

١١ شريحه من المحتوى - تمارين الخاصة بالمحاضره الثالثه تم شرحها بتمارين المحاضره ٣

ب - توزيع بواسون:-

$$P(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

, $x = 0,1,2,\dots$

←.....

✓ هو توزيع احتمالي منفصل آخر يستخدم لتحديد احتمال وقوع عدد معين من النجاحات في وحده الزمن، وذلك عندما تكون الأحداث أو "النجاحات" مستقلة عن بعضها البعض وعندما يبقى متوسط عدد النجاحات ثابتاً لوحدة الزمن . عندئذ :

حيث : x = العدد المعين من النجاحات.

$P(x)$ = احتمال عدد x من النجاحات.

e = أساس نظام اللوغاريتمات الطبيعي وتوجد في بعض الآلات الحاسبة، وقيمتها هي: $e = 2.718$ تقريبا، ويمكن

بالآلة الحاسبة : x^{-1} ثم shift = $x!$

مضروب الصفر = ١

حساب قيمتها باستخدام الآلة الحاسبة. (shift ثم ln) e

$x!$ = مضروب العدد x " ويساوي : $x! = x(x-1)(x-2)\dots 3 \times 2 \times 1$

μ = المتوسط

يشق توزيع بواسون من توزيع ذي الحدين عندما يكون :-

- عدد المحاولات n كبير جدا
- بينما يكون احتمال النجاح p صغير بحيث تبقى np قيمة ثابتة معتدلة

يوصف متغيرات عشوائية متقطعة تعبر عن عدد كبير من الحوادث مثل:

- عدد حوادث السيارات في الشهر داخل مدينة كبيرة
- عدد الكرات الحمراء في عينة الدم
- عدد الأخطاء المطبعية في الصفحات المختلفة للكتاب
- عدد القطع التالفة في الإنتاج الكلي لسلعة معينة

○ توزيع بواسون فإن X إذا كان للمتغير

التوقع (المتوسط الحسابي) = التباين
فقط بتوزيع بواسون

○ التوقع $E(X) = \lambda$
○ التباين $Var(X) = \lambda$

مثال :-

في كمية كبيرة من القطع المصنعة، وكان معلوما أن بها نسبة 0.3% من القطع المعيبة. أخذت منه عينة بإرجاع عشوائية حجمها 350 قطعة. احسب الاحتمالات الآتية:

- (١) وجود قطعة معيبة
- (٢) وجود قطعتان معيبتان
- (٣) عدم وجود أية قطع معيبة
- (٤) وجود على الأكثر وحدتان معيبتان

الحل :

عملية سحب العينة تمثل سلسلة عددها $n=350$
 واحتمال أن تكون القطعة معيبة (النجاح) $p=0.003$
 واضح n كبيرة و p صغيرة

$$\lambda=np = 350(0.003) = 1.05 \text{ المتوسط}$$

$$p(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} = e^{-1.05} \frac{1.05^x}{x!}, \text{ بفرض أن } X \text{ يمثل عدد القطع المعيبة في العينة له توزيع بواسون ,}$$

$x = 0, 1, 2, \dots$

بتطبيق القانون بالآلة الحاسبة

$$p(X = 1) = e^{-1.05} \frac{1.05^1}{1!} = (0.3499)(1.05) = 0.367$$

١. وجود قطعة معيبة في العينة

$$p(X = 2) = e^{-1.05} \frac{1.05^2}{2!} = (0.3499)(0.55125) = 0.193$$

٢. وجود قطعتان معيبتان في العينة

٣. عدم وجود أى قطع معيبة في العينة

$$p(X = 0) = e^{-1.05} \frac{1.05^0}{0!} = 0.350$$

$$P(X \leq 2) = p(X=0) + p(X=1) + p(X=2)$$

٤. وجود على الأكثر وحدتان معيبتان

$$= 0.350 + 0.367 + 0.193$$

$$= 0.91$$

إضافة الدكتور

٥. وجود أكثر من ٢ وحدة معيبة : يعني أن $x > 2$

$$X > 2 = p(3) + p(4) + p(5) + \dots \dots \dots p(350)$$

وبما ان توزيع بواسون النهائي = 1 إذن : حسب النتيجة التي تم استخراجها من ١ و ٢ و ٣ بالأسئلة السابقة

$$= 1 - p(0) + p(1) + p(2) = 1 - 0.91 = 0.09$$

مثال :-

إذا كان عدد الأخطاء المطبعية في كتاب يتكون من 600 صفحة هو 50 خطأ فإذا كانت الأخطاء تتوزع توزيعاً عشوائياً. فما احتمال إذا اختيرت 10 صفحات عشوائياً أن لا تحتوي على أخطاء.

