قوانين

مبادئ الرياضيات

خصائص الاعداد الحقيقية:

١-الخاصية التبديلية:

س + ص = ص + س

٢-الخاصية التجميعية :

(س +ص) + ع = س + (ص + ع)

٣-خاصية التوزيع :

س (ص + ع) = س ص + س ع

٤-خاصية الاختصار:

س + ص = س + ع ⇔ " ص= ع "

س ص = س ع ⇔ " ص = ع "

-خاصية النظير:

أ-نظير الجمع :

س + (- س) = (- س) + س = صفر

ب-نظير الضرب :

س X $\frac{1}{\text{س}}$ = $\frac{1}{\text{س}}$ X س = س

-خاصية العوامل :

س ص = صفر ⇔ س = صفر او ص = صفر

الأَسس :

١) س$^{\text{م}}$ = س X س X ....X س

٢) (م = المرات)

حاله خاصه :-

٣) س$^{\text{صفر}}$ = ١ ،، بشرط س =/= صفر

٤) س$^{-\text{م}}$ = $\frac{1}{\text{س}^{\text{م}}}$

٥) $\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{-\text{م}} = \left(\frac{\text{ص}}{\text{س}}\right)^{\text{م}}$

٦) س =/= صفر ، ص =/= صفر

خواص الاسس :

١- س$^{\text{م}}$ X س$^{\text{ن}}$ = س$^{\text{م}+\text{ن}}$

٢- $\frac{\text{س}^{\text{م}}}{\text{ص}^{\text{ن}}}$ = س$^{\text{م}-\text{ن}}$ ، حيث س =/= صفر

٣- (س$^{\text{م}}$)$^{\text{ن}}$ = س$^{\text{م}\,\text{ن}}$

٤- (س ص)$^{\text{م}}$ = س$^{\text{م}}$ ص$^{\text{م}}$

٥- $\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{\text{م}} = \frac{\text{س}^{\text{م}}}{\text{ص}^{\text{م}}}$ ، ص =/= صفر

دعواتكم

رونق

الجذور:

$\text{س}^{\text{ن}} = \text{ص}$ ،، حيث ن : عدد صحيح

قواعد خاصه للأسس الكسرية :

١- $\sqrt[\text{ن}]{\text{س}^{\text{ن}}} = \text{س}^{\text{ن}/\text{ن}} = \text{س}$

٢-

٣- $\sqrt[\text{ن}]{\text{س}^{\text{م}}} = \text{س}^{\text{م}/\text{ن}}$

٤- $\sqrt[\text{ن}]{\text{س ص}} = \sqrt[\text{ن}]{\text{ص}} \times \sqrt[\text{ن}]{\text{س}} = \text{س}^{١/\text{ن}}\,\text{ص}^{١/\text{ن}}$

٥- $\sqrt[\text{ن}]{\frac{\text{س}}{\text{ص}}} = \frac{\sqrt[\text{ن}]{\text{س}}}{\sqrt[\text{ن}]{\text{ص}}} = \frac{\text{س}^{\text{ن}/1}}{\text{ص}^{\text{ن}/1}}$

، ص =/= صفر

العمليات الجبريه على المقادير الجبريه :

١-الجمع والطرح : لجمع او طرح مقادير جبريه كثيرات الحدود فأننا نجمع المعاملات العددية للمتغيرات بعد ترتيب متغيرات كل مقدار وذلك باستخدام الطريقة الأفقية او العمودية

٢-حاصل ضرب كثيرات الحدود في المقادير الجبريه :

لإيجاد حاصل ضرب كثيرات الحدود فأننا نستخدم قوانين التوزيع وقوانين الاسس مع قاعدة الاشارات ثم نجمع الحدود المتشابهة_

اللوغاريتمات :

$\text{ص}^{\text{م}} = \text{س} \iff \text{لو}_{\text{ص}}\,\text{س} = \text{م}$

يوجد اساسان لهما اهمية كبيره في التطبيقات :

