

B $\left(\frac{20-3}{6}\right)^2 = \frac{17^2}{6^2} = \frac{289}{36} = 8.02$

D $\left(\frac{8-3}{6}\right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36} = 0.69$



الأنشطة الحرجة هي التي يكون ناتج طرحها = 0

وهي A , B , D

وزمن المشروع هو مجموع اوقات الأنشطة الحرجة

A=4.1 , B=14.5 , D=5.8

4.1 + 14.5 + 5.8 = 24.4

زمن المشروع هو 24.4

5 تباين وقت المشروع = 0.69 + 8.02 + 0.69 = 9.4 الانحراف المعياري = $\sqrt{9.4}$

C لم يتم احتسابه في الجدول للتباين لأنه ليس وقت حرج

اتمنى إذا فيه أخطاء تنبيهي او ملاحظات او استفسار عن أي نقطه

انتهت المحاضرة الثالثة عشر بحمد الله

طرطيعة-Abo Rahma