مبادىء الرياضيات : المحاضرة التاسعة

تابع الفصل الخامس : المعادلات

- أنواع المعادلات :

1 – معادلة خطية بمتغير واحد x :

$ax = c , a , c \in R$

مثال : اوجد حل المعادلة

$4x - 5 = -2x + 7$

الحل : $4x + 2x = 7 + 5$

$6x = 12 \longrightarrow x=2$

2 – معادلة خطية بمتغيرين :

$ax+by = c,a,c,b \in R$

$a \quad b \neq 0$

مثال : $-3x - 9y = 15$

ولإيجاد حل هذه المعادلة للمتغير x , نحصل على :

$-3x = 9y + 15$

$X = \frac{9y+15}{-3} \longrightarrow x = 3y - 5$

3 – معادلات خطية آتية في مجهولين :

الصورة العامة لمثل هذا النوع من المعادلات تكتب كما يلي :

$a\ 1,x,+b1,y=c1$

$a\ 2\ x + b2y = c2$

حيث . $a\ 1 , a\ 2 , b1 , b2 , c1 , c2 \in R$

وحل هذا النظام الآتي من المعادلات الخطية هو عبارة عن زوج من الأعداد x , y الذي يحققه كلا المعادلتين في آن واحد .

ولحل مثل هذا النوع من المعادلات , سنتعرف على الطرق التالية :

1 – طريقة الحذف :

خطوات هذه الطريقة تتلخص كما يلي :

1 – إذا لم تكن المعادلات الحسابية لأحد المتغيرين y أو x , فإننا نضرب المعادلتين أو احدهما بعدد معين حتى تصبح المعادلات في كلا المعادلتين لأحد المتغيرين متساوية .

2 – إذا كانت الإشارات للمعادلات المتساوية غير متشابهة فإننا نقوم بعملية الجمع إما إذا كانت متشابهة فإننا نقوم بعملية الطرح لكلا المعادلتين .

3 – نجد قيمة أحد المتغيرين ثم نعوض القيمة التي حصلت عليها في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة المتغير الآخر .

مثال : أوجد حل النظام التالي من المعادلات :

$$\begin{array}{r} 5x+y=3 \\ x-y=9 \\ \hline 6x \quad =12 \end{array} \longrightarrow X = 2$$

لاحظ أن معامل المتغير y في كلا المعادلتين متساو ومختلف في الإشارة

وبتعويض قيمة x = 2 في المعادلة الثانية , نحصل على

$$2 - y = 9 \longrightarrow -y = 7 \longrightarrow y = -7$$

و للتأكد من صحة الحل , نقوم بتعويض قيمة x = 2,y = -7 في كلا المعادلتين :

$$5\ (2\ ) + -7 = 10 - 7 = 3$$

$$2 - (\ -7\ ) = 2 + 7 = 9$$

(فالحل صحيح) .

مثال : أوجد حل المعادلات التالية :

$$5x + 2y = 3$$

$$2x + 3y = -1$$

نلاحظ أن معاملات المتغيرين xأوy في كلا المعادلتين غير متساوية

الحل : من خلال ضرب المعادلة الأولى بالعدد 3 والمعادلة الثانية بالعدد 2 ثم نقوم بعملية الطرح , فنحصل على :

$$\begin{array}{r} 15x+6y=9 \\ 4x+6y=-2 \\ \hline 11x \quad = \quad 11 \rightarrow x=1 \end{array}$$

وبتعويض قيمة x=1 في المعادلة الأولى ,نحصل على :

$5 (1) + 2 y = 3$

$\longrightarrow \quad 2y = 3 - 5$

$\longrightarrow \quad 2y = -2 \rightarrow y = -1$

وللتحقق من صحة الحل , نعوض قيمة $y = -1 , x = 1$ في كلا المعادلتين :

$5 (1) + 2 (-1) = 3$ الأولى

$5 - 2 = 3$

$2 (1) + 3 (-1) = - 1$ الثانية

$2 - 3 = - 1$

2 – طريقة التعويض :

تتلخص هذه الطريقة في إيجاد قيمة احد المتغيرين بدلالة الآخر ومن ثم تعويض هذه القيمة في المعادلة الأخرى وبذلك نحصل على معادلة بمجهول واحد فقط لنجد قيمته كما تعلمنا سابقا ثم نستخدم هذه القيمة لإيجاد قيمة المجهول الآخر من خلال التعويض بأحد المعادلتين .

مثال : أوجد قيمة x , y التي تحقق النظام التالي من المعادلات :

$2x - y = 4$

$X + 2y = - 3$

الحل : من خلال كتابة المتغير x في المعادلة الثانية بدلالة y , نحصل على :

$X = -2y -3$

وبتعويض قيمة x من المعادلة الثالثة في المعادلة الأولى , نحصل على :

$2 (-2y -3) - y = 4$

$-4y - 6 - y = 4$

$-5y = 6 + 4 \rightarrow -5y = 10$

$Y = - 2$

ولإيجاد قيمة x نعوض قيمة y إما في معادلة (1) أو (2)

$$X + 2(-2) = -3$$

$$X - 4 = -3 \rightarrow x = 4 + -3$$

$$X = 1$$

مجموعة الحل هي : $x = 1 , y = -2$

وللتأكد من صحة الحل :

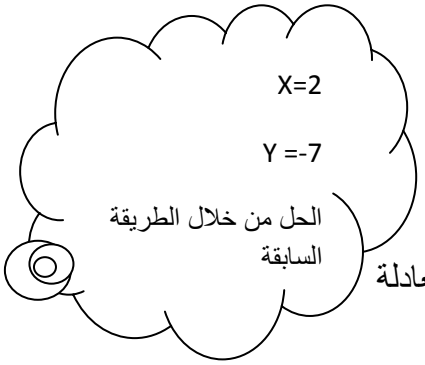
$$2(1) + 2 = 4$$

$$1 + 2(-2) = -3$$

مثال : بالرجوع إلى المثال الأول من طريقة الحذف

$$5x + y = 3$$

$$X - y = 9$$



الحل : يمكن كتابة x بدلالة y من المعادلة الثانية لنحصل على :

$$X = y + 9$$

وبتعويض قيمة x من المعادلة (3) في المعادلة (1) فنحصل على :

$$5(y + 9) + y = 3$$

$$5y + 45 + y = 3$$

$$\rightarrow 6y = 3 - 45$$

$$\rightarrow 6y = -42 \rightarrow y = -7$$

ولإيجاد قيمة المتغير x , نعوض $y = -7$ إما في المعادلة (1) أو (2) :

$$X - (-7) = 9$$

$$X + 7 = 9 \rightarrow x = 2$$

سؤال : أوجد حل النظام التالي من المعادلات :

1 – بطريقة الحذف . 2 - بطريقة التعويض .

$-2x + y = -1$

$3x - y = 0$

ملاحظة ..(أرجو التنبيه إذا كان هناك خطأ)...

بالتوفيق لكم جميعاً

.... انا ....