اختبار الفروض الإحصائية المعلمية

معامل الارتباط:

هو تعبير يشير إلى المقياس الإحصائي الذي يدل على مقدار العلاقة بين المتغيرات سلبية كانت أم إيجابية، وتتراوح قيمته بين الارتباط الموجب التام (1+) وبين الارتباط السالب التام (1-).

العلاقة الطردية بين المتغيرات:

هو تعبير يشير إلى تزايد المتغيرين المستقل والتابع معا، فإذا كانت الإنتاجية مرتفعة، ومستوى الجودة مرتفع، يقال حينئذ أن بينهما ارتباط موجب، وأعلى درجة تمثله هي (1+).

العلاقة العكسية بين المتغيرات:

هو تعبير يشير إلى تزايد في متغير يقابله تناقص في المتغير الآخر، فإذا كانت الإنتاجية منخفضة ومستوى الجودة مرتفع، يقال حينئذ أن بينهما ارتباط سالب، وأعلى درجة تمثله هي (1-).

الارتباط الجزئي Partial Correlation:

هو عبارة عن مقياس لقوة واتجاه الارتباط بين متغيرين كميين بعد استبعاد إثر متغير كمي ثالث، حيث يلاحظ انه بالرغم من ان قيمة معامل الارتباط بيرسون قد تكون كبيرة ولكن لا يمكن الاعتماد عليها لكونه يعتمد في قياسه على متغيرين فقط، فقد يوجد متغير ثالث يؤثر في المتغيرين ولهذا برزت اهمية معامل الارتباط الجزئي.

فمثلا:

يمكن قياس قوة الارتباط بين مستوى الطلبة في الجامعات والبيئة الجامعية بعد استبعاد عدد ساعات الدراسة لكل طالب. ويتم حساب الارتباط الجزئي من خلال حساب الارتباطات الثنائية بين متغيرات الدراسة (على الباحث أن يستخدم معامل الارتباط المناسب لعدد العينة ولطبيعة توزيع المتغيرات).

أي أن بإمكان الباحث استخدام معامل ارتباط بيرسون أو معامل ارتباط سبيرمان أو غير ذلك من معاملات الارتباط تبعا كما ذكر لطبيعة توزيع متغيرات الدراسة.

مثال:

أراد باحث أن يدرس العلاقة بين التحصيل الدراسي والغياب لدى مجموعة من الطلبة، ومن المعروف أنه إلى جانب الغياب فإن طريقة التدريس للطالب تؤثر في تحصيله الدراسي أيضا، فإذا استطاع الباحث أن يضبط هذا المتغير (المتغير الخاص بطريقة التدريس) أثناء إجرائه للتجربة، ويختار الطلبة من بين الذين يتعلمون بطريقة تدريس واحدة فإنه يكون بذلك قد عزل تأثير هذا المتغير.

أما إذا لم يستطع الباحث اختيار الطلبة من الذين يخضعون لطريقة تدريس واحدة، وكان الطلبة يتلقون تدريسهم وفقا لطرق تدريس مختلفة، فإنه بذلك يكون في حاجة لمعامل الارتباط الجزئي لكي يعزل تأثير متغير طريقة التدريس في العلاقة بين التحصيل الدراسي والغياب، والبيانات التالية توضح هذا المثال:

الطلبة	الغياب (1)	التحصيل (2)	طريقة التدريس (3)
1	70	15	13
2	110	13	20
3	120	11	55
4	95	13	80
5	105	08	06

المطلوب:

- حساب معامل الارتباط بين الغياب والتحصيل مع تثبيت طريقة التدريس؟

الحل:

لغرض حساب معامل الارتباط بين الغياب والتحصيل مع تثبيت طريقة التدريس لا بد من حساب معاملات الارتباط بين المتغيرات الثلاثة السابقة كالتالي:

- معامل ارتباط بيرسون بين الغياب والتحصيل الدراسي ونرمز له 1.2 أي معامل الارتباط بين المتغير (1) والمتغير (2)
- معامل ارتباط بيرسون بين الغياب وطريقة التدريس ونرمز له 1.3 أي معامل الارتباط بين المتغير (1) والمتغير (3)
- معامل ارتباط بيرسون بين التحصيل الدراسي وطريقة التدريس ونرمز له 2.3 أي معامل الارتباط بين المتغير (2) والمتغير (3)