الحل :

بفرض أن X يمثل عدد الأخطاء في كل صفحةوأن عدد المحاولات (الصفحات) تمثل سلسلة من محاولات برنولي عددها $n = 10$

$$p = \frac{50}{600} = 0.083 \text{ ونسبة الخطأ (النجاح) هي :}$$

$$\lambda = np = 10(0.083) = 0.83$$

وعليه فإن :-

بتطبيق القانون بالآلة الحاسبة

وبالتالي فإن X توزيع بواسون:

$$p(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-0.83} \frac{0.83^k}{k!}$$

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

احتمال أن لا يوجد أخطاء يساوي

$$P(X=0) = e^{-0.83} \frac{0.83^0}{0!} = 0.436$$

مثال:-

إذا كان من المعلوم أن عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من سلعة معينة خلال الشهر تتبع توزيع بواسون بمتوسط 3 وحدات شهريا، إذا عرف المتغير العشوائي x بأنه عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر من هذه السلعة.

المطلوب:

- ما نوع المتغير العشوائي؟
- اكتب شكل دالة الاحتمال لهذا المتغير.
- احسب الاحتمالات التالية:
- احتمال أن الأسرة تستهلك وحدتين خلال الشهر؟
- احتمال أن أسرة ما تستهلك 3 وحدات على الأكثر خلال الشهر؟
- احسب الوسط الحسابي، والانحراف المعياري لعدد الوحدات المستهلكة.
- حدد شكل التوزيع.

الحل:-

عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة متغير كمي منفصل، ومدى هذا المتغير في هذه الحالة هو: $X : \{x = 0, 1, 2, 3, \dots\}$
شكل دالة الاحتمال :

$$P(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} \quad \text{بما أن متوسط عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر هو: } \mu = 3, \text{ إذا دالة الاحتمال هي:}$$

$$= \frac{e^{-3} 3^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

حساب الاحتمالات:

$$P(2) = \frac{e^{-3} 3^2}{2!} = \frac{0.0498(9)}{2 \times 1} = 0.22404 \quad \text{حساب احتمال أن أسرة ما تستهلك وحدتين خلال الشهر، } p(2)$$

- احتمال أن أسرة ما تستهلك 3 وحدات على الأكثر خلال الشهر هو :

$$P(X \leq 3) = p(3) + p(2) + p(1) + p(0)$$

$$= \left[\frac{3^3}{3!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^1}{1!} + \frac{3^0}{0!} \right] \left[\frac{0.0498}{1} \right]$$

$$= [0.0498] \left(\frac{27}{6} + \frac{9}{2} + \frac{3}{1} + \frac{1}{1} \right) = 0.0498(13) = 0.6474$$

$$\mu = 3$$

حساب الوسط الحسابي، والانحراف المعياري لعدد حالات الاستجابة:

$$\sigma^2 = \mu = 3$$

- الوسط الحسابي (μ) في حالة التوزيع بواسون هو معلمة معطاة هي:

في هذا التوزيع، فإن التباين يساوي الوسط الحسابي: أي أن:

ومن ثم يكون الانحراف المعياري هو:

$$\sigma = \sqrt{\mu} = \sqrt{3} = 1.732$$

ويمكن حساب معامل الاختلاف النسبي، بتطبيق المعادلة التي سبق استخدامها ، وهو:

$$C.V = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 = \frac{1.732}{3} \times 100 = 57.7\%$$

= الإحراف المعياري قسمة الوسط الحسابي ضرب ١٠٠

دائما توزيع بواسون موجب الالتواء

- تحديد شكل التوزيع:

مثال: -

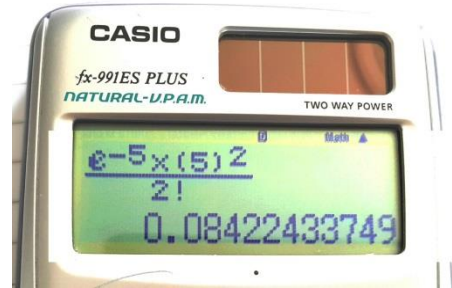
يتلقى قسم شرطة في المتوسط 5 مكالمات في الساعة فيكون احتمال تلقي مكالمتين في ساعة مختارة عشوائياً هو :

$$P(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

$$= \frac{e^{-5} 5^x}{x!} = , x = 0,1,2,\dots$$

$$= \frac{(25)(0.00674)}{(2)(1)} = 0.08425$$

تطبيق القانون بالآلة الحاسبة / (shift ثم ln) = e



○ التوزيع الإحصائي :-

و هو الشكل الذي تأخذه مجموعة البيانات، وشكل البيانات مهم جدا في تحليلها ووصفها وكخطوة تسبق قرار استخدام أي أسلوب احصائي .