الاساس ١٠ ← هذا النوع من الاساس لايكتب اسفل اللوغارتم (اللوغارتم العشري)

الاساس للعدد e= هـ ←حيث هـ عدد ثابت = ٢,٧١ (اللوغارتم الطبيعي)

خواص اللوغارتمات ::

١- $\text{لو}_{\text{م}}\,١ = \text{صفر}$ (م عدد حقيقي)

٢- $\text{لو}_{\text{م}}\,\text{م} = ١$

٣- $\text{لو}_{\text{م}}\,\text{ن}^{\text{س}} = \text{س}\,\text{لو}_{\text{م}}\,\text{ن}$

٤- $\text{لو}_{\text{م}}\,(\text{س ص}) = \text{لو}_{\text{م}}\,\text{س} + \text{لو}_{\text{م}}\,\text{ص}$

٥- $\text{لو}_{\text{م}}\,\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \text{لو}_{\text{م}}\,\text{س} - \text{لو}_{\text{م}}\,\text{ص}$

٦- $\text{لو}_{\text{م}}\,\frac{}{\text{س}} = \text{م لو س}^{-١} = -\,\text{لو}_{\text{م}}\,\text{س}$

٧- $\text{لو}_{\text{م}}\,\sqrt[\text{ن}]{\text{س}} = \text{لو س}^{١/\text{ن}} = \frac{1}{\text{ن}}\,\text{لو}_{\text{م}}\,\text{س}$

دعواتكم

رونق

<u>٣-قسمة مقدار جبري على مقدار جبري اخر :</u>

نستخدم قوانين الاسس ، قوانين الكسور ، قواعد الإشارات

أ- <u>قسمة حد على حد اخر :</u>

$\frac{\text{س}^{\text{م}}}{\text{س}^{\text{ن}}}$ = س $^{\text{م-ن}}$ ، س=/= صفر

<u>أ-قسمة مقدار جبري مكون من اكثر من حد على مقدار جبري اخر مكون من حد واحد :</u>

$$\frac{\text{أ}_1+\text{أ}_2+\text{........}+\text{أ}_{\text{م}}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ}_1}{\text{ب}} + \frac{\text{أ}_2}{\text{ب}} + \text{...........} + \frac{\text{أ}_{\text{م}}}{\text{ب}}$$

<u>ب-قسمة مقدار جبري مكون من أكثر من حد على مقدار جبري مكون من اكثر من حد ::</u>

في هذه الحالة فأننا نستخدم القسمه المطولة

لإيجاد الناتج وتتلخص في الخطوات التالية :

- نكتب المقدار الجبري للمقسوم والمقسوم عليه في صوره مرتبه ترتيباً تنازليا من حيث الاسس في احد المتغيرات
- نقسم الحد الاول في المقدار الجبري من المقسوم على الحد الاول من المقدار الجبري في المقسوم عليه
- نضرب خارج القسمة التي حصلنا عليها من الخطوة ب في المقسوم عليه ومن ثم نقوم بعملية طرح حاصل الضرب من المقسوم فنحصل على مقدار جبري جديد
- نكرر الخطوتين ب ، ج حتى نحصل على باقي الطرح مساويا للصفر أو ان تكون درجة الباقي اقل من درجة المقسوم عليه

<u>تحليل المقادير الجبرية</u>

<u>اولا:</u> حاصل ضرب بعض المقادير الجبرية الخاصة :

١) س (ص + ع) = س ص + س ع

٢) (س + ص) (س – ص) = س^{٢} – ص^{٢}

٣) (س + ص) (س + ص) = (س + ص)^{٢}

نبسطها ⇔ س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}

٤) (س – ص) (س – ص) = (س – ص)^{٢}

نبسطها ⇔ س^{٢} – ٢ س ص + ص^{٢}

٥) <u>(س – ص) (س – ص)</u> (س – ص) = (س – ص)^{٣}

نبسطها ⇔(س٢ – ٢ س٢ص + ص٢) (س – ص)

