





تمارين مراجعة :-

(١) إذا علمت أن :-

$$f(x) = \frac{15x^3}{\sqrt{16x^2+16}}$$

فإن الدالة السابقة تمثل :-

- (أ) إقران نسبي مجاله R
(ب) إقران نسبي مجاله $R \setminus \{4\}$
(ج) إقران نسبي مجاله $R \setminus \{-4,4\}$
(د) لا شيء مما سبق

(٢) إذا علمت أن :-

$$f(x) = \frac{80x^6}{\sqrt{16x^2-16}}$$

فإن الدالة السابقة تمثل :-

- (أ) إقران نسبي مجاله R
(ب) إقران نسبي مجاله $R \setminus \{4\}$
(ج) إقران نسبي مجاله $R \setminus \{-4,4\}$
(د) لا شيء مما سبق



تمارين مراجعة :-

(٣) إذا عثمت أن :-

$$2x^2 = 288$$

$$x^2 = 144$$

$$f(x) = \frac{10x^3 + 12x - 19}{2x^2 - 288}$$

فإن الدالة السابقة تمثل :-

- (أ) إقران نسبي مجاله R
(ب) إقران نسبي مجاله $R \setminus \{4\}$
(ج) إقران نسبي مجاله $R \setminus \{-12, 12\}$ ✓
(د) لا شيء مما سبق

(٤) إذا عثمت أن :-

$$4^{2x-1} = 1024$$

فإن قيمة x تساوي :-

- (أ) 2
(ب) 3 ✓
(ج) 5
(د) لا شيء مما سبق



تمارين مراجعة :-

(٥) إذا علمت أن :-

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} = \frac{1}{81}$$

فإن قيمة x تساوي :-

(أ) +2

(ب) ± 3

(ج) ± 4

(د) لا شيء مما سبق



تمارين مراجعة :-

(٦) أوجد $\frac{\log_2 6 + \log_2 12 - \log_2 18}{\log_2 8}$

(أ) 1

(ب) $\frac{2}{3}$

(ج) $\frac{1}{2}$

(د) لا شيء مما سبق

(٧) أوجد $\frac{\log 100 + \log 1000 - \log 10000}{\log 1000 + \log 100}$

(أ) $\frac{1}{5}$

(ب) $\frac{9}{5}$

(ج) $\frac{9}{100}$

(د) لا شيء مما سبق



تمارين مراجعة :-

إذا علمت أن :-

دالة الطلب على سلعة ما هي $(D = 200 - 10x)$ و كانت الكمية المطلوبة هي 200 وحدة عند سعر يساوي 20 ريال :-

(٨) فإن معامل المرونة يساوي :-

(أ) 0.1

(ب) -10

(ج) -0.1

(د) لا شيء مما سبق

(٩) الطلب في هذه الحالة :-

(أ) متكافئ المرونة

(ب) عديم المرونة .

(ج) لا نهائي المرونة .

(د) لا شيء مما سبق



١٢

تمارين مراجعة :-

مثال :-

إذا علمت أن دالة الإيراد الحدي تأخذ الشكل التالي :-

$$R' = 8x^3 + 24x^2 - 12x + 20$$

ودالة التكاليف الحدية تأخذ الشكل التالي :-

$$C' = 36x^2 + 40x - 10$$

المطلوب :-

- ١- حجم الإيراد الكلي عند إنتاج وبيع ٢٠ وحدة .
- ٢- حجم التكاليف الكلية عند إنتاج وبيع ٢٥ وحدة .
- ٣- دالة الربح الحدي .
- ٤- دالة الربح الكلي بطريقتين مختلفتين .
- ٥- حجم الربح الكلي عند إنتاج وبيع ١٠ وحدات .



تمارين مراجعة :-

الحل

١- حجم الايراد الكلي عند إنتاج وبيع ٢٠ وحدة :-

حيث أن دالة الايراد الحدي هي :

$$R' = 8x^3 + 24x^2 - 12x + 20$$

فيمكن الوصول إلى دالة الايراد الكلي عن طريق إجراء عملية التكامل لدالة الايراد الحدي كما يلي :-

$$R = \frac{8}{4}x^4 + \frac{24}{3}x^3 - \frac{12}{2}x^2 + 20x$$

$$R = 2x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 20x$$

كما يلي :- $x=20$ وللوصول إلى حجم الايراد الكلي المتحقق عند إنتاج وبيع ٢٠ وحدة يمكن التعويض عن قيمة