ويرتبط التوزيع الاحصائي عادة بنوعين من البيانات المتصلة والمنفصلة، ويناسب النوع المنفصل المقاييس الاسمية والرتبية ، وهناك بعض المقاييس المنفصلة ثنائية أي انه لا يوجد بها الا قيمتين، وهي لا تسمى توزيعات طبيعية وانما تسمى توزيعات ثنائية ، ومن أهم مقاييس التوزيعات المنفصلة مقياس ذو الحدين وذلك عائد لان الاجابة على المقياس الاسمي اما نعم أو لا ، ولذلك غالبا ما يرمز لها في الحاسب بصفر (غياب الصفة) [ذكور - لا] أو ١ (وجود الصفة) [اناث - نعم] . أما التوزيعات الاحصائية المتصلة فهي ذات أهمية كبيرة في العلوم الإحصائية وذلك لأن اغلب الاختبارات الاحصائية تتعامل مع هذا النوع من البيانات.

التوزيعات الاحتمالية للمتغيرات المتصلة:

هناك بعض التوزيعات الاحتمالية المتصلة لها دوال كثافة احتمال محددة ومنها:

- التوزيع الطبيعي
- التوزيع الطبيعي (القياسي) المعياري
- توزيع t

وسنقوم في هذه المحاضرة بتناول هذه التوزيعات بشيء من التوضيح والتفصيل:

وكما أوضحنا أن المتغير العشوائي المتصل x هو ذلك المتغير الذي يمكن أن يأخذ عدداً لا نهائياً من القيم المعلومة، واحتمال أن تقع x داخل أي فترة يمثلها مساحة التوزيع الاحتمالي (ويسمى أيضاً دالة الكثافة) داخل هذه الفترة، والمساحة الكلية تحت المنحنى (الاحتمال) تساوي

✓ التوزيع الطبيعي

هو أفضل وأكثر التوزيعات الاحتمالية المتصلة استخداماً في النواحي التطبيقية، ومنها الاستدلال الإحصائي شاملاً التقدير، واختبارات الفروض، كما أن معظم التوزيعات يمكن تقريبها إلى هذا التوزيع .

والتوزيع الطبيعي هو توزيع احتمالي متصل، وهو جرسى الشكل ومتماثل حول الوسط الحسابي، ويمتد إلى مالا نهاية في الاتجاهين، ولكن معظم المساحة (الاحتمال) تتركز حول الوسط الحسابي .

خصائص التوزيع الطبيعي:

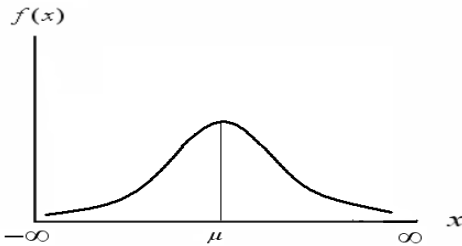
يعتبر التوزيع الطبيعي من أهم أنواع التوزيعات الاحصائية المتصلة ومن خصائصه انه:

- توزيع جرسى أي يشبه الجرس.
- توزيع متصل
- توزيع متماثل حول الوسط
- الالتواء (الأطراف) والتفلطح (القمة) يساوي صفر.
- يحوي منوال ووسط ووسيط واحد وذات قيم متساوية بمعنى أن الجزء الذي على يمين الوسط مطابق للجزء الأيسر
- الذيلين الأيمن والأيسر يقتربان من الخط الأفقي ولكن لا تلامسه
- المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي واحد صحيح

• منحنى دالة الاحتمال للتوزيع الطبيعي له خاصية شكل الجرس. ويتحدد شكل الجرس تماماً لأي توزيع طبيعي خاصة إذا علمنا الوسط الحسابي μ والانحراف المعياري σ لهذا التوزيع.

• تدل قيمة μ على مكان مركز الجرس، كما تدل σ على كيفية الانتشار.

