

اسم المقرر

مبادئ الرياضيات (١)

د. أسامة حنفي محمود

الأستاذ المشارك بقسم الأساليب الكمية



جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

محاضرة ١٣

المتواليات



تمارين

حل المعادلات التالية:

$$١- \text{س} ٢ - ١٠ \text{س} + ٢٤ = \text{صفر}$$

$$\text{صفر} = (\text{س} - ٦) (\text{س} - ٤)$$

$$\text{س} = ٦ \text{ أو } \text{س} = ٤$$

$$٢- \text{س} ٢ + ٤ \text{س} = ٣٢$$

$$\text{س} ٢ + ٤ \text{س} - ٣٢ = \text{صفر}$$

$$\text{صفر} = (\text{س} + ٨) (\text{س} - ٤)$$

$$\text{س} = -٨ \text{ أو } \text{س} = ٤$$



$$-٣ \quad ٢ \text{ س } ٢ - ١٧ + ٨ = \text{صفر}$$

$$٢ = \text{أ} \quad ١٧ - = \text{ب} \quad ٨ = \text{ج}$$

$$\text{س} = \frac{١٧ \pm \sqrt{١٧^2 - ٢ \times ٨}}{٢ \times ٢}$$

$$\text{س} = \frac{١٧ \pm ١٥}{٤}$$

$$\text{س} = ٨ = ٤ / (١٥ + ١٧)$$

$$\text{س} = ٠,٥ = ٤ / (١٥ - ١٧)$$



المتواليات

سيتم تدريس:

- ١- المتواليات العددية (الحاسوبية)
- ٢- المتواليات الهندسية



اولاً- المتواليات العددية

يطلق على متسلسلة الأعداد التي يكون الفرق فيها بين أى حد والحد السابق له مباشرة مقدار ثابت المتوالية العددية.

فمثلاً- ٢ ، ٥ ، ٨ ، ..

يطلق عليها المتوالية العددية حيث أن

$$٣ = ٥ - ٢$$

$$٣ = ٥ - ٢$$

الفرق الثابت يسمى أساس المتوالية ويرمز له بالرمز "د"





عمادة التعليم الإلكتروني والتعلم عن بعد
Deanship of E-Learning and Distance Education

[]

جامعة الملك فيصل
King Faisal University



الرموز المستخدمة:

- أ الحد الأول
- د أساس المتوالية (الفرق الثابت)
- ل الحد الأخير
- ح ن الحد العام
- ج ن مجموع المتوالية



القوانين المستخدمة

الحد العام

$$ح ن = أ + (ن - ١) د$$

مجموع المتوالية يمكن إيجاده بطريقتين:

١- بمعلوميه الحد الأخير

$$ج ن = \frac{ن (أ + ل)}{٢}$$

٢- بمعلوميه أساس المتوالية

$$ج ن = \frac{ن (أ + (ن - ١) د)}{٢}$$



مثال

في المتوالية التالية ٣ ، ٧ ، ١١ ، ...
أوجد:

- ١- حدد نوع المتوالية؟
- ٢- أساس المتوالية؟
- ٣- الحد الخامس؟
- ٤- الحد التاسع؟
- ٥- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية؟



الحل

بما أن $٤ = ٧ - ١١$ و $٤ = ٣ - ٧$

أذن الفرق مقدار ثابت

١- نوع المتوالية : متوالية عددية

٢- أساس المتوالية $د = ٤$

٣- الحد الخامس = ح $٥ = أ + ٤د$

$$١٩ = ٤ \times ٤ + ٣ =$$

٤- الحد التاسع = ح $٩ = أ + ٨د$

$$٣٥ = ٤ \times ٨ + ٣ =$$



٥- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية

$$ج_n = \frac{(12 + (n-1) \cdot 2)}{2}$$

$$ج_١٠ = \frac{(4 \times 9 + 3 \times 2)}{2}$$

$$٢١٠ = (٤٢) ٥ = (٣٦ + ٦) ٥ =$$



مثال

متوالية حدودها ٧٠ ، ٦٥ ، ٦٠ ، ، ٢٥

١- حدد نوع المتوالية

٢- أساس المتوالية ؟

٣- الحد السادس ؟

٤- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية ؟

٥- عدد حدود المتوالية ؟



الحل:

