

## المحاضرة الثامنة

المثال الأول المحاضرة الثامنة

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= 6X_1 + 8X_2 \\ \text{s.t.} \\ 30X_1 + 20X_2 &\leq 300 \\ 5X_1 + 10X_2 &\leq 110 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

المتباينة ( $\leq$ ) اصغر من او يساوي **نضيف** متغير يعني **عنصر موجب** كما في القيد الاول (اضفنا  $+S_1$ ) وفي القيد الثاني (اضفنا  $+S_2$ )

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي الى الشكل القياسي

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z - 6X_1 - 8X_2 &= 0 \\ \text{s.t.} \\ 30X_1 + 20X_2 + S_1 &= 300 \\ 5X_1 + 10X_2 + S_2 &= 110 \\ X_1, X_2, S_1, S_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

ننقل جميع القيم التي بعد ال = الى قبل ال = مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

الخطوة الثانية : تفرغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الاولي)

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z - 6X_1 - 8X_2 &= 0 \\ \text{s.t.} \\ 30X_1 + 20X_2 + S_1 &= 300 \\ 5X_1 + 10X_2 + S_2 &= 110 \\ X_1, X_2, S_1, S_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

تفرغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

الخطوة الثالثة :  
التحقق من الأمثلية :  
إذا كانت جميع قيم  
المعاملات في صف  
Z صفرية او موجبة  
فهذا يعني أننا قد

توصلنا للحل الأمثل ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل الى الخطوة الرابعة

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن أكبر عدد سالب في المتغير Z اسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي عليه هو العمود المحوري (المتغير الداخل) ( $X_2$ )

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت	
S1	30	20	1	0	300	$300/20=15$
S2	5	10	0	1	110	$110/10=11$
Z	-6	-8	0	0	0	

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث عن أقل خارج قسمة ليكون الصف المحوري (المتغير الخارج) ( $S_1$ )

محور الارتكاز (عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (10)

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

1

$$\begin{aligned} 5 / 10 &= 0.5 \\ 10 / 10 &= 1 \\ 0 / 10 &= 0 \\ 1 / 10 &= 0.1 \\ 110 / 10 &= 11 \end{aligned}$$

نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (10) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

2 (S1) الجديدة = (S1) القديمة - (معاملها في العمود الداخلى \* معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} 20 * 0.5 &= 10 \\ 20 * 1 &= 20 \\ 20 * 0 &= 0 \\ 20 * 0.1 &= 2 \\ 20 * 11 &= 220 \end{aligned}$$

3 نطرح: S2 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

(S1) القديمة	→	30	20	1	0	300
نتائج الضرب	→	10	20	0	2	220
=		20	0	1	-2	80

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	20	0	1	-2	80
X2	0.5	1	0	0.1	11
Z	-2	0	0	0.8	88

فيعطينا معادلة (S2) الجديدة

4 (Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود الداخلى \* (-8) معادلة الارتكاز الجديدة (X2))

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} -8 * 0.5 &= -4 \\ -8 * 1 &= -8 \\ -8 * 0 &= 0 \\ -8 * 0.1 &= 0.8 \\ -8 * 11 &= -88 \end{aligned}$$

5 نطرح: Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	→	-6	-8	0	0	0
نتائج الضرب	→	-4	-8	0	-0.8	-88
=		-2	0	0	0.8	88

الخطوة السادسة: نبحث عن القيم السالبة في الصف Z ونكرر العملية

معادلة الارتكاز الجديدة X2 = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

1

$$\begin{aligned} 20 / 20 &= 1 \\ 0 / 20 &= 0 \\ 1 / 20 &= 0.05 \\ -2 / 20 &= -0.1 \\ 80 / 20 &= 4 \end{aligned}$$

نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (20) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	20	0	1	-2	80
X2	0.5	1	0	0.1	11
Z	-2	0	0	0.8	88

2 (X2) الجديدة = (X2) القديمة - (معاملها في العمود الداخلى \* معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} 0.5 * 1 &= 0.5 \\ 0.5 * 0 &= 0 \\ 0.5 * 0.05 &= 0.025 \\ 0.5 * -0.1 &= -0.05 \\ 0.5 * 4 &= 2 \end{aligned}$$

3 نطرح: X2 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

X2 القديمة	→	0.5	1	0	0.1	11
نتائج الضرب	→	0.5	0	0.025	-0.05	2
=		0	1	-0.025	1.05	9

فيعطينا معادلة (X2) الجديدة

4 (Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود الداخلى \* (-2) معادلة الارتكاز الجديدة (X1))