= س^{٣} – ٢س^{٢} ص + س ص^{٢} – س^{٢} ص + ٢س ص^{٢} – ص

= س^{٣} – ٣ س^{٢} ص + ٣ س ص^{٢} – ص^{٣}

٦) (س+ص) (س + ص) (س + ص) = (س + ص)^{٣}

نبسطها ⇔ (س٢ + ٢س٢ص + ص٢) (س+ص)

= س^{٣}+٢س^{٢}ص + س ص^{٢} + س^{٢}ص + ٢س ص^{٢} + ص^{٢}

= س^{٣} +٣س^{٢} ص + ٣س ص^{٢} + ص^{٣}

دعواتكم

رونق

ثانياً : التحليل :

١- إخراج العامل المشترك :

إ ذا كان لدينا المقدار هـ س + هـ ص ،

فيمكن إخراج عامل مشترك بين الحديين على الصوره التاليه :

هـ س + هـ ص = هـ (س + ص)

٢- الفرق بين مربعين :

س^{٢} – ص^{٢} = (س –ص) (س + ص) = (س + ص) (س – ص)

٣- الفرق بين مكعبين :

(س^{٣} – ص^{٣}) = (س – ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢})

٤- مجموع مكعبين :

(س^{٣} + ص^{٣}) = (س + ص) (س^{٢} – س ص + ص^{٢})

٥- تحليل المقدار الثلاثي :

أ س^{٢} + ب س + جـ

حيث أ ، ب ، جـ : اعداد ثابت

١- ضرب وقسمة المقادير الكسرية :

أ- ضرب المقامات الكسريه :

$$\frac{\text{ع}}{\text{ل}} X \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \left(\frac{\text{البسط الاول } X \text{ البسط الثاني}}{\text{المقام الاول } X \text{ المقام الثاني}} \right) \frac{\text{عس}}{\text{ص ل}}$$

ب- قسمة المقادير الكسرية :

$$\frac{\text{ع}}{\text{ل}} \div \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{ل}}{\text{ع}} X \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{لس}}{\text{عص}}$$

***لقسمة مقدار كسري على مقدار كسري اخر نقوم بتحويل إشارة القسمة الى ضرب ونأخذ مقلوب الكسر الثاني.**

العمليات الجبرية على المقادير الكسرية :

١-جمع وطرح المقادير الكسرية :

أ-إذا كانت المقادير الكسرية نفس المقام:

فيكون المجموع الجبري لها له نفس المقام وبسطه يتكون من ناتج بسط المقدار الاول مع بسط المقدار الثاني

$$\frac{\text{س}}{\text{ص}} + \frac{\text{ع}}{\text{ص}} = \frac{\text{س}+\text{ع}}{\text{ص}} \qquad (\text{ص} =/= \text{صفر})$$

$$\frac{\text{س}}{\text{ص}} - \frac{\text{ع}}{\text{ص}} = \frac{\text{س}-\text{ع}}{\text{ص}} \qquad (\text{ص} =/= \text{صفر})$$

ب-إذا كانت المقادير الكسرية لها مقامات مختلفة : نقوم بتحويلها الى كسور متكافئة وذلك بضرب بسط ومقام كل كسر بكثيرة حدود مناسبه لكي نحصل على كسور لها نفس المقام ثم نتبع الطريقة السابقة في (أ) .

$$\frac{\text{س}}{\text{ص}} + \frac{\text{ع}}{\text{ل}} = \frac{\text{ل}X\text{س}}{\text{ل}X\text{ص}} + \frac{\text{ص}X\text{ع}}{\text{ص}X\text{ل}} =$$

$$\frac{\text{ل س}}{\text{ل ص}} + \frac{\text{ع ص}}{\text{ل ص}} = \frac{\text{ل س}+\text{ع ص}}{\text{ل ص}}$$

$$\frac{\text{س}}{\text{ص}} - \frac{\text{ع}}{\text{ل}} = \frac{\text{ل}X\text{س}}{\text{ل}X\text{ص}} - \frac{\text{ص}X\text{ع}}{\text{ص}X\text{ل}} =$$

$$\frac{\text{ل س}}{\text{ل ص}} - \frac{\text{ع ص}}{\text{ل ص}} = \frac{\text{ل س}-\text{ع ص}}{\text{ل ص}}$$