ويتم حساب معامل ارتباط بيرسون من خلال العلاقـة التالية:

$$r=\frac{\sum XY-\frac{\left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{n}}{\sqrt{\left(\sum X^{2}-\frac{\left(\sum X\right)^{2}}{n}\right)\left(\sum Y^{2}-\frac{\left(\sum Y\right)^{2}}{n}\right)}}$$

حيث:

- $\sum XY$ تعني مجموع حاصل ضرب كل قيمة من X في Y.
- $\left(\sum X\right)$ تعني مجموع قيم المتغير X.
- $\left(\sum Y\right)$ تعني مجموع قيم المتغير Y.
- $\sum X^2$ تعني مجموع مربع قيم المتغير X.
- $\left(\sum X\right)^2$ تعني مربع مجموع قيم المتغير X.
- $\sum Y^2$ تعني مجموع مربع قيم المتغير Y.
- $\left(\sum Y\right)^2$ تعني مربع مجموع قيم المتغير Y.
- n عدد قيم الدراسة (عدد الأزواج المطلوب حساب الارتباط بينها).

معامل ارتباط بيرسون بين الغياب والتحصيل الدراسي ونرمز له $r_{1.2}$

الطلبة	الغياب (1) X	التحصيل الدراسي (2) Y	X^2	Y^2	XY
1	70	15	4900	225	1050
2	110	13	12100	169	1430
3	120	11	14400	121	1320
4	95	13	9025	169	1235
5	105	8	11025	64	840
المجموع	500	60	51450	748	5875

$$r_{1.2} = \frac{5875 - \frac{(500)(60)}{5}}{\left[\sqrt{(51450) - \frac{(500)^2}{5}}\right]\left[\sqrt{(748) - \frac{(60)^2}{5}}\right]} = \frac{5875 - 6000}{\left(\sqrt{51450 - 50000}\right)\left(\sqrt{748 - 720}\right)}$$

$$= \frac{-125}{\left(\sqrt{1450}\right)\left(\sqrt{28}\right)} = \frac{-125}{(38.08)(5.292)} = \frac{-125}{201.519} = -0.620$$

معامل ارتباط بيرسون بين التحصيل الدراسي وطريقة التدريس ونرمز له $r_{2.3}$

$$r_{2.3}=\frac{2148-\frac{(60)(174)}{5}}{\left[\sqrt{(748)-\frac{(60)^2}{5}}\right]\left[\sqrt{(10030)-\frac{(174)^2}{5}}\right]}=\frac{2148-2088}{\left(\sqrt{748-720}\right)\left(\sqrt{10030-6055.2}\right)}$$

$$=\frac{60}{\left(\sqrt{28}\right)\left(\sqrt{3974.8}\right)}=\frac{60}{(5.292)(63.046)}=\frac{60}{333.639}=+0.179$$

بعد حساب معامل الارتباط الثنائي المناسب نقوم بعدها بتطبيق قانون معامل الارتباط الجزئي كالتالي:

$$r_{1.2.3}=\frac{(r_{1.2})-[(r_{1.3})(r_{2.3})]}{\sqrt{\left[1-(r_{1.3})^2\right]\left[1-(r_{2.3})^2\right]}}$$

$$r_{1.2.3}=\frac{(-.620)-[(.225)(.179)]}{\sqrt{\left[1-(.225)^2\right]\left[1-(.179)^2\right]}}$$

$$=\frac{(-.620)-(.0402)}{\sqrt{(1-0.0506)(1-0.032)}}$$

$$=\frac{-0.662}{\sqrt{(0.9494)(0.968)}}=\frac{-0.662}{\sqrt{0.919}}$$

$$=\frac{-0.660}{0.9586}=-0.689$$

مثال:

يقوم أحد الباحثين بدراسة العلاقة بين ثلاث من الظواهر وهي A وB وC ووجد أن الارتباط بين كل من الظاهرة الأولى A والظاهرة الثانية B يساوي (0.62) والارتباط بين الظاهرة الأولى والثالثة يساوي (-0.225) والارتباط بين كل من الظاهرة الثانية والثالثة تساوي (0.179)، فالمطلوب تقدير قيمة الارتباط الجزئي بين كل من هذه الظواهر.