• القيمة الصغيرة لـ σ تعني أن لدينا جرس طويل مدبب، والقيمة الكبيرة لـ σ تعني أن الجرس قصير ومفطح. والشكل التالي يوضح ذلك:



والتوزيع الطبيعي وتطبيقاته الاحصائية ليس موضوعاً جديداً بل عرف منذ القرن السابع عشر الميلادي ومن أبرز الدراسات المعروفة تلك الدراسة البريطانية التي أخذت اطوال ٨٥٨٥ من الافراد البريطانيين في القرن التاسع عشر وعمل هذا المنحنى وبالتالي تم اعتبار هذه العينة تمثل التوزيع الطبيعي.

معالم هذا التوزيع:

توجد معلمتين لهذا التوزيع هما :

$$\text{الوسط الحسابي } E(x) = \mu \quad \text{والتباين } \text{var}(x) = \sigma^2$$

ومن ثم يعبر عن توزيع المتغير بالرموز : $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ ويعني ذلك أن المتغير العشوائي x يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ ، وتباين σ^2

التوزيع الطبيعي القياسي (المعياري) :- الوسط الحسابي حفظ

- احتمال وقوع أية مشاهدة على بعد انحراف معياري واحد من الوسط الحسابي هو 0.6827 بين -1 : 1
 - احتمال وقوع أي مفردة على بعد إنحرافين معياريين من الوسط الحسابي هو 0.9545 بين -2 : 2
 - احتمال وقوع أية مفردة على بعد ثلاثة انحرافات معيارية من الوسط الحسابي هو 0.9973 بين -3 : 3
- والشكل التالي يوضح ذلك:

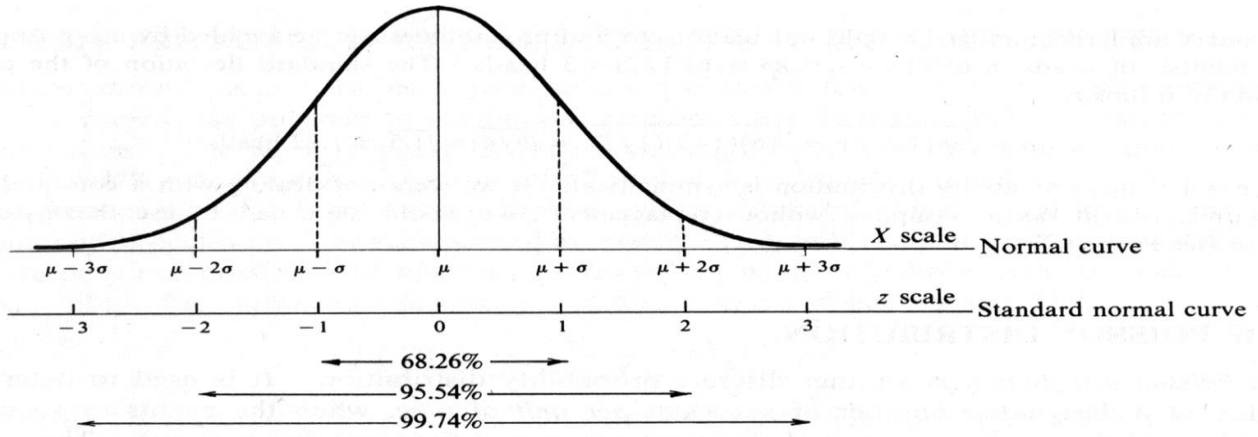


Fig. 3-4

مثال :-

تم دراسة متوسط طول الطالب في كلية إدارة الأعمال هو 180 سم و ذلك بانحراف معياري 10 سم تم اختيار أحد الطالب عشوائياً فإذا علمت أن هذه الظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي فأوجد :-

- 1- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 170 سم و 190 سم $(p(170 < x < 190))$.
- 2- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 160 سم و 200 سم $(p(160 < x < 200))$.
- 3- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 150 سم و 210 سم $(p(150 < x < 210))$.
- 4- احتمال أن يكون طول الطالب أقل من 190 سم $(p(x < 190))$.
- 5- احتمال أن يكون طول الطالب أكبر من 190 سم $(p(x > 190))$.
- 6- احتمال أن يكون طول الطالب أكبر من 150 سم $(p(x > 150))$.
- 7- احتمال أن يكون طول الطالب أقل من 160 سم $(p(x < 160))$.