المعادلات :

بعض أشكال المعادلات :-

١-المعادله الخطيه في مجهول (متغير) واحد س :-

أ س = جـ   أ ، جـ =/= ح   ،   أ =/= صفر

 # ملاحظه :- دائما المعادلات من الدرجة الاولى لها حل واحد فقط

بعض من خواص الاعداد الحقيقة المستخدمه فى حل المعادلات :-

- إذا كانت ب = جـ فأن :

أ + ب = أ + جـ / ب – أ = جـ - أ / أ ب = أ جـ / ب/أ = جـ/أ

- إذا كانتأ + ب = أ + جـ ← ب = جـ
- إذا كانت ب – أ = جـ - أ ← ب = جـ
- إذا كانت أ ب = أ جـ ← ب = جـ
- إذا كانت ب/أ = جـ/أ ← ب = جـ

٢-المعادلة الخطيه في مجهولين :-

أ س + ب ص = جـ ،حيث أ ، ب ، جـ € ح * أ، ب =/= صفر

هذا النوع من المعادلات ليس وحيدا

(بمعنى انه سيكون لدينا عدد لانهائي من الحلول)

حيث ان [س = (جـ – ب ص)/أ]

٣-معادلات خطية آنيه في مجهولين :-

أ$_1$ + ب$_1$ ص = جـ$_1$

أ$_2$ + ب$_2$ ص = جـ$_2$

حيث أ$_1$ ، أ$_2$ ، ب$_1$ ، ب$_2$ ، جـ$_1$ ، جـ$_2$ € ح

أ$_1$ ، ب$_1$ احدهما على الاقل =/= صفر

أ$_2$ ، ب$_2$ احدهما على الاقل =/= صفر

طريقتين لحل هذا النوع من المعادلات :-

١-طريقة الحذف :-

أ-إذا لم تكن المعاملات الحسابية لأحد المتغيرين س أو ص متساوية فنضرب المعادلتين في عدد معين حتى تصبح معاملات احد المتغيرين متساوية .

ب-إذا كانت الاشارتين للمعاملين المتساويين غير متشابهة فنقوم بعملية جمع لكل المعادلتين ، ا ما إذا كانت متشابهتين فنقوم بعملية الطرح.

ج- نجد قيمة أحد المتغيرين ثم نعوض في احدى المعادلتين الاصليتين لايجاد قيمة المتغير الاخير.

٢-طريقة التعويض :-

تتلخص هذه الطريقة في إيجاد قيمة احد المجهولين بدلالة الاخر ومن ثم التعويض بهذه القيمة في المعادلة الاخرى،، فنحصل على معادلة بمجهول واحد ومنها نجد قيمته ومن ثم نعوض في احد المعادلتين لتحصل على قيمة المجهول الاخر

ملاحظه :: في التعويض اذا اوجدنا قيمة س من المعادله الاولي نعوض في المعادلة الثانيه والعكس صحيح

دعواتكم

رونق

٤-معادلات من الدرجة الثانيه من متغير واحد:-

أس^{٢} + ب س + جـ = صفر

بعض الحالات المختلفة من هذه الصيغة :-

أ- في حالة ب = صفر،،

يصبح شكل المعادلة السابقة على النحو التالي .:

أ س٢ + جـ = صفر (تسمى معادلة تربيعية)