الحل:

بعد حساب معامل الارتباط الثنائي المناسب نقوم بعدها بتطبيق قانون معامل الارتباط الجزئي كالتالي:

$$r_{1.2.3}=\frac{(r_{1.2})-[(r_{1.3})(r_{2.3})]}{\sqrt{[1-(r_{1.3})^2][1-(r_{2.3})^2]}}$$

$r_{1.2} = 0.62$

$r_{1.3} = -0.225$

$r_{2.3} = 0.179$

$$r_{1.2.3}=\frac{(.620)-[(-.225)(.179)]}{\sqrt{[1-(-.225)^2][1-(.179)^2]}}$$

$$=\frac{(.620)+(.0402)}{\sqrt{(1-0.0506)(1-0.032)}}$$

$$=\frac{0.662}{\sqrt{(0.9494)(0.968)}}=\frac{0.662}{\sqrt{0.919}}$$

$$=\frac{0.660}{0.9586}=0.689$$

اختبار معنوية معامل الارتباط Significance Of Correlation Coefficient:

إذا كانت قيمة معامل ارتباط العينة r قريبة من + 1 أو – 1 فإن هناك علاقة خطية قوية بين المتغيرين، وإذا كانت r = 0 فإنه لا توجد علاقة خطية بينهما، أما إذا كانت قيم r متوسطة فإنه يجب اختبار معنوية (أو دلالة) معامل ارتباط العينة، وهل هناك ارتباط حقيقي بين المتغيرين في المجتمع، أم أن الارتباط بينهما زائف وغير حقيقي.

وفيما يلي نتناول بالتفصيل اختبار معنوية معامل ارتباط المجتمع والذي نرمز له بالرمز R.

اختبار أن معامل ارتباط المجتمع يساوي الصفر:

بافتراض أن المجتمع له توزيع طبيعي فإن معامل ارتباط العينة r يكون له توزيع t بوسط حسابي يساوي R وانحراف معياري يساوي $\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$ وذلك بدرجات حرية n – 2. وبالتالي تكون خطوات اختبار أن معامل ارتباط المجتمع يساوي صفر كما يلي:

1- **الفرض العدمي:** أن معامل ارتباط المجتمع يساوي صفر، أي لا يوجد ارتباط بين المتغيرين. وبالرموز: $H_0: R = 0$

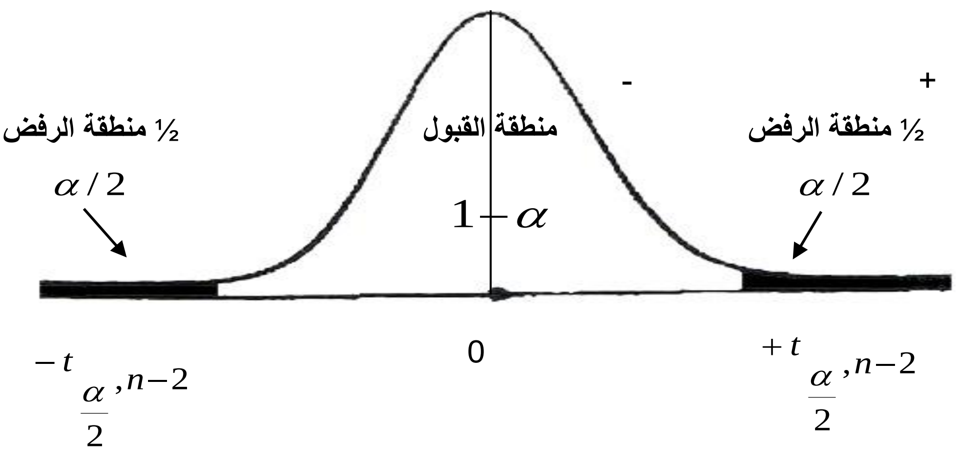
2- **الفرض البديل:** معامل ارتباط المجتمع لا يساوي صفر، أي ويجد ارتباط بين المتغيرين، وبالرموز: $H_A: R \neq 0$

3- **إحصائية الاختبار:** ستكون إحصائية الاختبار في هذه الحالة هي t والتي تأخذ الشكل التالي: $T = \dfrac{r}{\sqrt{\dfrac{1-r^2}{n-2}}}$

والتي لها توزيع t بدرجات حرية n – 2.

