الفصل الثاني

العمليات الجبرية

تلخيص المحاضرة الرابعة

اللوغاريتمات :

نشأت فكرة اللوغاريتمات عند المحاولة للإيجاد مجهول $X=y^n$ بالنسبة لمجهول n .

فإذا كانت كل من x , y عدد موجب بحيث $y\neq1$ فأنه يوجد عدد حقيقي وهو n بحيث $X=y^n$ ويسمى العدد n باللوغاريتم و العدد X للأس Y ويكتب على الصورة :

$$\log_y^x = n$$

وباختصار يمكن تسهيلها بالمعادلة التالية لتحصل ع الجواب ولفهمها ابسط :

$$X = y^{n}$$ الطريقة الأسية

$$\log_{y} x = n$$ اللوغارتمية

بشرط

$$X , y > 0$$

$$y \neq 1$$

امثلة

س/ اكتب كل من المقادير التالية على الصورة الأسية .:

نطبق القاعدة

1- $\log_{\underset{y}{10}} \overset{x}{1000} = \overset{n}{3} \quad = 1000=10^{3}$

2- $\log_{3} 9 = 2 \quad = 9=3^{2}$

والعكس صحيح لتحويل من الطريقة الأسية الى الطريقة اللوغاريتمية :

1- $\overset{y}{(81)}^{\overset{n}{\frac{1}{2}}} = \overset{x}{9}$

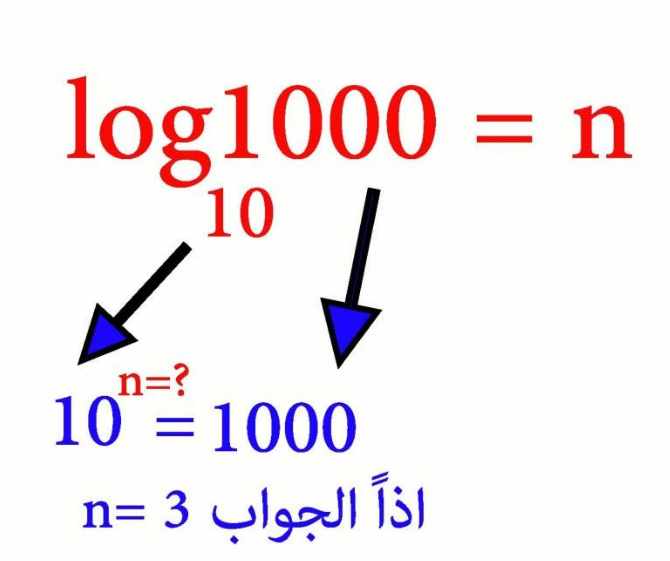
$= \log_{81} 9 = \frac{1}{2}$

2- $(5)^{3} = 125$

$= \log_{5} 125 = 3$

طريقة ايجاد قيمة n في المسائل اللوغاريتمية . !

الطريقة هي تحويل المعادلة اللوغاريتمية الى الطريقة الأسية .



- بشكل عام يوجد اساسان لهما الأهمية الكبرى في التطبيقات المختلفة .:

- الأساس للعدد 10 ويسمى اللوغاريتم العشري وعادة في هذا اللوغاريتم لا يكتب الاساس 10 اسفل اللوغاريتم .

- الأساس للعدد e (e : عدد ثابت مقداره 2.718) ويسمى باللوغاريتم الطبيعي ويرمز له برمز (ln) log e

خواص اللوغاريتمات

- لوغاريتم 1 لأي اساس دائما يساوي صفر (قاعدة ثابته) .
- دائما اذا تساوى اللوغاريتم مع الاساس دائما يساوي واحد (قاعدة ثابته)

قواعد لمسائل اللوغاريتمات

يجب حفضها و فهما لمعرفة حل المسائل وتطبيق بعض المسائل عليها

1- $\log_y 1 = 0$

2- $\log_x x = 1$

3- $\log_y x^n = n \log_y x$

4- $\log_z (x\,y) = \log_z x + \log_z y$

5- $\log_z (x/y) = \log_z x^{-1} - \log_z y$

6 - $\log_y 1/x = \log_y x = - \log_y x$

7- $\log_y \sqrt{x} \quad = \log_y x = 1/n \log_y x$

كثيرات الحدود

مثال على كثيرات الحدود .:

$$x^5 - 2x^4 + 3x^2 + x - 1$$

كثيرات حدود من الدرجة الخامسة

$$x^3 - 2x^4 + 3x^2 + x - 1$$

كثيرات حدود من الدرجة الثالثه

$$x^{1/5} - 2x^4 + 3x^2 + x - 1$$

هذا ليس كثيرات حدود لوجود عدد كسري

يجب ان يكون عدد صحيح

$n \geq 0$

العمليات الجبرية على المقادير الجبرية

تعريف : المقدار الجبري هو عبارة عن تركيبة من الرموز و الأعداد المرتبطة في ما بينها عن طريق العمليات الجبرية الأساسية (+ - * /).

- امثلة على بعض العمليات :.

$$\underline{x^2} + \underline{1}$$

مقدار جبري مكون من حدين

$$\underline{5x^2} - \underline{2x} + \underline{10^3}$$

مقدار جبري مكون من ثلاث حدود

العمليات الجبرية على المقادير الجبرية

- في حالة الجمع او الطرح : فأننا نجمع او نطرح المعاملات العددية للمتغيرات المتشابهة بعد ترتيبها اما بالطريقة الأفقية او العمودية .

- مثال .: اوجد ناتج الطرح بين المقدارين :

$$(3x^2 - 2x - 5) - (10 - 2x^2 + 5x)$$

اولا نرتب الأعداد

ثانيا نطرح او نجمع اذا كان السؤال جمع

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 2x - 5 \\ - \quad -2x^2 + 5x + 10 \\ \hline 5x^2 - 7x - 15 \end{array}$$

العمليات الجبرية على المقادير الجبرية

- في حالة الضرب : للإيجاد حاصل ضرب مقدار جبري في اخر فأننا نستخدم عملية التوزيع و قوانين الأسس مع قاعدة الإشارات ثم نجمع الحدود المتشابهة ان وجدت .

❖ مثال .: اوجد ناتج ما يلي :

$$5x^2(-2x^3 - 10x)$$

$$= -10x^5 - 50\,x^3$$

$$(x - 1)\ (x^2 + 2x)$$

هنا نفس الخطوات الأول في الاول و الثاني _ والعدد الثاني في الاول و الثاني

$$= x^3 + 2x^2 - x^2 - 2x$$

$$= x^3 + x^2 - 2x$$

العمليات الجبرية على المقادير الجبرية

في حالة القسمة : لإيجاد حاصل القسمة سنستخدم (قوانين الأسس , قوانين الكسور , قاعدة الإشارات) وهناك نوعين من قسمة المقادير الجبرية هما :

- قسمة مقدار جبري مكون من حد واحد على مقدار جبري اخر مكون من حد واحد .

❖مثال :.

$$\frac{27x}{9x^{2}}$$

$$= 3x$$

العمليات الجبرية على المقادير الجبرية

- قسمة مقدار جبري مكون من اكثر من حد على مقدار جبري مكون من حد واحد

❖ مثال .: اوجد ناتج ما يلي :

$$\frac{25x^3 + 5x^2 - 15x}{5x}$$

$$= \frac{25x^3}{5x} + \frac{5x^2}{5x} - \frac{15x}{5x}$$

$$= 5x^2 + x - 3$$

يفضل ترتيب الحدود البسط ثم توزيع المقام

مجهود شخصي من اخوكم / lostx7x