الحل :-

1- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 170 سم و 190 سم $(p(170 < x < 190))$:-

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{170 - 180}{10} < z < \frac{190 - 180}{10} = -1 < z < 1 \quad P = 68.26\%$$

2- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 160 سم و 200 سم $(p(160 < x < 200))$:-

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{160 - 180}{10} < z < \frac{200 - 180}{10} = -2 < z < 2 \quad P = 95.45\%$$

٣- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين ١٥٠ سم و ٢١٠ سم $(p(150 < x < 210))$:-

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{150 - 180}{10} < z < \frac{210 - 180}{10}$$

$$-3 < z < 3 = P = 99.74\%$$

٤- احتمال أن يكون طول الطالب أقل من ١٩٠ سم $(p(x < 190))$:-

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$z < \frac{190 - 180}{10} = z < 1 = P = (0.6826/2) + 0.5 = 84.13\%$$

٥- احتمال أن يكون طول الطالب أكبر من ١٩٠ سم $(p(x > 190))$:-

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$z > \frac{190 - 180}{10} = z > 1 = P = 0.5 - (0.6826/2) = 15.87\%$$

٦- احتمال أن يكون طول الطالب أكبر من ١٥٠ سم $(p(x > 150))$:-

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$z > \frac{150 - 180}{10}$$

$$= z > -3$$

$$z < 3$$

$$P = (0.9974/2) + 0.5 = 99.87\%$$

٧- احتمال أن يكون طول الطالب أقل من ١٦٠ سم $(p(x < 160))$:-

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$z < \frac{160 - 180}{10}$$

$$z > -2$$

$$z > 2$$

$$P = 0.5 - (0.9545/2) = 0.02275 = 2.275\%$$

Tables of the Normal Distribution

Probability Content from $-\infty$ to Z

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

✓ استخدامات التوزيع الطبيعي القياسي:-

يستخدم التوزيع الطبيعي القياسي في التعامل مع الكثير من المشاكل العملية وإيجاد القيم الاحتمالية لها وإليك بعض الأمثلة على ذلك:

☒ مثال:

افترض أن إدارة المرور بالأحساء وضعت جهازا للرادار على طريق الدمام عند مدخل المبرز وذلك لضبط السيارات المسرعة في فترة معينة من اليوم، افترض أن X تمثل السرعة في الساعة للسيارات التي تمر بمدخل المبرز في فترة عمل الرادار، إذا كانت X تتوزع توزيعا معتدلا وسطه الحسابي 60 ميلا وتباينه 25 ميلا، أوجد التالي:

- نسبة السيارات التي تقل سرعتها عن 50 ميلا في الساعة .
- نسبة السيارات التي تزيد سرعتها عن 65 ميلا في الساعة.
- نسبة السيارات التي تكون سرعتها بين 60 ميلا و 70 ميلا في الساعة .
- عدد السيارات التي تكون سرعتها بين 60 ميلا و 77.45 ميلا من بين 10000 سيارة .

الحل :-

١- نسبة السيارات التي تقل سرعتها عن ٥٠ ميلا في الساعة :

$$P(X < 50) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{50 - 60}{\sqrt{25}}\right) = P(Z < -2) = 0.5 - (0.9545 / 2) = 0.02275$$

٢- نسبة السيارات التي تزيد سرعتها عن 65 ميلا في الساعة :

$$P(X > 65) = P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} > \frac{65 - 60}{\sqrt{25}}\right) = P(Z > 1) = 1 - P(Z \leq 1) = 0.5 - (0.6826 / 2) = 0.1587$$

٣- نسبة السيارات التي تكون سرعتها بين 60 ميلا و 80 في الساعة :

$$\begin{aligned} P(60 \leq X \leq 77.45) &= P\left(\frac{60 - 60}{\sqrt{25}} \leq Z \leq \frac{70 - 60}{\sqrt{25}}\right) \\ &= P(0 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq 0) \\ &= (0.9545 / 2) = 0.4772 \end{aligned}$$

٤- عدد السيارات المتوقع سرعتها بين 60 ميلا و 80 ميلا من بين 10000 سيارة :

$$10000(0.47725) = 4772$$

• ملاحظة .. اضافة من عندي حسب ما فهمت من شرح الدكتور .. اتمنى اكون وفقت

جدول التوزيع الطبيعي : بتطبيق القانون (القيمة - المتوسط / الانحراف المعياري) بعد الحصول على الناتج - نتبع طريقة الجدول

الوسط الحسابي	إذا كان المطلوب أكبر من (z > x)	إذا كان المطلوب أقل من (z < x)
0.6827 = -1 < z < 1	Z < 1 = (0.6827/2) + 0.50	Z > 1 = 0.50 - (0.6827/2)
0.9545 = -2 < z < 2	Z < 2 = (0.9545 / 2) + 0.50	Z > 2 = 0.50 - (0.9545/2)
0.9974 = -3 < z < 3	Z < 3 = (0.9974/2) + 0.50	Z > 3 = 0.50 - (0.9974/2)
يطبق نفس الطريقة لو الإشاره -		