4- **حدود منطقتي القبول والرفض:** والتي نحصل عليها من جدول t لمستوى معنوية يساوي $\frac{\alpha}{2}$

ودرجات حرية تساوي n – 2 (اختبار الطرفين):



5- **<u>المقارنة والقرار:</u>**

حيث نقارن قيمة إحصائية الاختبار (المحسوبة في الخطوة رقم 3) بحدود منطقتي القبول والرفض (من الخطوة رقم 4). فإذا وقعت قيمة الإحصائية في منطقة القبول فإن القرار هو قبول الفرض العدمي بأن R = 0 أي لا يوجد ارتباط بين المتغيرين والعكس إذا وقعت قيمة الإحصائية في منطقة الرفض فإن القرار هو رفض الفرض العدمي، وفي هذه الحالة نقبل الفرض البديل بأن هناك ارتباط بين المتغيرين وذلك بمستوى معنوية يساوي α .

مثال:

اختبر معنوية معامل الارتباط لوكان لدينا البيانات التالية:

r = 0.91 ، n = 10

وذلك بمستوى معنوية % 5.

الحل:

لوكان لدينا البيانات التالية:

r = 0.91 ، n = 10

وتكون خطوات اختبار معنوية الارتباط كما يلي:

1- **<u>الفرض العدمي:</u> H_0: R = 0**

2- **<u>الفرض البديل:</u> H_A : R ≠ 0**

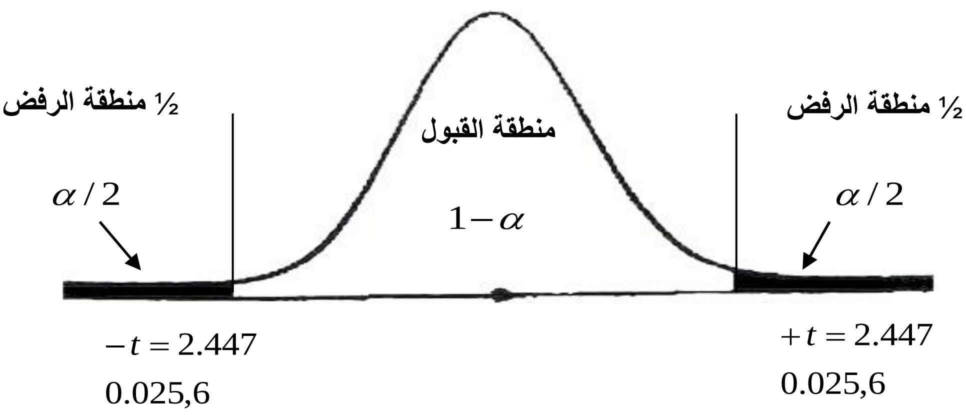
3- **<u>الإحصائية:</u>**

$$t=\frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}}=\frac{0.91}{\sqrt{\frac{1-(0.91)^2}{10-2}}}=\frac{0.91}{\sqrt{\frac{0.1719}{8}}}=\frac{0.91}{\sqrt{0.0215}}=\frac{0.91}{0.1466}=6.208$$

إذا: $t=6.208$

4- **<u>حدود منطقتي القبول والرفض:</u>**

من جدول t حيث مستوى المعنوية $\alpha=0.05$, $\frac{\alpha}{2}=0.025$ **ودرجات الحرية تساوي (n – 2 = 10 – 2=8) نجد أن قيمة t تساوي 2.447 وتكون حدود منطقتي القبول والرفض كما يلي:**



5- **المقارنة والقرار:**
بمقارنة قيمة الإحصائية المحسوبة في الخطوة رقم 3 والتي تساوي 6.2074 بحدود منطقتي القبول والرفض (أو قيم t الجدولية في الخطوة رقم 4) نجد أنها تقع في منطقة الرفض (حيث أنها أكبر من 2.447) لذلك فإن القرار هو: رفض الفرض العدمي وقبول الفرض البديل. أي رفض أن معامل الارتباط يساوي صفر. وقبول أن معامل الارتباط لا يساوي صفر أي يوجد ارتباط بين المتغيرين (أعمار الناخبين ودخولهم اليومية) وذلك بمستوى معنوية 5 %.