$$١- \text{ بما أن } ٦٥ - ٧٠ = ٥- \text{ و } ٦٠ - ٦٥ = ٥-$$

أذن الفرق مقدار ثابت أى أن المتوالية عددية

$$٢- \text{ أساس المتوالية } د = ٥-$$

$$٣- \text{ الحد السادس } = ح = ٦ = أ + ٥ د$$

$$٤٥ = ٥- \times ٥ + ٧٠ =$$



٤- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية

$$\text{ج } \frac{10}{2} = 10 = (5 - x + 70x^2)$$

$$475 = (95) 5 = (45 - 140) 5 =$$

٥- عدد حدود المتوالية

$$\text{الحد الأخير} = ل = 25 = أ + (ن-١) د$$

$$5 - x (ن-١) + 70 =$$

$$5 + 5ن - 70 = 25$$

$$5ن - 75 = 25$$

$$50 = 5ن$$

$$10 = ن$$



مثال

متوالية عددية مجموعها ٨٦٤ وحدها الأول ٩ وحدها الأخير ٩٩
أوجد عدد حدود المتوالية و ؟

$$ج ن = ٨٦٤ = \frac{ن (أ + ل)}{٢}$$

$$\frac{ن (٩٩ + ٩)}{٢} = ٨٦٤$$

$$٥٤ ن = ٨٦٤$$

$$ن = ١٦$$



إيجاد أساس المتوالية:

$$ح ١٦ = أ + ١٥ د$$

$$د ٩٩ = ٩ + ١٥ د$$

$$د ٩٠ = ١٥ د$$

$$٦ = د$$



المتوالية الهندسية

يطلق علي متسلسلة الأعداد التي يكون خارج قسمة أى حد فيها على الحد السابق له مباشرة مقدار ثابت بالمتوالية الهندسية.

الرموز المستخدمة

أ الحد الأول

ر أساس المتوالية

ج ن مجموع ن من الحدود

ج ∞ مجموع المتوالية إلى ما لانهاية



القوانين المستخدمة

الحد العام $ح_n = أ ر^{n-1}$

مجموع عدد معين من الحدود

$$\frac{ج_n = أ (ر^n - 1)}{ر - 1}$$

مجموع المتوالية إلى ما لانهاية

$$\frac{ج}{ر - 1} = \infty$$



مثال: في المتوالية ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ... أوجد الحد العاشر ومجموع العشر حدود الأولى من المتوالية ؟

الحل:

$$\text{نجد أن } (4/8) = (8/16) = 2$$

أذن المتوالية هندسية وأساسها $r = 2$

الحد العاشر $a_{10} = 4 \cdot 2^9$

$$4096 = 4 \cdot 2^9$$



مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية.

$$ج ن = \frac{أ (ر ن - ١)}{ر - ١}$$

$$٤٠٩٢ = \frac{ج (١٠٢ - ١)}{١ - ٢} = ١٠$$



مثال: فى المتوالية ٧٢٩ ، ٢٤٣ ، ٨١ ، ... أوجد الحد الثامن و
مجموع العشر حدود الأولى ومجموع المتوالية إلى ما لانهاية ؟
الحل: نجد أن خارج قسمة أى حد على السابق له مقدار ثابت لذلك
هى متوالية هندسية

$$\text{أساسها } r = (243/729) = (243/81) = (3/1) \\ \text{الحد الثامن} = 8 = 7r = 7 \times (3/1) = 21, 333$$



مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية.

$$ج ن = \frac{أ (ر ن - ١)}{ر - ١}$$

$$١٠٩٣,٥ = \frac{٧٢٩ (١ - ١٠ (٣ / ١))}{١ - (٣ / ١)} = ج ١٠$$



مجموع المتوالية إلى ما لانهاية

$$\text{ج} = \frac{أ}{ر-١} = \infty$$

$$\text{ج} = \frac{٧٢٩}{(٣/١)-١} = ١٠٩٣,٥ = \infty$$



أوجد مجموع المتوالية ١٩٩ ، -٩٩,٥ ، ٤٩,٧٥ ، ... إلى ما لانهاية ؟

$$\text{الحل أ} = ١٩٩ = ر \quad ١٩٩ = (١٩٩ / -٩٩,٥) = (-٩٩,٥ / ٤٩,٧٥) = -٠,٥$$

مجموع المتوالية إلى ما لانهاية

$$\text{ج} = \infty = \frac{أ}{\text{---}} = (-٠,٥ - ١) / ١٩٩ =$$

١٣٢,٦٦

١- ر





بِسْمِ اللَّهِ
بِحَمْدِ اللَّهِ

