الفصل الثاني

العمليات الجبرية

تلخيص المحاضرة الرابعة

اللوغاريتمات :

نشأت فكرة اللوغاريتمات عند المحاولة للإيجاد مجهول $X=y^n$ بالنسبة لمجهول n .

فإذا كانت كل من x , y عدد موجب بحيث $y \mp 1$ فأنه يوجد عدد حقيقي وهو n

بحيث $X=y^n$ ويسمى العدد nباللوغاريتم و العدد X للأس Y ويكتب على الصورة
:

$$\log_{y}^{x} = n$$

وباختصار يمكن تسهيلها بالمعادلة التالية لتحصل ع الجواب ولفهمها ابسط :

$$X = y^{n}$$ الطريقة الأسية

$$\log_{y}^{x} = n$$ اللوغارتمية

بشرط

$$X , y > 0$$

$$y \neq 1$$

امثلة

س/ اكتب كل من المقادير التالية على الصورة الأسية .:

نطبق القاعدة

$$1-\ \log_{\underset{y}{10}} \overset{x}{1000} = \overset{n}{3} \quad = 1000 = 10^{3}$$

$$2-\ \log_{3} 9 = 2 \quad = 9 = 3^{2}$$

$$3-\ \log_{25} 5 = {}^{1}/_{2} = 25^{1/2} = 5 = \sqrt{25}$$

$$5=5$$

والعكس صحيح لتحويل من الطريقة الأسية الى الطريقة اللوغاريتمية :

$$1-\ (\overset{y}{81})^{\overset{n}{\frac{1}{2}}} = \overset{x}{9}$$

$$= \log_{81} 9 = \frac{1}{2}$$

$$2-\ (5)^3 = 125$$

$$= \log_5 125 = 3$$

$$3-\ \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} = \log_4 \frac{1}{16} = 2\ .$$

طريقة ايجاد قيمة n في المسائل اللوغاريتمية . !

الطريقة هي تحويل المعادلة اللوغاريتمية الى الطريقة الأسية .

$$\log_{10} 1000 = n$$

$$10^{n=?} = 1000$$

n= 3 اذاً الجواب

○ بشكل عام يوجد اساسان لهما الأهمية الكبرى في التطبيقات المختلفة :.

- الأساس للعدد 10 ويسمى اللوغاريتم العشري وعادة في هذا اللوغاريتم لا يكتب الاساس 10 اسفل اللوغاريتم .

- الأساس للعدد e (e : عدد ثابت مقداره 2.718) ويسمى باللوغاريتم الطبيعي ويرمز له برمز (ln) log e

خواص اللوغاريتمات

- لوغاريتم 1 لأي اساس دائما يساوي صفر (قاعدة ثابته) .
- دائما اذا تساوى اللوغاريتم مع الاساس دائما يساوي واحد (قاعدة ثابته)

قواعد لمسائل اللوغاريتمات

يجب حفضها و فهما لمعرفة حل المسائل وتطبيق بعض المسائل عليها

$1\text{-}\ \log_y 1 = 0$

$2\text{-}\ \log_x x = 1$

$3\text{-}\ \log_y x^n = n \log_y x$

$4\text{-}\ \log_z (x\,y) = \log_z x + \log_z y$

$5\text{-}\ \log_z (x/y) = \log_z x^{-1} - \log_z y$

$6\text{-}\ \log_y 1/x = \log_y x = -\log_y x$

$7\text{-}\ \log_y \sqrt{x} = \log_y x = 1/n \log_y x$

أمثله: 1 - $\log_5 1 = 0, \log_e 1 = \ln 1 = 0$

-2 $\log_{10} 10 = 1$

$\log_{25} 25 = 1$

-3 $\log_5 5^x = x \log_5 5 = x \cdot 1 = x$.

$\log_{10} 1000 = \log_{10} 10^3 = 3 \log_{10} 10 = 3 \times 1 = 3$

-4 $\log_5 (125 \times 10) = \log_5 125 + \log_5 10$

$= \log_5 5^3 + \log_5 (5 \times 2)$

$= 3 \log_5 5 + \log_5 5 + \log_5 2$

$= 3 + 1 + \log_5 2$

$= 4 + \log_5 2$

- 5 $\log {}^{100}/_{200} = \log 100 - \log 200$

$= \log 10^2 - \log(2 \times 100)$

$= 2\log 10 - [\log 2 + \log 10^2]$

$= 2-[\log 2 + 2]$

$= 2 - \log 2 - 2 = \log 2$

الحل بطريقة أخرى : $\log {}^{100}/_{200} = \log {}^{1}/_{2}$

$= \log 2^{-1}$

$= -\log 2$

- 6 $\log {}^{1}/_{1000} = \log(1000)^{-1}$

$= -\log 10^3 = -3\log 10$

$= -3 \times 1 = -3$

أيضا : $\log_5 {}^{1}/_{5} = \log_5 5^{-1} = -\log_5 5 = -1 \times 1 = -1$

- 7 $\log 3\sqrt[3]{27} = \log_3 (27)^{1/3} = 1/3 \log_3 27$

$= 1/3\log_3 3$

$= 1/3 \times 3 \log_3 3$

$= 1 \times 1 = 1$

$\log_3 \sqrt{27}$

$= \log_3 (27)^{1/2} = 1/2\log_3 27$

$= 1/2 \log_3 3$

$= 3/2\log_3 3$

$= \ 3/2$

كثيرات الحدود

مثال على كثيرات الحدود :.