مثال:

أن معامل الارتباط بين ثلاث ظواهر اقتصادية قد بلغت (r = 0.21) وكان عدد المفردات التي تم دراستها (n = 10)، وقد رغب الباحث في دراسة معنوية الارتباط وذلك بمستوى 5%.

1- قيمة إحصائي الاختبار t تساوي: -
- أ **0.6075**
- ب **-0.6075**
- ج **6.208**
- د لا شيء مما سبق

2- إذا علمت أن حدود منطقتي القبول و الرفض هي (2,447- , 2.447)فعلى ذلك يمكن :-
- أ قبول الفرض العدمي.
- ب رفض الفرض العدمي.
- ج عدم قبول أي من الفرضين.
- د لا شيء مما سبق

الحل:

لوكان لدينا البيانات التالية:

r = 0.21 ، n = 10

وتكون خطوات اختبار معنوية الارتباط كما يلي:

1 – الفرض العدمي: $H_0: R = 0$

2 – الفرض البديل: $H_A: R \neq 0$

3 – إحصائي الاختبار:

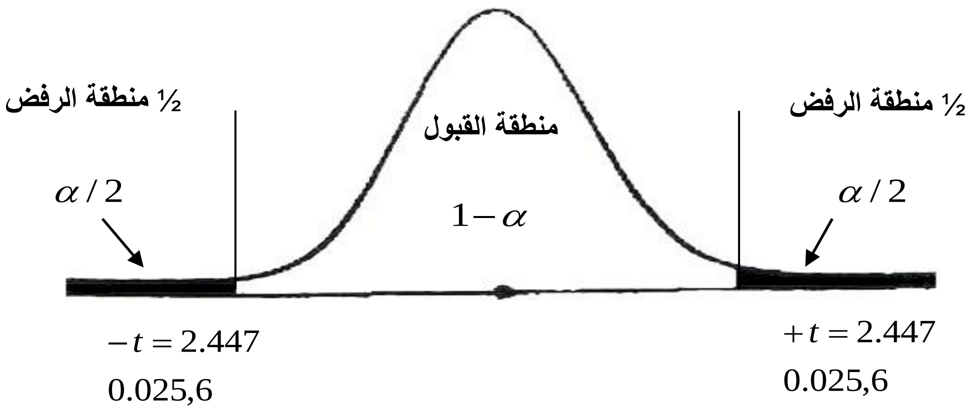
$$t=\frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}}=\frac{0.21}{\sqrt{\frac{1-(0.21)^2}{10-2}}}=0.6075$$

إذا: $t = 0.6075$

4 – حدود منطقتي القبول والرفض:

من جدول t حيث مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$, $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ ودرجات الحرية تساوي (**n – 2 = 10 – 2=8**)

نجد أن قيمة t تساوي **2.447** وتكون حدود منطقتي القبول والرفض كما يلي:



5 – المقارنة والقرار:

بمقارنة قيمة الإحصائية المحسوبة في الخطوة رقم 3 والتي تساوي 0.6075 بحدود منطقتي القبول والرفض (أو قيم t الجدولية في الخطوة رقم 4) نجد أنها تقع في منطقة القبول (حيث أنها أقل من 2.447) لذلك فإن القرار هو: قبول الفرض العدمي. أي قبول الفرض القائل إن معامل الارتباط يساوي صفر. أي لا يوجد ارتباط بين المتغيرين وذلك بمستوى معنوية 5 %.

تمرين واجب:

إذا علمت أنه:

أن معامل الارتباط بين ثلاث ظواهر اقتصادية قد بلغت (r = 0.91) وكان عدد المفردات التي تم دراستها (n = 10)، وقد رغب الباحث في دراسة معنوية الارتباط وذلك بمستوى 5% "

1 قيمة إحصائي الاختبار t تساوي: -

- أ **0.6208**
- ب **-0.6208**
- ج **6.208**
- د **لا شيء مما سبق**

2 إذا علمت أن حدود منطقتي القبول و الرفض هي (2,447- , 2.447) فعلى ذلك يمكن :-

- أ **قبول الفرض العدمي.**
- ب **رفض الفرض العدمي.**
- ج **عدم قبول أي من الفرضين.**
- د **لا شيء مما سبق**

ملاحظة: طريقة حل تمرين الواجب، نفس طريقة المثال السابق.