وحل هذا النوع من المعادلات يكون على الصورة التالية :-

$$س = \pm\sqrt{-\frac{جـ}{أ}} \qquad (-\frac{جـ}{أ} : عدد غير سالب)$$

ب- اذا كانت المعادلة الاصلية على الصورة أ س^{٢} + ب س = صفر

حيث أ =/= صفر

#يتم حل هذا النوع من المعادلات بأخذ س كعامل مشترك لتصبح المعادلة على الصورة / أ س^{٢} + ب س = صفر

س (أ س + ب) = صفر

فحل هذه المعادلة تكون على النحو التالي .: س = صفر أو

أ س + ب + صفر ومنه س = $\frac{-ب}{أ}$

جـ - اذا كانت أ س٢ + ب س + جـ = صفر

أ =/= صفر ، ب =/= صفر ، جـ =/= صفر

ويمكن حل هذا النوع من المعادلات بأحد الطريقتين التاليتين :-

١-التحليل : وتتم من خلال تحليل المعادلة التربيعية الى مقدارين جبريين ونستخدم القاعدة التاليه :

قاعدة :- حاصل ضرب مقدارين جبريين يساوي صفر فهذا يعني أن احد المقدارين يساوي صفر أو المقدار الاخر يساوي صفر .

٢. طريقة القانون العام :-

الصيغة العامه لهذه الطريقه تكتب على النحو التالي:-

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{2} - 4 أ جـ}}{٢ أ}$$

حيث :أ : معامل س^{٢} ،، ب: معامل س ،، جـ : الحد الثابت

يسمى المقدار (ب^{٢} – ٤ أ جـ) بالمميز ويرمز له بالرمز م

توجد هناك ثلاث حالات للمميز هي :-

١-اذا كان م = صفر ، فيكون للمعادلة أ س^{٢} + ب س + جـ = صفر حل وحيد وهو $س = \frac{-ب}{2 أ}$

٢-اذا كانت م < صفر فيكون للمعادلة أ س^{٢} + ب س + جـ = صفر/حليين غير حقيقين (بمعنى انه لايوجد حلول حقيقيه لهذه المعادلة)

ملاحظه : لابد الكتابه على الصوره العامة أ س^{٢} + ب س + جـ = صفر ،قبل البدء بإيجاد قيم أ ، ب ، جـ وتطبق القانون .

- المتراجحات :-

تعريف :- المتراجحة هي عبارة عن معادلة لكن تأخذان الاشارات التالية > ، < ، ≤ ، ≥ بدل اشارة المساواة.

عملية حل المتراجحات الخطيه في مجهول س :

هو عبارة عن العدد س الذي يحقق طرفي المتراجحة المعطاة

#ملاحظة ان اشارةالمتراجحه تتغير عن الضرب او القسمه بعد السالب .

اما بقية العمليات كالجمع او الطرح عدد سالب او موجب

وكذلك الضرب والقسمة بعدد موجب فتبقى كما هي دون اي تغيير.

المصفوفات

تعريف :-

المصفوفة عباره عن تنظيم لأعداد مرتبة على شكل صفوف او اعمده في جدول مستطيل الشكل ، بحيث يتكون هذا المستطيل من م من الصفوف وَ ن من الأعمدة

نرمز للمصفوفات بحروف عربيه كبيره تحتها خط

مثل أ ، ب ، جـ ،...... وذلك لنميز المصفوفة عن عناصره

الصورة العامة للمصفوفة =

أ$_{١١}$ ، أ$_{٢١}$،.........، أ$_{١ن}$

أ$_{١٢}$ ، أ$_{٢٢}$،.........، أ$_{٢ن}$

أ$_{م١}$ ، أ$_{م٢}$،.........، أ$_{م ن}$

العنصر أ$_{٢٢}$ هو العنصر الذي يقع في الصف الثاني والعمود الثاني ويسمى هذا **بدليل العنصر**

رتبة المصفوفه = عدد الصفوف x عدد الأعمدة

أنواع المصفوفات :

١- **المصفوفه المستطيله** :- حيث عدد الصفوف لا يساوي عدد الأعمدة.