$$R = 2 \times (20)^4 + 8 \times (20)^3 - 6 \times (20)^2 + 20 \times (20)$$

$$= 320000 + 64000 - 2400 + 400 = 382000 \text{ ريال}$$



تمارين مراجعة :-

٢- حجم التكاليف الكلية عند إنتاج وبيع ٢٥ وحدة :-

حيث أن دالة التكاليف الحدية تأخذ الشكل

$$C' = 36x^2 + 40x - 10$$

فيمكن الوصول إلى دالة التكاليف الكلية عن طريق إجراء عملية التكامل على دالة التكاليف الحدية كما يلي :-

$$C = 12x^3 + 20x^2 - 10x$$

وللوصول إلى حجم التكاليف الكلية عند إنتاج وبيع ٢٥ وحدة يتم التعويض عن كما يلي :- $x=25$ قيمة

$$C = 12 \times (25)^3 + 20 \times (25)^2 - 10 \times (25) = 199750 \text{ ريال}$$



تمارين مراجعة :-

٣- دالة الربح الحدي :-

الربح الحدي = الايراد الحدي - التكاليف الحدية

$$\begin{aligned} \underline{P'} &= \underline{R' - C'} \\ &= (8x^3 + 24x^2 - 12x + 20) - (36x^2 + 40x - 10) \\ &= 8x^3 - 12x^2 - 52x + 30 \end{aligned}$$



تمارين مراجعة :-

٤- دالة الربح الكلي :-

الربح الكلي = تكامل دالة الربح الحدي :-

$$P' = 8x^3 - 12x^2 - 52x + 30$$

$$P = 2x^4 - 4x^3 - 26x^2 + 30x$$

حل آخر :-

الربح الكلي = الايراد الكلي - التكاليف الكلية

$$P = R - C$$

$$= (2x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 20x) - (12x^3 + 20x^2 - 10x)$$

$$= 2x^4 - 4x^3 - 26x^2 + 30x$$



تمارين مراجعة :-

مثال :-

إذا علمت أن دالة الإيراد الحدي لإحدى الشركات تأخذ الشكل التالي :-

$$R' = (2x+1) (5-3x^2)$$

وكانت دالة التكاليف الحدية تأخذ الشكل التالي :-

$$C' = (3x+1)^2$$

المطلوب :-

- ١ - حجم الإيراد الكلي عند إنتاج وبيع ١٠ وحدات .
- ٢ - حجم التكاليف الكلية عند إنتاج وبيع ٢٠ وحدة .
- ٣ - دالة الربح الحدي .
- ٤ - دالة الربح الكلي بطريقتين مختلفتين .
- ٥ - حجم الربح الكلي عند إنتاج وبيع ٣٠ وحدة .



تمارين مراجعة :-

١- حجم الايراد الكلي عند إنتاج وبيع ١٠ وحدات :-

الايراد الكلي = تكامل دالة الايراد الحدي

$$R' = (2x+1)(5+3x^2)$$

$$R' = \underline{10x} + \underline{6x^3} + \underline{5} + \underline{3x^2}$$

$$R' = 6x^3 + 3x^2 + 10x + 5 \quad (\text{الايراد الحدي})$$

وللوصول دالة الايراد الكلي تمثل تكامل دالة الايراد الحدي :-

$$R = \left(\frac{6}{4}\right) x^4 + \left(\frac{3}{3}\right) x^3 + \left(\frac{10}{2}\right) x^2 + 5x$$

$$R = \left(\frac{6}{4}\right) x^4 + x^3 + 5x^2 + 5x$$

:- $x=10$ وللوصول إلى حجم الايراد الكلي عند إنتاج وبيع ١٠ وحدات يتم التعويض عن

$$R = \left(\frac{6}{4}\right) (10)^4 + (10)^3 + (5) (10)^2 + 5(10) = 16550 \text{ ريال}$$



تمارين مراجعة :-

٢- حجم التكاليف الكلية عند إنتاج وبيع ٢٠ وحدة :-
التكاليف الكلية = تكامل دالة التكاليف الحدية

$$C' = (3x+1)^2$$

$$= 9x^2 + 6x + 1 \quad (\text{التكاليف الحدية})$$

$$C = 3x^3 + 3x^2 + x \quad (\text{التكاليف الكلية})$$

وللوصول لحجم التكاليف الكلية عند إنتاج وبيع ٢٠ وحدة يتم
:- التعويض عن قيمة $x=20$

$$C = 3(20)^3 + 3(20)^2 + (20) = 25220 \text{ ريال}$$



تمارين مراجعة :-

٣- دالة الربح الحدي :-

الربح الحدي = الايراد الحدي - التكاليف الحدية

$$\begin{aligned} \underline{P'} &= R' - C' \\ &= (6x^3 + 3x^2 + 10x + 5) - (9x^2 + 6x + 1) \\ &= 6x^3 - 6x^2 + 4x + 4 \end{aligned}$$