$$x^5 - 2x^4 + 3x^2 + x - 1$$

كثيرات حدود من الدرجة الخامسة

$$x^3 - 2x^4 + 3x^2 + x - 1$$

كثيرات حدود من الدرجة الثالثه

$$x^{1/5} - 2x^4 + 3x^2 + x - 1$$

هذا ليس كثيرات حدود لوجود عدد كسري

يجب ان يكون عدد صحيح

$n \geq 0$

العمليات الجبرية على المقادير الجبرية

تعريف : المقدار الجبري هو عبارة عن تركيبة من الرموز و الأعداد المرتبطة في ما بينها عن طريق العمليات الجبرية الأساسية (+ - * /).

❖ امثلة على بعض العمليات :.

$$\underline{x^2} + \underline{1}$$

مقدار جبري مكون من حدين

$$\underline{5x^2} - \underline{2x} + \underline{10^3}$$

مقدار جبري مكون من ثلاث حدود

العمليات الجبرية على المقادير الجبرية

في حالة الجمع او الطرح : فأننا نجمع او نطرح المعاملات العددية للمتغيرات المتشابهة بعد ترتيبها اما بالطريقة الأفقية او العمودية .

❖مثال .: اوجد ناتج الطرح بين المقدارين :

$$(3x^2 - 2x - 5) - (10 - 2x^2 + 5x)$$

اولا نرتب الأعداد

ثانيا نطرح او نجمع اذا كان السؤال جمع

$$\begin{array}{l} \quad 3x^2 - 2x - 5 \\ - \\ \quad -2x^2 + 5x + 10 \\ \hline \quad 5x^2 - 7x - 15 \end{array}$$

اوجد ناتج جمع المقدارين :

$(3x^2 - 2x – 5) + (10 – 2x^2 + 5x).$

الحل : نعيد ترتيب المقدار الثاني ونجمع المعاملات المتشابهة :.

$$\begin{array}{r} 3x^2-2x-5 \\ +\ -2x^2+5x+10 \\ \hline x^2+3x+5 \end{array}$$

العمليات الجبرية على المقادير الجبرية

في حالة الضرب : للإيجاد حاصل ضرب مقدار جبري في اخر فأننا نستخدم عملية التوزيع و قوانين الأسس مع قاعدة الإشارات ثم نجمع الحدود المتشابهة ان وجدت .

- مثال .: اوجد ناتج ما يلي :

$$5x^2(-2x^3 - 10x)$$

$$= -10x^5 - 50x^3$$

$$(x - 1)(x^2 + 2x)$$

هنا نفس الخطوات الأول في الاول و الثاني _ والعدد الثاني في الاول و الثاني

$$= x^3 + 2x^2 - x^2 - 2x$$

$$= x^3 + x^2 - 2x$$

العمليات الجبرية على المقادير الجبرية

- في حالة القسمة :لإيجاد حاصل القسمة سنستخدم (قوانين الأسس , قوانين الكسور , قاعدة الإشارات) وهناك نوعين من قسمة المقادير الجبرية هما :

- قسمة مقدار جبري مكون من حد واحد على مقدار جبري اخر مكون من حد واحد .

❖مثال :.

$$\frac{27x}{9x^{2}}$$

$$= 3x$$

2 - $\frac{24x^3y^2}{6x\,y^{-2}} = 4x^2\,y^2\,y^2$

$=4x^2\,y^4$

العمليات الجبرية على المقادير الجبرية

- قسمة مقدار جبري مكون من اكثر من حد على مقدار جبري مكون من حد واحد

❖ مثال .: اوجد ناتج ما يلي :

$$\frac{25x^3 + 5x^2 - 15x}{5x}$$

$$= \frac{25x^3}{5x} + \frac{5x^2}{5x} - \frac{15x}{5x}$$

$$= 5x^2 + x - 3$$

يفضل ترتيب الحدود البسط ثم توزيع المقام

تمارين ومسائل : اوجد ناتج مايلي :

1) $\log_5 \sqrt{125}$ 2) $\log_3 (\frac{1}{3})^3$.

2) $(x^2 y - xy - 5x) - (xy - 3x^2 y - 10x)$.

3) $(6 x y)(2x^2 y - 3 xy^2)$.

4) $\frac{-24x^2y^2 - 8x^3y^3}{-4x^3y^2}$.

مجهود شخصي من اخوكم / lostx7x

مراجعة وتدقيق : .... انا ....

ملاحظة (ارجو التنبيه إذا كان هناك خطأ)

بالتوفيق لكم جميعاً