٢- **المصفوفه المربعه** :- إذا كانت المصفوفة من الرتبة م xم (بمعنى عدد الصفوف يساوي عدد الاعمده) فنقول بأن المصفوفة مربعة الشكل

٣- **المصفوفة الصفرية** :- وهي المصفوفة التي جميع عناصرها أصفار ونرمز لها بالرمز صفر

٤- **المصفوفة القطرية** :- هي المصفوفة المربعة التي جميع عاصرها أصفار ماعدا العناصر الواقعة على القطر (على الاقل احد عناصر القطر لايساوي صفرا)

٥- **مصفوفة الوحده**:- وهي المصفوفة القطرية التي يكون فيها جميع عناصر القطر تساوي العدد واحد

تعريف : يقال ان المصفوفتين أ،ب متساويتان إذا فقط تحقق الشرطان التاليان :-

١- رتبة المصفوفة أ = رتبة المصفوفة ب

٢- العناصر المتناظرة في كلا المصفوفتين متساوية بمعنى أ$_{هـ و}$ = ب$_{هـ و}$ حيث هـ = ١,٢...م و ١,٢ .... ن

العمليات الجبريه على المصفوفات :-

١- **جمع مصفوفتين** : إذا كانأ = [أ$_{هـو}$] ، ب = [ب$_{هـو}$]

أ + ب = [أ$_{هـو}$]+ [ب$_{هـو}$] = [أ$_{هـو}$+ب$_{هـو}$]

شرط الجمع يجب ان تكون المصفوفتين متساويتان رتبة أ =رتبة ب

٢- **طرح مصفوفتين** :- إذا كانأ = [أ$_{هـو}$] ، ب = [ب$_{هـو}$]

أ-ب = [أ$_{هـو}$]–[ب$_{هـو}$] = [أ$_{هـو}$ – ب$_{هـو}$]

ملاحظه : ان عملية الجمع و الطرح تتم من خلال العناصر المتناظرة فيهما ولايمكن جمع او طرح مصفوفتين من رتبتين

٣- <u>ضرب مصفوفه فى عدد حقيقي</u> : إذا كانت أ = [أهـ و]

مصفوفة من الرتبة م X ن وكان عدد حقيقي فأن حاصل ضرب

المصفوفة أ بالعدد ك هو المصفوفة |ك أهـ و|

ملاحظة : إذا كانت أ ، ب مصفوفتين من الرتبة م X ن

وكان ك ، ل € ح فأن :-

١/ ك (أ + ب) = ك أ + ك ب

٢/ ك (ل أ) = (ك ل) أ

٣/ ك أ = صفر .. إذا وإذا فقط أما ك = صفرأوأ = صفر

٤/ ١ أ = أ ١ = أ

٥/ اذا كانت ك =/= صفر

وكانت ك أ = ك ب فأن أ = ب

٤-ضرب المصفوفتين :

أ م x ل x ب ل x ن = جـ م x ن

عدد اعمدة الاولى = عدد صفوف الثانية

حتى تكون عملية المصفوفة معرفه يجب ان تكون :-

أعمدة المصفوفة الاولى= عدد صفوف المصفوفة الثانية

رتبة حاصل ضربهما =عدد صفوف الاولى مضروب

في عدد اعمدة الثانية

<u>قوانين الاشارات</u>

١-اذا تشابه الاشارات نجمع ونضع نفس الاشاره

(+) + (+)=+ ونجمع

(-) - (-)=- ونجمع

٢-واذا اختلفت الاشارات نضع اشاره الاكبر ونطرح

في الضرب والقسمه

١-اذا تشابهت الاشارات ....موجب

(+) ×(+)=+

(-)×(-)=+

(+)÷(+)=+

(-)÷(-)=+

٢-اذا اختلفت الاشارات سالب

(+)÷(-)= -

(-)÷(+)=-

(+)×(-)=-

(-)×(+)=-

دعواتكم

رونق