تمارين مراجعة :-

٤ - دالة الربح الكلي :-

الربح الكلي = تكامل دالة الربح الحدي :-

$$P' = 6x^3 - 6x^2 + 4x + 4$$

$$P = \left(\frac{6}{4}\right) x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 4x$$

حل آخر :-

الربح الكلي = الايراد الكلي - التكاليف الكلية

$$P = R - C$$

$$= \left(\left(\frac{6}{4}\right) x^4 + x^3 + 5x^2 + 5x\right) - (3x^3 + 3x^2 + x)$$

$$= \left(\frac{6}{4}\right) x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 4x$$



تمارين مراجعة :-

تمارين متنوعة :-

١- إذا علمت أن شخص يقوم بإدخار ٦٠% من دخله و يستهلك الباقي ،المطلوب استنتاج دالة الاستهلاك ؟

الحل

١- الميل الحدي للإدخار = 0.60 .

٢- الميل الحدي للإستهلاك = 1 - 0.60 = 0.40

٣- الاستهلاك = تكامل دالة الميل الحدي للإستهلاك

$$k' = 0.40$$

$$K = 0.40x$$



تمارين مراجعة :-

تمارين متنوعة :-

٢- إذا علمت أن شخص يقوم بإدخار ٧٥% من دخله و يستهلك الباقي ،المطلوب استنتاج دالة الاستهلاك ؟

الحل

١- الميل الحدي للإدخار = 0.75 .

٢- الميل الحدي للإستهلاك = 1 - 0.75 = 0.25

٣- الاستهلاك = تكامل دالة الميل الحدي للإستهلاك

$$k' = 0.25$$

$$K = 0.25x$$



١٢

تمارين مراجعة :-

تعتمد إحدى الشركات على مجموعة من الدوال لتحديد كل من التكاليف الكلية و الإيرادات الكلية و تأخذ هذه الدوال الشكل التالي:-

$$R = 30x^4 + 12x^2 - 6x + 15$$

$$C = 13x^3 - 5x^2 + 3x - 20$$

المطلوب :-

- ١- حجم الإيراد الحدي عند إنتاج وبيع ١٠ وحدات .
- ٢- حجم التكاليف الحدية عند إنتاج وبيع ١٢ وحدة .
- ٣- دالة الربح الكلي .
- حجم الربح الحدي عند إنتاج وبيع ٥ وحدات .



$$R = 30x^4 + 12x^2 - 6x + 15$$

$$C = 13x^3 - 5x^2 + 3x - 20$$

الحل

١- حجم الايراد الحدي عند إنتاج وبيع ١٠ وحدات :-

$$R = 30x^4 + 12x^2 - 6x + 15$$

$$R' = 120x^3 + 24x^2 - 6$$

$x=10$ حيث أن عدد الوحدات المنتجة والمباعة هو ١٠ وحدة إذاً

$$R' = 120 \times 10^3 + 24 \times 10^2 - 6 = 122394 \text{ ريال}$$



$$R = 30x^4 + 12x^2 - 6x + 15$$

$$C = 13x^3 - 5x^2 + 3x - 20$$

الحل

٢- حجم التكاليف الحدية عند إنتاج وبيع ١٢ وحدة :-

$$C = 13x^3 - 5x^2 + 3x - 20$$

$$C' = 39x^2 - 10x + 3$$

حيث أن عدد الوحدات المنتجة والمباعة هو ١٢ وحدة إذاً $x=12$

$$C' = 39 \times 12^2 - 10 \times 12 + 3 = 5499 \text{ ريال}$$



$$R = 30x^4 + 12x^2 - 6x + 15$$

$$C = 13x^3 - 5x^2 + 3x - 20$$

الحل

٣- دالة الربح الكلي :-

$$R = 30x^4 + 12x^2 - 6x + 15$$

$$C = 13x^3 - 5x^2 + 3x - 20$$

$$P = R - C = 30x^4 - 13x^3 + 17x^2 - 9x + 35$$



$$R = 30x^4 + 12x^2 - 6x + 15$$

$$C = 13x^3 - 5x^2 + 3x - 20$$

الحل

٤- حجم الربح الحدي عند إنتاج وبيع ٥ وحدات :-

$$P = 30x^4 - 13x^3 + 17x^2 - 9x + 35$$

$$P' = 120x^3 - 39x^2 + 34x - 9$$

حيث أن عدد الوحدات المنتجة والمباعة هو ١٢ وحدة إذاً $x=12$

$$P' = 120 \times 12^3 - 39 \times 12^2 + 34 \times 12 - 9 = 201819 \text{ ريال}$$









