مبادىء الرياضيات : ملخص المحاضرة العاشرة

تابع الفصل الخامس : المعادلات الرياضية :

4 – معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد :

ويكتب مثل هذا النوع من المعادلات على الصورة التالية :

$ax^2 + bx + c = 0$

حيث $a,b,c \in R$

$a \neq 0$

بعض الحالات المختلفة لهذه الصيغة :

1 – في حالة $b = 0$:

يصبح شكل المعادلة التربيعية على الصورة :

$ax^2 + c = 0$

وحل مثل هذا النوع من المعادلة هو :

$ax^2 = - c$

$x^2 = \frac{-c}{a}$

$x = \sqrt{\frac{-c}{a}}$

مثال : اوجد حل المعادلة التالية :

$x^2 - 49 = 0$

$x^2 = 49$ الحل :

$\longrightarrow X = \sqrt{49} = \pm 7$

مثال : اوجد قيمة x التي تحقق المعادلة

$5x^2 + 125 = 0$

الحل : $5x^2 = - 125$

$x^2 = \frac{-125}{5}$

$x^2 = -25$

عدد غير حقيقي (غير معروف) =

$x = \sqrt{-25}$

ب) إذا كان قيمة $c = 0$:

فتصبح المعادلة على الصورة التالية :

$ax^2 + b\,x = 0$

حيث يتم حل مثل هذا النوع من المعادلات من خلال اخراج العامل المشترك بين الحد والثاني فتصبح المعادلة على الصورة :

$X\,(a\,x + b) = 0$

$X = 0$ or $a\,x + b = 0$

$A\,x = - b$

$X= -b/a$

مثال : اوجد حل المعادلة التالية :

$3x^2 - 27\,x = 0$ إخراج $3\,x$ كعامل مشترك بين الحد الأول و الحد الثاني .

$3x\,(x - 9) = 0$

$3x = 0$ or $x - 9 = 0$

$X = 0$ $x = 9$

ج) إذا كانت $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$

فبالتالي تصبح المعادلة على صورتها الأصلية كاملة وهي :

$ax^2 + b\,x + c = 0$

ويمكن حل هذا النوع من المعادلات بأحد الطرق التالية :

1 – طريقة التحليل :

حيث يتم تحليل المعادلة التربيعية إلى مقدارين جبريين ويتم استخدام قاعدة " حاصل ضرب مقدارين يساوي صفراً , فإما المقدار الأول = صفر أو المقدار الثاني = صفر .

مثال : اوجد حل المعادلة :

$x^2 - 2x + 1 = 0$ لهذه المعادلة حل وحيد فقط

الحل : $(x - 1)(x - 1) = 0$

ومنه : $x - 1 = 0 \longrightarrow x = 1$

مثال : اوجد حل المعادلة :

$x^2 - 8\,x + 15 = 0$

الحل : من خلال التحليل المباشر (المقص)

$(x - 3)(x - 5) = 0$

ومنه : $x - 3 = 0 \longrightarrow x = 3$

Or $x - 5 = 0 \longrightarrow x = 5$

(للتأكد : عندما $x = 3$:

$9 - 8 (3) + 15 = 0$

$24 - 24 = 0$

عندما $x = 5$:

$25 - 8 (5) + 15 = 0$

$40 - 40 = 0$

ب) طريقة القانون العام : والصيغة العامة لهذه الطريقة هي :

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

حيث a: معامل x^2 , b : معامل x , c : الحد الثابت

ملاحظة : المقدار $b^2 - 4\ ac$ = المميز .

وهنالك ثلاث حالات مختلفة للمميز :

1) اذا كان المميز > 0 صفر :

فيكون للمعادلة التربيعية حلان مختلفان

2) إذا كان المميز = صفراً .

فيكون للمعادلة التربيعية حل واحد فقط وهو . $x = -b/2a$

3) إذا كان المميز < صفر .

فإنه لا يوجد أي حل حقيقي للمعادلة التربيعية

مثال : اوجد حل كل من المعادلات التالية باستخدام القانون العام :

1) $2x^2 + x - 15 = 0$

الحل : $a=2 , b = 1 , c = - 15$

وبتعويض هذه القيمة في القانون العام نحصل على :

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(2)(-15)}}{2\ (2)}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 120}}{4}$$

$= \frac{-1\pm\sqrt{121}}{4}$ ← المميز >0 وبالتالي سيكون لدي جذران (حلان) لهذه المعادلة :

$= \frac{-1\pm11}{4}$

$X = \frac{-1+11}{4}$ or $x = \frac{-1-11}{4}$

=10/4 2.5 = -12/4= -3

2) $x^2 - 2x + 3 = 0$

الحل : a = 1 , b = - 2 , c = 3

$X = \frac{(b)\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2\,(a)}$

$= \frac{2\pm\sqrt{4-4(1)(3)}}{2}$

$= \frac{2\pm\sqrt{-8}}{2}$

نلاحظ أن المميز سالبا وبالتالي لايوجد لدينا أي حل حقيقي .

3) $2x^2 - 2x = -1/2$

يجب إعادة كتابة هذه المعادلة على الصورة العامة :

$2x^2 - 2x + 1/2 = 0$

a=2 , b = - 2 , c = 1/2

$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2 4ac}}{2a}$

$= \frac{2\pm\sqrt{4-4(2)(\frac{1}{2})}}{2(2)}$ = $\frac{2\pm\sqrt{0}}{4}$ ← قيمة المميز =

0 حل وحيد فقط

= 2/4= 1/2

مسائل وتمارين :

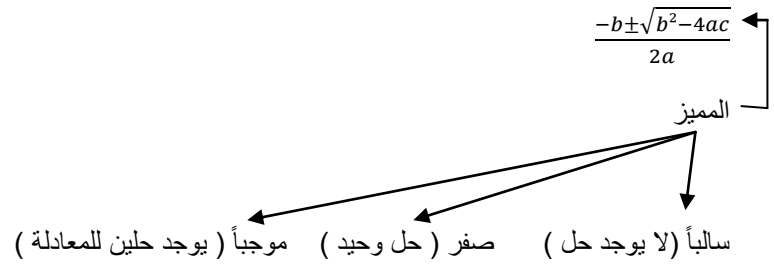
1) $5x^2 - 1/5 = 0$ b=0

2) $-3x^2 - 12x = 0$ c = 0

3) $2x^2 - 3x - 1 = 0$ a=2

b=-3

c=-1 من الصعوبة استخدام التحليل المباشر لحل مثل هذا النوع من المعادلات فإننا سنلجأ إلى القانون العام



ملاحظة ..(أرجو التنبيه إذا كان هناك خطأ)...

بالتوفيق لكم جميعاً

.... انا ....