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} -2 * 1 &= -2 \\ -2 * 0 &= 0 \\ -2 * 0.05 &= -0.1 \\ -2 * -0.1 &= 0.2 \\ -2 * 4 &= -8 \end{aligned}$$

5 نطرح: Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	→	-2	0	0	0.8	88
نتائج الضرب	→	-2	0	-0.1	-0.2	-8
=		0	0	0.1	1	96

6 نبحث عن القيم السالبة في الصف Z وبما انه لا يوجد قيم سالبة فقد وصلنا الى الحل الأمثل عند (4,9) حيث ان  $9 = X2$  و  $4 = X1$  و  $96 = Z$

المثال الثاني المحاضرة الثامنة

$$\text{MAX } Z = 6X_1 + 4X_2 + 5X_3$$

s.t.

$$X_1 + X_2 + 2X_3 \leq 12$$

$$X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 12$$

$$2X_1 + X_2 + X_3 \leq 12$$

$$2X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي الى الشكل القياسي

المتباينة ( $\leq$ ) اصغر من او يساوي **نضيف** متغير يعني **عنصر موجب** كما في القيد الاول (اضفنا  $+S_1$ ) والثاني (اضفنا  $+S_2$ ) والثالث  $+S_3$

$$\text{MAX } Z - 6X_1 - 4X_2 - 5X_3 = 0$$

s.t.

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + S_1 = 12$$

$$X_1 + 2X_2 + X_3 + S_2 = 12$$

$$2X_1 + X_2 + X_3 + S_3 = 12$$

$$X_1, X_2, X_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

الخطوة الثانية : تفرغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الاولي)

تفرغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

$$\text{MAX } Z - 6X_1 - 4X_2 - 5X_3 = 0$$

s.t.

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + S_1 = 12$$

$$X_1 + 2X_2 + X_3 + S_2 = 12$$

$$2X_1 + X_2 + X_3 + S_3 = 12$$

$$X_1, X_2, X_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0	0	0	0

الخطوة الثالثة :  
التحقق من الأمثلية :  
إذا كانت جميع قيم المعاملات في صف Z صفرية او موجبة فهذا يعني أننا قد

توصلنا للحل الامثل ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل الى الخطوة الرابعة

متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0	0	0	0

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن أكبر عدد سالب في المتغير Z اسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي عليه هو **العمود المحوري (المتغير الداخل) (X1)**

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث

عن أقل خارج قسمة ليكون الصف المحوري (المتغير الخارج) (S3)

متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت	
S1	1	1	2	1	0	0	12	12/1=12
S2	1	2	1	0	1	0	12	12/1=12
S3	2	1	1	0	0	1	12	12/2=6
Z	-6	-4	-5	0	0	0	0	

محور الارتكاز (عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (2)

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

1

نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (2) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

$$\begin{aligned} 2/2 &= 1 \\ 1/2 &= 0.5 \\ 1/2 &= 0.5 \\ 0/2 &= 0 \\ 0/2 &= 0 \\ 1/2 &= 0.5 \\ 12/2 &= 6 \end{aligned}$$

الجدول القديم

م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0	0	0	0

2 (S1) الجديدة = (S1) القديمة - (معاملها في العمود الداخل \* معادلة الارتكاز الجديدة)

الجدول الجديد

م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	0	0.5	1.5	1	0	-0.5	6
S2	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6
X1	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6
Z	0	-1	-2	0	0	3	36

نضرب ما بداخل القوس فيحطينا

$$\begin{aligned} 1 * 1 &= 1 \\ 1 * 0.5 &= 0.5 \\ 1 * 0.5 &= 0.5 \\ 1 * 0 &= 0 \\ 1 * 0 &= 0 \\ 1 * 0.5 &= 0.5 \\ 1 * 6 &= 6 \end{aligned}$$

3 نطرح : S1 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

(S1) القديمة → 1 1 2 1 0 0 12

ناتج الضرب → 1 0.5 0.5 0 0 0.5 6

= 0 0.5 1.5 1 0 -0.5 6

فيحطينا معادلة (S1) الجديدة

4 (S2) الجديدة = (S2) القديمة - (معاملها في العمود \* معادلة الارتكاز الجديدة)

(S2) القديمة 1 2 1 0 1 0 12

ناتج الضرب 1 0.5 0.5 0 0 0.5 6

= 0 1.5 0.5 1 0 -0.5 6

فيحطينا معادلة (S2) الجديدة

5 (Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود \* معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيحطينا

نطرح : Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

(Z) القديمة -6 -4 -5 0 0 0 0

ناتج الضرب -6 -3 -3 0 0 -3 -36

= 0 -1 -2 0 0 3 36

الخطوة السادسة: نبحث عن اكر عدد سالب في الصف Z ونكرر العملية

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

1

نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (1.5) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

$$\begin{aligned} 0/1.5 &= 0 \\ 0.5/1.5 &= 0.33 \\ 1.5/1.5 &= 1 \\ 1/1.5 &= 0.66 \\ 0/1.5 &= 0 \\ -0.5/1.5 &= -0.33 \\ 6/1.5 &= 4 \end{aligned}$$

الجدول القديم

م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	0	0.5	1.5	1	0	-0.5	6
S2	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6
X1	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6
Z	0	-1	-2	0	0	3	36

2 (X1) الجديدة = (X1) القديمة - (معاملها في العمود الداخل \* معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيحطينا

$$\begin{aligned} 0.5 * 0 &= 0 \\ 0.5 * 0.33 &= 0.16 \\ 0.5 * 1 &= 0.5 \\ 0.5 * 0.66 &= 0.33 \\ 0.5 * 0 &= 0 \\ 0.5 * 0.33 &= 0.16 \\ 0.5 * 4 &= 2 \end{aligned}$$

3 نطرح : X1 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

(X1) القديمة → 1 1 2 1 0 0 12

ناتج الضرب → 0 0.16 0.5 0.33 0 0.16 2

= 1 0.16 0.84 0.67 0 -0.16 3

الجدول الجديد

م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
X1	1	0.16	0.84	0.67	0	-0.16	3
S2	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4
X3	0	0.33	1	0.66	0	0.33	4
Z	0	-0.34	0	1.32	0	3.66	44

4 (S2) الجديدة = (S2) القديمة - (معاملها في العمود \* معادلة الارتكاز الجديدة)

(S2) القديمة 0 1.5 0.5 1 0 -0.5 6

ناتج الضرب 0 0.165 0.5 0.33 0 0.165 2

= 0 1.335 0 0.67 0 -0.665 4

5 (Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود \* معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيحطينا

نطرح : Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

(Z) القديمة 0 -1 -2 0 0 3 36

ناتج الضرب 0 -0.66 -2 -1.32 0 -0.66 -8

= 0 -0.34 0 1.32 0 3.66 44

الخطوة السابعة: نبحث عن أكبر عدد سالب في الصف Z ونكرر العملية

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

م أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
X1	1	0.16	0.84	0.67	0	-0.16	3
S2	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4
X3	0	0.33	1	0.66	0	0.33	4
Z	0	-0.34	0	1.32	0	3.66	44

$$3/0.16=18.75$$

$$4/1.335=2.99$$

$$4/0.33=12.12$$

$$0 / 1.335 = 0$$

$$1.335 / 1.335 = 1$$

$$0 / 1.335 = 0$$

$$0.67 / 1.335 = 0.5$$

$$0 / 1.335 = 0$$

$$0.665 / 1.335 = -0.5$$

$$4 / 1.335 = 2.99$$

1) نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (1.335) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

2) (X1) الجديدة = (X1) القديمة - (معاملها في العمود الداخل \* معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيحطيناً

$$0.16 * 0 = 0$$

$$0.16 * 1 = 0.16$$

$$0.16 * 0 = 0$$

$$0.16 * 0.5 = 0.8$$

$$0.16 * 0 = 0$$

$$0.16 * 0.5 = 0.8$$

$$0.16 * 2.99 = 0.4784$$

3) نطرح : S1 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

(X1) القديمة	→	1	0.16	0.84	0.67	0	-0.16	3
نتائج الضرب	→	0	0.16	0	0.8	0	0.8	0.4784
فيحطينا معادلة (X1) الجديدة	=	1	0	0.84	-0.13	0	-0.96	2.5216

4) (X3) الجديدة = (X3) القديمة - (معاملها في العمود \* معادلة الارتكاز الجديدة)

(S2) القديمة	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6
نتائج الضرب	0	0.165	0.5	0.33	0	0.165	2
=	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4

5) (Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود \* معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيحطيناً

نطرح : Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

القديمة Z	0	-0.34	0	1.32	0	3.66	44
نتائج الضرب	0	-0.34	0	-0.17	0	-0.17	-1.016
=	0	0	0	1.49	0	3.83	45.016

م أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
X1	1	0	0.84	-0.13	0	-0.96	2.5216
X2	0	1	0	0.5	0	0.5	2.99
X3	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4
Z	0	0	0	1.49	0	3.83	45.016

انتهت القيم السالبة من الصف Z للمعاملات الأساسية X1 و X2 و X3 وعليه فقد وصلنا الى الحل الأمثل عند القيم التالية

(2.5216 , 2.99 , 4)

حيث أن :

- Z = 45.016
- X1 = 2.5216
- X2 = 2.99
- X3 = 4